

高等学校教学参考书

理论力学

下册

哈尔滨工业大学理论力学教研室编



人民教育出版社

高等学校教学参考书



A0102013

理 论 力 学

下 册

哈尔滨工业大学理论力学教研室编

人民教育出版社



本书分为上、下两册。上册包括静力学和运动学，前者阐述了力系的简化规律和平衡条件，后者分析了点和刚体运动的几何性质。下册为动力学部分，内容包括动力学的普遍定律和解决动力学问题的运动微分方程、基本定理、达朗伯原理、可能位移原理、拉格朗日方程以及振动理论、碰撞理论等。同时也简要地阐述了回转仪近似理论、变质量质点的动力学及质点在中心力场中的运动。

本书可作为高等工业学校机械、动力、电机、土建等类专业“理论力学”课程的教学参考书。

简装本说明

目前850×1168毫米规格纸张较少，本书暂以787×1092毫米规格纸张印刷，定价相应减少20%。希鉴谅。

理论力学 下册

哈尔滨工业大学理论力学教研室编

人民教育出版社出版(北京沙滩后街)

北京印刷二厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 13012·065 开本 850×1168 1/32 印张 8

字数 186,000 印数 148,101—248,100 定价(6) ¥0.64

1961年8月第1版 1962年6月第2版 1978年1月北京第12次印刷

下册目录

动力学

I. 动力学緒論

第十八章 动力学的基本定律	287
§ 1. 动力学的研究对象·质点·质点系	287
§ 2. 第一定律·慣性·慣性参考系·相对性原理	289
§ 3. 第二定律·力·质量·工程单位制	290
§ 4. 第三定律和第四定律	292
§ 5. 古典力学的适用范围·空間和時間	293

第十九章 质点的运动微分方程	295
§ 1. 质点的运动微分方程的形式	295
§ 2. 质点动力学第一基本問題	296
§ 3. 质点动力学第二基本問題	298

II. 质点和质点系动力学的基本定理

第二十章 质点动力学的基本定理	308
§ 1. 质点的动量定理	308
§ 2. 质点的动量矩定理	313
§ 3. 力的功	317
§ 4. 质点的动能定理	325
§ 5. 势力場·势能·机械能守恒定律·机械能量的消散	328
§ 6. 质点动力学基本定理小結	339
§ 7. 质点在有心力場中的运动	340

第二十一章 质点系的质心运动定理	349
§ 1. 外力与內力·质点系的质量·質量中心	349
§ 2. 质心运动定理	351
§ 3. 质心运动守恒定律	357

第二十二章 质点系的动量定理	360
§ 1. 质点系的动量	360
§ 2. 质点系的动量定理	361

§ 3. 质点系的动量守恒定律	364
§ 4. 变质量质点的运动	365
第二十三章 质点系的动量矩定理	371
§ 1. 质点系的动量矩	371
§ 2. 质点系的动量矩定理	372
§ 3. 质点系的动量矩守恒定律	376
§ 4. 刚体繞定軸轉动的微分方程	379
§ 5. 轉动慣量的意义及計算	383
§ 6. 刚体平面运动微分方程	389
§ 7. 迴轉儀的近似理論	392
第二十四章 质点系的动能定理	401
§ 1. 质点系的动能	401
§ 2. 质点系的动能定理	403
§ 3. 在某些情况下功的計算	406
§ 4. 质点系动能定理的应用举例	408
§ 5. 质点系的势能·机械能量守恒定律	411
§ 6. 质点系动力学基本定理小結	413
III. 动靜法基础和分析力学初步	
第二十五章 达朗伯原理	418
§ 1. 慣性力	418
§ 2. 质点的达朗伯原理	419
§ 3. 质点系的达朗伯原理	422
§ 4. 慣性力系的簡化	423
§ 5. 繞固定軸轉动的刚体的支座反力·动平衡的概念	429
第二十六章 可能位移原理	434
§ 1. 約束的分类	434
§ 2. 可能位移	437
§ 3. 理想約束	438
§ 4. 可能位移原理	440
§ 5. 自由度和广义坐标	445
§ 6. 以广义坐标表示的可能位移原理	447
第二十七章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	451
§ 1. 动力学普遍方程	451
§ 2. 拉格朗日方程	452

IV. 动力学的几个问题

第二十八章 质点相对运动的动力学基本方程	461
第二十九章 振动的基本理论	466
§ 1. 引言	466
§ 2. 一个自由度系统的自由振动	468
§ 3. 计算固有频率的能量法	476
§ 4. 一个自由度系统的阻尼振动	480
§ 5. 一个自由度系统的无阻尼的受迫振动	486
§ 6. 一个自由度系统的有阻尼的受迫振动	491
§ 7. 隔振和消振的概念	495
§ 8. 两个自由度系统的自由振动	499
§ 9. 两个自由度系统的受迫振动	506
§ 10. 自激振动	511
第三十章 碰撞	517
§ 1. 碰撞的特征	518
§ 2. 碰撞的基本方程	519
§ 3. 碰撞冲量对绕定轴转动的刚体的作用	523
§ 4. 恢复系数和碰撞的分类	526
§ 5. 两球的正碰撞	528
§ 6. 两物体碰撞时动能的损失	531

动力学

I. 动力学緒論

第十八章 动力学的基本定律

§ 1. 动力学的研究对象·质点·质点系

现在开始研究理論力学的第三部分——动力学。

靜力学研究作用在物体上的力的平衡条件，而运动学只研究物体机械运动的几何性质，不涉及产生运动变化的原因——力。我們知道，物体的运动变化与作用力存在着不可分割的关系。靜力学和运动学都只研究了物体运动变化过程的特殊方面。动力学对运动作了全面的概括，动力学是研究物体的机械运动和作用在其上的力之間关系的学問。

現代机器逐步向高速、精密等方向发展，建筑結構也愈来愈需要研究动荷的作用，在設計机器和建筑結構中愈来愈广泛地需要进行动力計算。因此作为祖国未来的建設者，牢固地掌握动力学的知識，便有着十分重要的意义。

动力学可以分成质点动力学和质点系动力学两大部分。这种分法除了研究上的方便外，也在很大程度上反映了力学发展的历史进程。在动力学中所謂质点是指几何尺寸可以忽略不計但仍有一定质量的物体。这个概念是从实际物体中抽象化得来的。一般地說，如果某一物体作平动时，因为物体內各点的运动情况完全相同，物体的运动即可抽象为质点的运动来研究。此外，如物体作任

意运动，但我们只研究其中的平动部分时，便可看成物体的质量集中在某一点上，而当作质点处理（详见第二十一章 § 2），例如在地球绕太阳的公转运动中，地球可当作质点看待。由此可见，研究质点动力学不仅为研究质点系动力学提供基础，而且也有其独立的实际意义。

所谓质点系（质点的机械系统）是指有限个或无限个这样的质点的组合，其中每个质点的位置或运动都与其余的质点的位置或运动有关。根据这个定义，一个物体可以看成是一个由无限个质点所组成的质点系。一部机器或一个机构，其中所有的部件都以铰链、杆件、链条、皮带等等相联系，这也是质点系。其他如：水流，气流，以至于太阳系（在太阳系中所有星球都以万有引力相联系）都是质点系的例子。

质点系的概念在机械运动的研究中是十分广泛而重要的，因为它是既包括刚体，也包括变形的固体和流体；既包括单个物体，也包括多个物体的组合。因而质点系动力学的研究概括了机械运动中最普遍的现象。

在本书中，动力学的叙述系统并不严格地按质点和质点系来划分，而是主要地按解决动力学问题的基本方法来划分。共分成四个部分：I、动力学绪论以及把基本定律写成质点运动微分方程的形式；II、质点和质点系动力学的基本定理；III、动静法基础和力学初步；IV、动力学的几个问题——振动和碰撞等应用问题。

动力学的全部内容，是以几个基本定律为基础的。牛顿在刻卜勒发现的行星运动定律和伽利略发现的惯性定律等成就的基础上，概括和发展成了力学的这几个基本定律。它们是人类的生产活动达到一定水平后的产物，在很大范围内正确地揭示了物质机械运动的普遍规律。

§ 2. 第一定律·慣性·慣性参考系·相对性原理

第一定律(慣性定律): 不受力作用的质点将永远保持靜止或作匀速直綫运动。

这个定律的涵意是: 机械运动不可能凭空产生或凭空消灭, 而只有在相互作用中才能发生变化。不受力作用的物体不是处于靜止状态, 就是永远保持其原有运动状态不变。这种保持原有运动状态的特性称为物体的慣性, 故第一定律又称为慣性定律。慣性是物体的一种基本属性。

因为慣性定律討論抽象化了的孤立质点的运动, 一个完全孤立的质点是不可能存在的, 所以它的建立不是通过直接的实验验证, 而是从无数次实践中所获得的經驗的总结。例如设想一个小球在水平面上不受任何干扰地运动, 若水平面愈光滑、空气愈稀薄, 则小球的速度减小也愈慢。因此可以设想, 如果没有空气阻力和接触面的摩擦力, 则小球将永远作直綫运动并且速度保持不变。

我們知道, 如果没有一定的参考系統, 談論物体的靜止和它的速度显然是沒有意义的。慣性定律既然是从实践中抽象总结出来、并为实践証明是正确的, 那么它所对应的参考系統究竟是什么呢? 为此我們引进“慣性参考系”的概念: 在一定的参考系中, 任何不受力作用的物体都将保持靜止或作匀速直綫运动, 这样的参考系称为慣性参考系。并且不管是从某一个慣性参考系来观察, 或者从相对于此参考系作匀速直綫平动的参考系来观察, 物体的机械运动现象都是一样的。这就是古典力学著名的相对性原理。換句話說, 如果在慣性参考系中观察机械运动现象, 那末观察者将无法分辨自己究竟是处于靜止, 还是作直綫匀速平动。牛頓三定律只对慣性参考系才是正确的。

事实上在普通的工程技术问题中，把地球看成惯性参考系已有足够的精确程度，所以为了方便起见，我们一般都是以地球为惯性参考系。在某些需要考虑到地球自转的情况下，惯性参考系的坐标原点可取在地心，而三轴指向三个恒星。

惯性定律一方面阐述了物体的一种基本属性——惯性，同时在另一方面，也明确地提出了力和运动状态的改变之间的关系。定律指出：质点如不受力，则保持运动状态不变。反之，如运动状态改变，则质点受到力的作用。

在动力学中，所谓质点或物体作惯性运动，也就是在静力学中所谓质点或物体处于平衡状态。因此，并不只是不受力作用的物体才作惯性运动；如果作用在某一物体上的力系满足平衡条件，则这物体也作惯性运动。

§ 3. 第二定律·力·质量·工程单位制

第二定律(力和加速度之间的关系定律)：质点的质量和加速度的乘积，等于作用在质点上的力的大小；且加速度的方向和力的方向相同，即

$$ma = F. \quad (1)$$

这定律建立了对质点的作用力和质点的运动改变之间的关系。如在某一瞬时有力作用，则同一瞬时有确定的加速度(图18-1)；如在某一时间间隔内没有力的作用，则在这时间间隔内加速度保持为零，就是说这时物体作惯性运动，这是与第一定律相符合的。从第一定律和第二定律中，可进一步了解力的概念。物体的运动状态的改变是由于

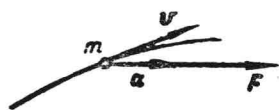


图 18-1

其他物体对于这一物体的作用，如果没有其他物体的作用，物体的运动状态也就不变。在力学中，仅在量的关系上研究这种作用，不

問这种作用的物理性质是什么，而把物体间的这种作用加以抽象化而得到力的概念。

(1)式表明,对质量相同的质点来说,作用力大则加速度大;但如用同样大小的力作用在具有不同质量的质点上,质量大的,加速度就小。这说明了质点的质量越大,越不易改变运动状态,如要改变,则须加更大的力。所以说:质量是质点惯性的度量。

在古典力学中,质量 m 被认为是不变的量。但是根据相对论力学,物体的质量是一个和速度有关的量,当物体速度接近于光速时,质量会随着速度而无限增大。

在地球表面,任何物体都受有重力作用,对于自由落体,作用在其上的重力 P 使它产生一向下的加速度,即重力加速度 g 。根据第二基本定律,得

$$P = mg, \quad (2)$$

或

$$m = \frac{P}{g}. \quad (2)'$$

上式中的 P 和 g 分别是重力和重力加速度的大小。 g 的数值一般定为 9.80 米/秒²,实际上,在不同的地区有不同的 g 值。例如:

哈尔滨	緯度 46°	$g = 9.8077$
北京	39°56'	9.80122
上海	31°12'	9.79436
赤道	0°	9.78039

在工程中,由于物体的重量易于测定,常根据(2)'式从重量来计算质量。但是决不应把这两个量混淆起来。重量是地球对物体的吸引力,即作用在物体上的重力的大小,而质量则是质点惯性的度量。物体的质量在古典力学中作为恒量,但物体的重量是一个随地域不同而变的量。

工程单位制 在工程技术中和在物理学中采用着不同的单位制。在物理学中所采用的单位制是 CGS 制和 MKS 制，它是采用长度、质量和时间作为基本量的一种量度制，而力则为导出单位。在工程中采用的单位制是以长度、力和时间作为基本量的另一种量度制，称工程单位制：长度以米为单位，时间以秒为单位，而力则以公斤（或吨）为单位，质量的量纲可以从第二基本定律导出，

$$[m] = \frac{[F]}{[a]} = \frac{[F][t]^2}{[l]} = \frac{\text{公斤} \cdot \text{秒}^2}{\text{米}}$$

工程单位制和物理单位制采取不同的基本单位，其主要原因在于前者是从实用上的方便出发，而后者则是从精确性的要求出发。工程中把力定为基本单位，在使用上是较方便的，但是重力随地域不同而改变，因此在物理学中必需用与地域无关的质量作为基本单位。

工程单位和物理单位是可以互相换算的。工程单位中，1 公斤的力也就是物理单位中 1000 克的质量的重量，而 1 克质量的重量等于 980 达因（取 $g = 9.80$ 米/秒²）。

§ 4. 第三定律和第四定律

第三定律（作用和反作用定律）：一物体对另一物体有一个作用力的同时，另一物体对该物体必有一个反作用力；作用力和反作用力大小相等，方向相反，且在同一直线上。

这个定律已在静力学中讲过，应该注意的是这个定律不仅在物体平衡时适用，而且也适用于作任何形式运动的物体。

以上三个基本定律，即所谓牛頓三定律，论述了质点在一个力作用下的运动规律。质点在多个力作用下运动的基本规律还必须进一步研究。根据实验证明，力的作用是互不相关的，因此有如下所述的第四基本定律。

第四定律(力的作用互不相关定律): 如在一个质点上同时作用有几个力, 則其加速度等于各力分別作用时所产生的加速度的几何和。

設在某一质点上作用了几个力 F_1, F_2, \dots, F_n , 质点在此力系作用下所产生的加速度为 a , 如各力分別作用时所产生的加速度分別为 a_1, a_2, \dots, a_n , 于是第四定律可表达为:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n. \quad (3)$$

在此式两端各乘以质点的质量 m , 則有

$$ma = ma_1 + ma_2 + \dots + ma_n.$$

因 $ma_1 = F_1, ma_2 = F_2, \dots, ma_n = F_n$,

于是得

$$ma = \Sigma F. \quad (4)$$

从上面的推論可知, 如在某一质点上同时作用了几个力, 則质点的质量与其加速度的乘积应等于諸力的几何和。

應該指出, 上述基本定律是对应于慣性参考系而言的, 因为在这些定律中所指的运动是在慣性参考系中观察的, 同时在这些定律中的力的概念, 也是根据慣性参考系中所观察的引起运动变化的原因而定义的。

§ 5. 古典力学的适用范围 · 空間和時間

机械运动是物质运动的一种形态。任何物质的运动都在時間和空間中进行。恩格斯指出: “物质的这两种存在形式假若沒有物质当然都是无, 是只在我們头脑中存在的空洞的观念、抽象。”^① 这种观点已为近代物理学的成就充分証实。在相对論力学中說明了: 空間和時間是同物体的运动联系在一起的; 只有当物体的速度远

① 恩格斯: 自然辯証法, 人民出版社出版, 1959 年版, 第 196 頁。

小于光速时，才可近似地把空間和时间与运动物体分开作为独立参数来处理。古典力学把空間和时间看作与物体的运动无关，也就是說，对不同的慣性参考系，空間和时间都认为是相同的。但是应该注意：在古典力学中把空間、时间和运动物体分开来，只是一种抽象化的近似方法。

古典力学的基本定律——动力学的四个基本定律是客观物质世界机械运动的基本规律的概括，綜合这些定律可以完整而且定量地描述出物质世界的机械运动。但是必須注意到这些基本定律只有在物体运动速度远小于光速时才是正确的。当物体速度接近光速时，就必须应用相对論力学来解决。在另一方面，如果我們所研究的現象牵涉到物质的微觀世界，这也是远非古典力学所能圓滿解决的，为此就需要应用量子力学的理論。

第十九章 质点的运动微分方程

§ 1. 质点的运动微分方程的形式

动力学的基本定律提供了质点的运动与作用力之间的关系。利用这些基本定律，就可以解决质点动力学的若干问题。

根据第二定律和第四定律有

$$m\mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F}. \quad (1)$$

把(1)式在直角坐标轴上(图 19-1)

投影, 因

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2},$$

故得

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= \Sigma F_x; \\ m \frac{d^2y}{dt^2} &= \Sigma F_y; \\ m \frac{d^2z}{dt^2} &= \Sigma F_z. \end{aligned} \right\}$$

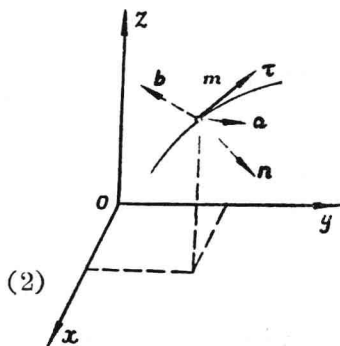


图 19-1

这就是直角坐标轴投影形式的质点运动微分方程。

再把(1)式在自然轴上(图 19-1)投影, 因 $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, $a_b = 0$, 得

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= \Sigma F_\tau; \\ m \frac{v^2}{\rho} &= \Sigma F_n; \\ \Sigma F_b &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

这就是自然轴投影形式的质点运动微分方程。

需要指出，在(2)、(3)二式的力的投影中，通常包括约束反力在内，在解题时可用同静力学一样的方法来解除约束。但与静力学所不同的是约束反力的大小和方向不仅决定于其他的作用力的情况，而且与质点的运动情况有关。

上述二种形式的质点运动微分方程可在解题时依据具体条件而选择采用较方便的形式。但是不管哪种形式，它们都建立了质点的运动与作用力之间的关系，已知其一就能求出其二。

动力学问题大体上可分成二类：

第一基本问题：已知质点的运动情况，求作用于质点的力。

第二基本问题：已知作用于质点的力，求质点的运动情况(包括运动方程、速度、加速度等)。在这类问题中需要将微分方程积分，因此还需事先给出运动的起始条件(质点在初瞬时的位置及速度)。

动力学中还有某些问题是第一与第二基本问题的综合。

§ 2. 质点动力学第一基本问题

在解决按质点的已知运动情况求作用力的问题时，可依下列步骤进行：1) 认定某质点作研究对象，并分析作用在该质点上的力(包括约束反力)；2) 根据该质点运动的给定方法(自然法或坐标法)，决定采用什么形式的运动微分方程；3) 列出质点的运动微分方程，将已知的运动规律代入微分方程，求出未知力。

〔例1〕 电梯以匀加速上升。求放在地板上的重 P 的物体对地板的压力(图 19-2)。

解：以重物为研究对象，作用于其上的力有重力 P 及地板的约束反力 N 。

写出运动微分方程：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = N - P.$$

由于质点作直线运动, 故 $\frac{d^2 x}{dt^2} = a$.

同时有
$$m = \frac{P}{g},$$

代入上式后即解得

$$N = P \left(1 + \frac{a}{g} \right),$$

重物对地板的压力

$$N' = N = P \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

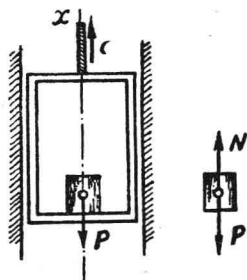


图 19-2

由此可见, 压力由二部分组成: 第一部分等于物体的重量, 这是当电梯静止或作匀速直线运动时所有, 称为静压力; 第二部分为 $\frac{P}{g}a$, 它只在物体作加速运动时才发生, 这部分压力称为动附加压力。全部压力 N' 称为动压力。本例中动压力大于静压力, 这种现象称为过载。由于过载, 不仅使地板所受的压力增大, 而且也使物体内部的压力增大。此时站在电梯内的人将感到很沉重。过载过大, 人将感到很难维持, 这是在宇宙航行中所必须解决的一个重要问题。

如果加速度 a 朝下, 动压力将为

$$N' = P \left(1 - \frac{a}{g} \right).$$

当 $a = g$ 时, $N' = 0$ 。这时物体各部分间消失了因重力引起的压力, 这种现象称为失重。在宇宙航行中也将要遇到。

[例 2] 桥式起重机上小车吊着重物, 沿横向作匀速运动, 速度为 v_0 。由于突然原因而急刹车, 这时重物因惯性必将绕悬挂点向前摆动。试求绳索的最大张力。设绳长为 l 。

解: 视重物为运动质点, 在其上作用有重力 P 和绳索的拉力 T (图 19-3)。当小车作匀速运动时, 重力 P 和绳索拉力 T 共线且大小相等。当突然刹车时, 重物以半径为 l 的圆弧向前摆去, 绳索与铅垂线偏离 φ 角。

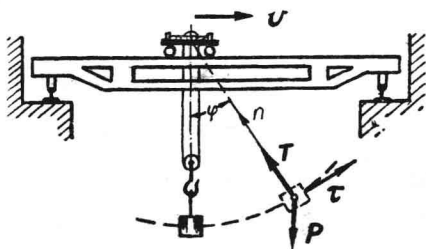


图 19-3