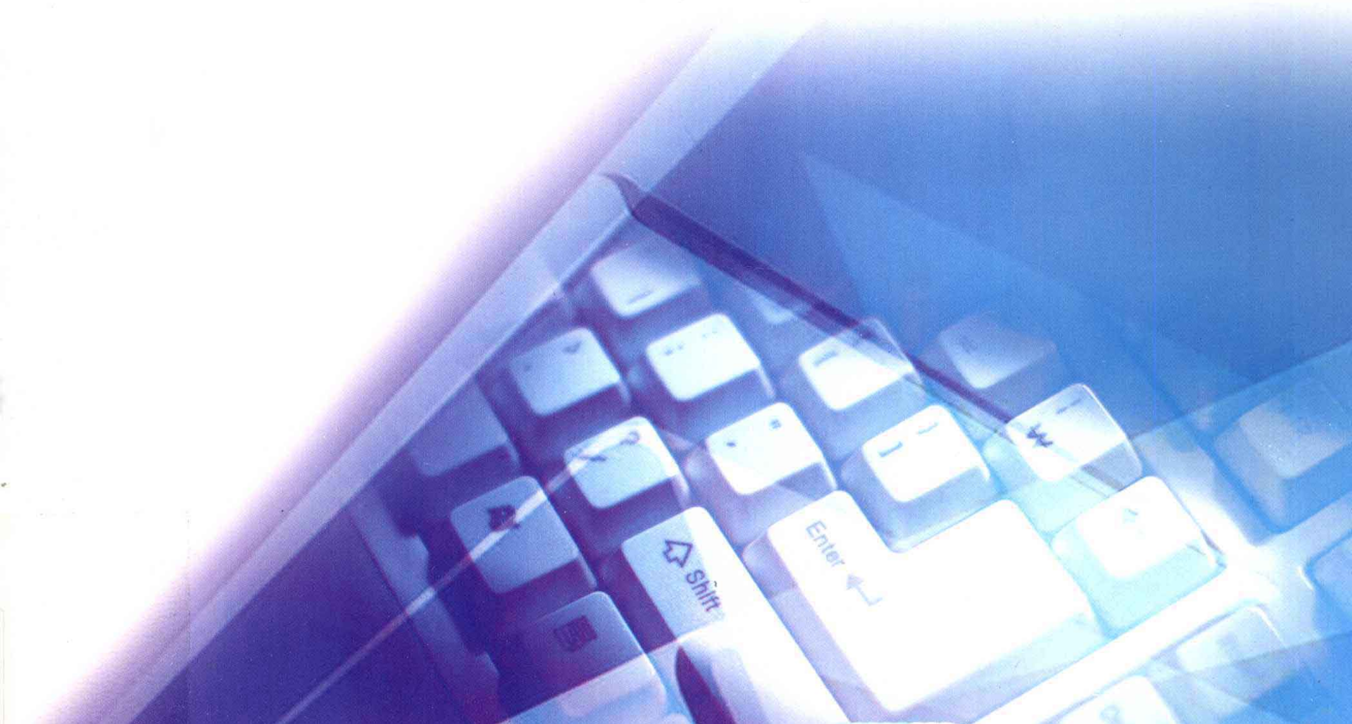
福建省精品课程
面向21世纪应用型本科计算机规划教材

离散数学

魏耀华　主编



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

离散数学

主　编　魏耀华
副主编　姜景莲　张顺森
编写者（以姓氏笔画为序）
孙平安　章　静　谭秋月

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/魏耀华主编. 一厦门 ：厦门大学出版社，
（面向21世纪应用型本科计算机专业规划教材）
ISBN 978-7-5615-3254-6

Ⅰ. ①离… Ⅱ. ①魏… Ⅲ. ①离散数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 003441 号

厦门大学出版社出版发行
（地址：厦门市软件园二期望海路 39 号　邮编：361008）
http://www.xmupress.com
xmup@public.xm.fj.cn
三明日报社印刷厂印刷
2011 年 1 月第 1 版　2011 年 1 月第 1 次印刷
开本：787×1092　1/16　印张：19.75
字数：445 千字　印数：1～3 000 册
定价：30.00 元

前 言

离散数学(Discrete mathematics)是研究离散量的结构及其相互关系的数学学科,是现代数学中几个重要分支的总称。在各学科领域,特别在计算机科学技术领域有着广泛的应用。

离散数学作为计算机科学和信息科学的数学语言,是计算机相关专业的专业核心课程,也是许多专业课程必不可少的数学基础。

离散数学研究基于离散空间而不是连续的数学结构,具有知识板块多,内容跨度大,系统性与逻辑性强的特点。在培养良好数学素养,提高抽象思维能力、缜密逻辑推理和抽象概括能力、归纳构造能力等诸方面具有重要的作用。

全书共分九章,包含了集合论、数理逻辑、抽象代数、图论等离散数学的诸多主要内容,涵盖了相关专业必备的知识结构体系中研究离散量所需的基本理论。

本书是福建省省级精品课程《离散数学》的配套教材。魏耀华教授在主持该精品课程建设中编制的PPT教学课件已在全国性数学教学网站"数苑网"交流推广。

本教材第1、7、8、9章由武夷学院魏耀华、谭秋月、孙平安编写,第2、3、4章由福建工程学院张顺淼、章静编写,第5、6章由武夷学院姜景莲编写。孙平安、谭秋月承担了全书格式的规范整理及全书内容的校对。

福建省数学会常务理事、省生物数学会常务理事、省教育学会数学教学委员会副理事长、刘用麟教授、博士,及武夷学院张廷枋教授审阅了书稿,并提出了宝贵意见。中国人民大学教材研究与开发中心、广东商学院吴赣昌教授,武夷学院教务处处长徐颖惠教授、科技处处长杨升副教授、数计系书记张志雄副教授,及厦门大学出版社眭蔚对本书的出版给予了指导、支持和关心扶植,谨此一并诚挚致谢!

书中不足之处难免,恳请同行和读者批评和指正。

编 者

2010年12月

目 录

第 1 章 集合论

集合论(set theory)是现代数学各分支的共同基础，是 19 世纪数学最伟大成就之一. 其基本概念已渗透到数学的几乎所有领域，是数学学科的通用语言和不可或缺的基本描述工具，也是构造所有其他离散结构的基础. 集合论体系分为朴素集合论和公理集合论，朴素集合论及其相关的概念是本门课程后续各章内容的基础. 集合论的研究起源于对数学的基础研究：对数学的对象、性质及其发生、发展的一般规律进行的科学研究. 随着计算机时代的到来，集合的元素已由传统的“数集”和“点集”拓展成包含文字、符号、图形、图表和声音等多媒体信息，构成了各种数据类型的集合.

离散数学的不少内容是研究用于表示离散对象的离散结构的，现代数字计算机也是离散的数据、离散的状态，而所有离散结构都可利用集合这个原始数据结构而构造出来.

1.1 集合的概念和表示

1.1.1 集合

集合(Set)是不能精确定义的最基本的数学基础概念①，只能给以非形式的描述，以对象的直观概念为基础把集合描述为一组对象. 集合论起源于 16 世纪末，而德国数学家康托②(Cantor)因在 1874—1884 年期间发表了一系列有关集合的论文，奠定了集合论的坚实基础，而被毫无争议地尊为集合论的创始人.

1. 集合的概念

集合(set)：在一定范围内讨论的具有某种共同性质的对象或事物所组成的一个整体.

元素(element)：这个整体中的对象或事物.

集合的元素可以是任何类型的事物，不仅仅限于数集. 且这些事物可以是具体的，也可以是抽象的.

例 1.1.1　直线上的点、英文字母表中的所有字母、教室内的桌椅、图书馆的藏书、全国的高等学校、自然数的全体、程序设计语言 C 的基本字符的全体等，均分别构成一个集合.

① 基础概念是不能用其他概念加以定义的概念，也是不能被其他概念定义的概念.

② 德国数学家，19 世纪数学伟大成就之一 —— 集合论的创立人.

实际应用时，它往往具有明确的范围或共同的某种性质. 集合用于把元素组织在一起，通常一个集合中的元素都有相似的性质.

例 1.1.2

① 某学校目前在册的所有学生组成一个集合；某学校正选修一门离散数学课的学生组成一个集合；某学校在册学生中正选修一门离散数学课的所有学生组成一个集合.

② 全体中国人可组成一个集合，每一个中国人均是这个集合的元素.

2. 集合的标记

通常用带(或不带)标号的英文大写字母，如 $A,B,C,\cdots;A_1,B_1,C_1,\cdots;X,Y,Z,\cdots$ 表示集合.

通常用带(或不带)标号的英文小写字母，如 $a,b,c,\cdots;a_1,b_1,c_1,\cdots;x,y,z,\cdots$ 表示集合中的元素.

例 1.1.3 几个常用集合的表示符号：

$\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$：在离散数学中，认为自然数是由 0 开始的，离散数学中使用扩展的自然数集(natural numbers).

$\mathbf{N}_m$：从 1 到 m 这 m 个正整数的集合.

$\mathbf{Z}$：所有整数(integers) 的集合.

$\mathbf{Z}_m$：从 0 到 $m-1$ 这 m 个非负整数的集合.

$\mathbf{Q}$：所有有理数(rational numbers) 的集合.

E：所有的偶数.

P：所有素数的集合.

$\mathbf{R}$：所有实数(real numbers) 的集合.

$\mathbf{R}_+$：所有正实数的集合.

$\mathbf{R}_-$：所有负实数的集合.

$\mathbf{C}$：所有复数(complex numbers) 的集合.

1.1.2 集合的表示

集合是由它包含的元素完全确定的，通常表示的方法有：

(1) 枚举法(roster)；

(2) 叙述法(描述法、隐式法，defining predicate)；

(3) 文氏图；

(4) 归纳法；

(5) 递归指定；

(6) 巴科斯范式(BNF)；

(7) 特征函数法.

1. 枚举法(列元素法)

将集合中的元素全部列出来，或者只列出集合中的部分元素，然后当元素的一般形式很明

显时就用省略号(…)表示.元素之间用逗号隔开,并把它们用花括号括起来.

枚举法的优点:元素一一列出,一目了然,或由前知后,是一种显而易见的显式表示法,具有透明性,但是一种"静态"表示.

枚举法的缺点:

(1) 在表示具有某种特性的集合或集合中元素过多时受到了一定的局限;

(2) 从计算机的角度看,如将这么多的"数据"输入到计算机中,将占据大量的内存;

(3) 有些集合不可以用枚举法表示,如实数集合.

例 1.1.4

①$A = \{a, b, c\}$;

②$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \cdots\}$;

③$E = \{a, a^2, a^3, \cdots\}$;

④$D = \{$桌子,台灯,钢笔,计算机,扫描仪,打印机$\}$.

2. 叙述法(描述法、谓词表示法)

集合的另一种表示方法叫作谓词法,又叫叙述法或性质描述法,它是利用集合中元素所具有的共同性质或满足的某种条件来刻画这个集合,从而决定了某一事物是否属于该集合的方法.设 x 为某类对象的一般表示,$P(x)$ 为关于 x 的一个命题,我们用$\{x \mid P(x)\}$表示"使 $P(x)$ 成立的对象 x 所组成的集合",其中竖线"|"前写的是对象的一般表示,竖线"|"后面写出对象应满足(具有)的属性.

表示方法:给定一个条件 $P(x)$,当且仅当个体 a 使 $P(a)$ 成立时,$a \in A$.其一般形式则为 $A = \{a \mid P(a)\}$.

叙述法的优点:

(1) 不列出集合中全部元素,而只需用文字或符号表出该集合中元素的属性;

(2) 在无法给出集合所有元素或集合的元素很多时,常用这一类方法描述集合.

叙述法的缺点:作为集合的成员必须具有可述的特性,并可用此特性来刻画集合的所有元素.

例 1.1.5

① 全体正奇数集合表示为 $S_1 = \{x \mid x$ 是正奇数$\}$;

② 所有偶自然数集合可表示为 $E = \{m \mid 2 \mid m$ 且 $m \in \mathbf{N}\}$,其中 $2 \mid m$ 表示 2 能整除 m;

③$[0,1]$上的所有连续函数集合表示为 $C_{[0,1]} = \{f(x) \mid f(x)$ 在$[0,1]$上连续$\}$;

④$B = \{a \mid a \in \mathbf{N}$ 且 $4 \leqslant a \leqslant 8\}$;

⑤$C = \{2^i \mid i \in \mathbf{Z}^+\}$,即 $C = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \cdots\}$.

3. 文氏(Venn)图法

文氏图是以英国 John Venn 的名字命名的,他在 1881 年介绍了这种图的使用.

文氏图的构造方法如下:

首先画一个大矩形表示表示在某个固定范围内的最大的所谓全集 U.其次在矩形内画一些圆或任何其他的适当的由闭曲线得到的几何图形的内部,表示全集 U 内较小的集合 A, B, C 等,不同的圆表示不同的集合.如果没有关于集合不交的特殊说明,任何两个圆应彼此相交.图

中可用阴影的区域表示新组成的集合.有时也用一些实心点来表示集合中特定的元素,如图 1-1-1 所示.

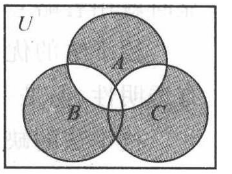


图 1-1-1

文氏图的优点:

(1) 文氏图可以形象、直观地表示集合之间的关系和运算,信息量大且富有启发性;

(2) 使用文氏图可以很方便地解决有穷集的计数问题.

4. 归纳法

归纳法是通过归纳定义集合,其主要由三部分组成:

第一部分:基础.它指出某些最基本的元素属于某集合.

第二部分:归纳.指出由基本元素造出新元素的方法.

第三部分:极小性.指出该集合的界限.

第一部分和第二部分指出一个集合至少包括的元素,第三部分指出一个集合至多要包含的元素.

例 1.1.6 集合 M 按如下方式定义:

① 每一个英文字母都是 M 中的元素;

② 如果 p,q 是 M 中的元素,则 pq,qp 也是 M 中的元素;

③ 有限次使用 ①、② 后所得到的字符串都是 M 中的元素.

5. 递归指定集合

通过计算规则定义集合中的元素.

例 1.1.7 设 $a_0=1, a_1=1, a_{i+1}=a_i+a_{i-1}(i\geqslant 1), S=\{a_0,a_1,a_2,\cdots\}=\{a_k \mid k\geqslant 0\}$.

6. 巴科斯范式(BNF)表示法

BNF(Backus Normal Form)常用来定义高级程序设计语言的标识符或表达式集合.

例 1.1.8 在 PASCAL 语言中,标识符集定义如下:

$$\langle \text{Letter} \rangle := \langle \text{Letter} \rangle \{\langle \text{Letter or digit} \rangle\},$$

$$\langle \text{Letter or digit} \rangle := \langle \text{Letter} \rangle \mid \langle \text{digit} \rangle.$$

7. 特征函数法(characteristic function)

集合 A 的特征函数是 $\chi_A(x)$:

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1,\text{若 } x\in A,\\0,\text{若 } x\notin A.\end{cases}$$

集合的多种表示方法可以相互转化.

1.1.3 集合与元素的关系

1. 集合中的元素是唯一确定的,且能够明确加以区别

集合中的元素是彼此互不相同的,如果同一个元素在集合中多次出现,应该认为是一个元素,例如

$$\{1,1,2,2,3,3\}=\{1,2,3\},$$

$$\{\{1,2\},4\} \neq \{1,2,4\},\{1,3,5,\cdots\} = \{x \mid x \text{是正奇数}\}.$$

集合的元素是无序的，例如

$$\{1,2,3\} = \{3,1,2\}.$$

元素、集合等概念又是集合论中最重要的概念，集合中元素的有三个重要的特性：互异性、无序性和确定性.

2. 隶属

元素和集合之间的关系是隶属关系，即属于或不属于，属于记作 $\in$，不属于记作 $\notin$.

例 1.1.9　a 是集合 A 中的元素，称 a 属于 A，记为 $a \in A$；a 不是 A 中的元素，称 a 不属于 A，记为 $a \notin A$.

集合中的元素亦可以是集合. 例如：$S = \{a,\{1,2\},p,\{q\}\}$. 但必须注意：$q \in \{q\}$，而 $q \notin S$，同理 $1 \in \{1,2\}$，$\{1,2\} \in S$，而 $1 \notin S$，如图 1-1-2 所示.

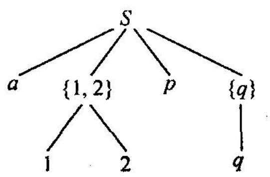


图 1-1-2

例 1.1.10　$A = \{a,\{b,c\},d,\{\{d\}\}\}$，这里的 $a \in A$，$\{b,c\} \in A$，$d \in A$，$\{\{d\}\} \in A$，但 $b \notin A$，$\{d\} \notin A$. b 和 $\{d\}$ 是 A 的元素的元素.

注意　对某个集合 A 和元素 a 来说，a 或者属于集合 A，或者不属于集合 A，两者必居其一，且仅居其一.

为了体系的严谨性，规定：对任何集合 A 都有 $A \notin A$.

例 1.1.11　（罗素 Russell 悖论）在一个很僻静的孤岛上，住着一些人家，岛上只有一位理发师，理发师在广告上写道："我给所有不给自己理发的人理发"，那么，谁给这位理发师理发？

解　设 $C = \{x \mid x \text{是不给自己理发的人}\}$，$b$ 是这位理发师.

如果理发师给 b 理发，即：$b \in C$，而理发师就是 b，则根据理发师的声明有 $b \notin C$；

如果理发师不给 b 理发，即：$b \notin C$，则根据理发师的声明又有 $b \in C$.

注意　$A = \{x \mid P(x)\}$，实际上不能保证对任意的性质 P，这样的定义都有意义.

例 1.1.12　$A = \{x \mid x \text{是实数}, x^2 < 0\}$ 有意义，即空集.

3. 外延性原理

在集合中，凡是相同的元素，均认为是同一个元素，并可将相同的元素合并成一个元素，即是说，这里所谈的"元素"都是"确定的"，能够明确加以"区分的"对象. 故我们认为集合中的元素都是不同的，且是无序的.

1.1.4　集合之间的关系

"集合"、"元素"、"元素与集合间的'属于'关系"是三个没有精确定义的原始概念，对它们

仅给出了直观的描述，以说明它们各自的含义.现利用这三个概念定义集合间的**相等关系**、**集合的包含关系**、**集合的子集**和**幂集**等概念.

1. 子集

定义 1.1.1 设有集合 A 与 B，若 A 中的每一个元素都是 B 中的元素，则称 A 是 B 的子集合，简称子集(subset).这时也称 A 属于 B，或 B 包含 A，记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.

包含的数学符号化表示为

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \text{对 } \forall x, \text{如 } x \in A, \text{则 } x \in B.$$

如果 A 不是 B 的子集或 A 不包含于 B，则记为 $A \nsubseteq B$(读作 A 不包含 B，或 B 不包含 A)，显然，

$$A \nsubseteq B \Leftrightarrow \exists x \text{ 有 } x \in A \text{ 但 } x \notin B.$$

例 1.1.13 设 $A = \{1,3,4,5,8,9\}$，$B = \{1,3,4,5,7\}$，$C = \{1,5\}$，$D = \{1,3,4,5,7\}$，则有

$$C \subseteq A, C \subseteq B, C \subseteq D, B \subseteq D, D \subseteq B,$$

但

$$D \nsubseteq A, B \nsubseteq A, A \nsubseteq B, A \nsubseteq D.$$

注意 对任意集合 A，都有 $A \subseteq A$(自反性).

隶属和包含的说明 隶属关系和包含关系都是两个集合之间的关系，对于某些集合可以同时成立这两种关系.

例 1.1.14 设 A 是一个集合，$B = \{A, \{A\}\}$，试问下述结论 $\{A\} \in B$ 和 $\{A\} \subseteq B$ 成立吗?

解 由于集合 A 是集合 B 的元素，所以有 $A \in B$，集合 $\{A\}$ 也是集合 B 的元素，所以有 $\{A\} \in B$；且由 $A \in B$ 可知 $\{A\} \subseteq B$.所以结论 $\{A\} \in B$ 和 $\{A\} \subseteq B$ 都成立.前者把它们看成是不同层次上的两个集合，后者把它们看成是同一层次上的两个集合.

例 1.1.15 $\{1\} \subseteq \mathbf{N}$，$\{1, 1.2, 9.9\} \subseteq \mathbf{Q}$，$\{\sqrt{2}, \pi\} \subseteq \mathbf{R}$.

两个集合相等，是按下述原理定义的.

外延性原理 两个集合相等，当且仅当两个集合有相同的元素，即：对于任意的元素 a，若 $a \in A$，则有 $a \in B$；若 $a \in B$，则有 $a \in A$.

定理 1.1.1 设 A 与 B 是任意两个集合，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，则称 A 与 B 相等(equal)，记为 $A = B$.

如果 A 与 B 不相等，则记作 $A \neq B$.

即，相等的数学符号化表示为

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ 且 } B \subseteq A.$$

例 1.1.16 集合 $A = \{a,b,c,b\}$，$B = \{a,b,c\}$，$C = \{c,b,a\}$ 是相等的.

例 1.1.17 集合 $E = \{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x^2 - 3x + 2 = 0\}$，$F = \{1,2\}$，$G = \{1,2,2,1,6/3\}$，则 $E = F = G$.

例 1.1.18 设集合 $A = \{x \mid x \text{ 是小于等于 4 的自然数}\}$，$B = \{0,1,2,3,4\}$，则 $A = B$.

定理 1.1.1 指出了一个重要原则：要证明两个集合相等，即要证明每一个集合中的任一元素均是另一集合的元素.这种证明是靠逻辑推理理论，而不是靠直观.

定义 1.1.2　设 A,B 为任意两个集合，如果 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$，则称 A 是 B 的真子集，记作 $A\subset B$，称"$\subset$"为真包含关系.

如果 A 不是 B 的真子集，则记作 $A\not\subset B$.

这时，或者 $A\not\subset B$，或者 $A=B$.

例 1.1.19　集合 $\{0,1\}$，$\{2,3\}$ 都是集合 $\{0,1,2,3\}$ 的真子集，但集合 $\{1,4\}$，$\{0,1,2,3\}$ 不是集合 $\{0,1,2,3\}$ 的真子集.

例 1.1.20　**N**，**Z**，**Q**，**R** 是如前所述的集合，则 **N**(自然数) $\subset$ **Z**(整数) $\subset$ **Q**(有理数) $\subset$ **R**(实数).

注意

(1) 如果 A 为 B 的真子集，则集合 A 的每一元素都属于集合 B，而集合 B 中至少有一元素不属于 A. 即

$$A\subset B\Leftrightarrow \forall x \text{ 如果 } x\in A\text{，则有 } x\in B\text{，并且 } \exists x \text{ 如果 } x\in B \text{ 则 } x\notin A.$$

(2) 符号"$\in$"和"$\subseteq$"在概念上的区别："$\in$"表示元素与集合间的"属于"关系，"$\subseteq$"表示集合间的"包含"关系.

2. 全集

定义 1.1.3　表示在某个固定范围内的所涉及的集合都是某个集合的子集，则称这个集合为全集(universal)，用 U 或 E 表示.

例 1.1.21

1. 在平面几何上，全集由平面上的全体点构成.
2. 在人口研究中，全集由世界上的所有人组成.

性质 1.1.1　全集只能是相对唯一的，而非绝对唯一的.

注意

(1) 全集是指在一个具体的问题中所涉及的集合的元素都属于的某个固定的大集合，即对于任一 $x\in A$，因 $A\subseteq E$，所以 $x\in E$；

(2) 研究的问题不同，所取全集也会不同. 即使是同一问题，侧重点不同也可取不同的全集.

如在初等数论中，全体整数组成了全集；方程 $x^2+1=0$ 的解集合，在全集为实数集时为空集，而全集为复数集时解集合就不再是空集，此时解集合为 $\{i,-i\}$，$i^2=-1$.

又如，在研究平面上直线的相互关系时，可以把整个平面(平面上所有点的集合)取作全集，也可以把整个空间(空间上所有点的集合)取作全集.

(3) 全集的概念相当于论域，只包含与讨论有关或涉及的所有对象，并不一定包含一切对象与事物. 一般地说，全集取得小一些，问题的描述和处理会简单些.

3. 空集

定义 1.1.4　不含有任何元素的集合，称为空集(empty set)，记作 $\varnothing$. 可表示为 $\varnothing=\{x\mid x\neq x\}$.

例 1.1.22　$S=\{x\mid x\text{ 是正整数并且 } x^2=3\}$，由于该方程没有实数解，即 $S=\varnothing$；

$A=\{x \mid x \in \mathbf{R}$ 且 $x^2+1=0\}$，由于该方程没有实数解，所以 $A=\varnothing$.

性质 1.1.2 空集是绝对唯一的.

证明 假设有两个以上的空集 $\varnothing_1$，$\varnothing_2$，由空集的定义有 $\varnothing_1 \subseteq \varnothing_2$ 且 $\varnothing_2 \subseteq \varnothing_1$，根据集合相等关系的定义，有 $\varnothing_1=\varnothing_2$.

所以，空集是唯一的.

说明 证明唯一性，通常采用反证法，假设不唯一，导致与条件矛盾或导致"假设"相同.

性质 1.1.3

(1) 对任意一个集合 A，都有 $\varnothing \subseteq A$(空集是一切集合的子集)；

(2) 对任意一个集合 A，都有 $A \subseteq A$(自反性)；

(3) 对任意集合 A,B,C，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$(传递性)；

(4) 对任意集合 A,B，$A=B$ 当且仅当 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$(反对称性).

证明

(1) 假设 $\varnothing \subseteq A$ 为假，则 $\varnothing \nsubseteq A$，即至少存在一个元素 x，使 $x \in \varnothing$ 且 $x \notin A$，因为空集 $\varnothing$ 不包含任何元素，则假设与 $x \notin \varnothing$ 矛盾，故即有 $\varnothing \subseteq A$.

(2) 对任意 $x \in A$，有 $x \in A$，所以 $A \subseteq A$.

(3) 对任意 $x \in A$，因 $A \subseteq B$，所以 $x \in B$，又 $B \subseteq C$，所以 $x \in C$，即有 $A \subseteq C$.

(4)"$\Rightarrow$"已知 $A=B$.

若结论不成立，不妨设 $A \subseteq B$ 不成立，即：存在一个 x，满足 $x \in A$ 但 $x \notin B$，这与结论 $B \subseteq A$ 矛盾，所以结论成立.

"$\Leftarrow$"已知 $A \subseteq B$ 并且 $B \subseteq A$.

若结论不成立，则有 $A \neq B$，则必存在一个元素 x，满足：

①$x \in A$ 但 $x \notin B$，这与由条件得到的 $x \in B$ 相矛盾；

②$x \in B$ 但 $x \notin A$，这与由条件得到的 $x \in A$ 相矛盾.

所以 $A=B$.

说明 反证法在集合论的证明中经常被采用. 性质(4) 常用来证明两个集合相等.

4. 基数

集合 A 中不同的元素的个数，称为集合 A 的基数(cardinality)，记为 $|A|$ 或 card$A$.

例 1.1.23 $|A|$ 是有限的，则称 A 为有限集合；$|A|$ 是无限的，则称 A 为无限集合.

例 1.1.24 $|\varnothing|=0$，$|\{\varnothing\}|=1$.

例 1.1.25 $A=\{a,b,\{e,f\}\}$，$B=\{a,\{a,\{a,b\}\}\}$，$C=\varnothing$，则 $|A|=3$，$|B|=2$，$|C|=0$，集合 A,B,C 为有限集.

例 1.1.26 $\mathbf{N},\mathbf{Z}^+,\mathbf{Z},\mathbf{R}$ 等为无限集.

定义 1.1.5 含有 n 个元素的集合 A，称 n 元集. n 元集的含有 $m(m \leqslant n)$ 个元素的子集，作它的 m 元子集.

一般来说，对于 n 元集 A，它的 $m(0 \leqslant m \leqslant n)$ 元子集有 2^n 个，不同的子集总数为 $C_n^0+C_n^1$