



状元笔记

教材详解

高中数学必修 1

RA

龙门书局教育研究中心组编

学科主编：傅荣强 李旦久 本册主编：李旦久 杨新萍

★ 内含教材习题答案 ★

取状元学习之精华
架成功积累之天梯

ZHUA
JI



YZLI0890141394



龍門書局

龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com

状元笔记

教材详解

高中语文必修①②③④⑤ (R、GJ、JS)

高中数学必修①②③④⑤(RA、BS、JS)

高中数学选修1-1、1-2、2-1、

2-2、2-3 (RA+BS+JS)

高中英语必修①②③④⑤ (R、BS、YL、WY)

高中英语选修⑥⑦⑧(R)

高中物理必修①② (R、GJ、JK)

高中物理选修3-1、3-2 (R、GJ)

高中化学必修①② (R、JS)

高中化学选修①③④⑤ (R+JS+SD)

高中生物必修①②③ (R)

高中思想政治必修①②③④ (R)

高中地理必修①②③ (R)

高中地理必修①② (HN)

高中历史必修①②③ (R、HNYL)

高中历史必修①②(RM)

名校名师课时作业

◎丛书简介:

本丛书为龙门书局联合江苏省、山东省、安徽省等众多百年名校名师合力打造的一套作业本类丛书,丛书原汁原味呈现了名校的内部资料,为众多读者揭秘有效、高效的学习方法。

◎图书特色:

- 1.融汇名校名师先进教学理念,突出高效的学习方法,帮助学生走出题海,轻松提升能力。
- 2.注重每份作业的题目组合设计,达到“1+1>2”的练习效果。
- 3.精选原创题、热点题、高考题,突出同步练习的应考性。
- 4.栏目分层设计,区分试题难度梯度,满足各个层次学生的不同需要。
- 5.章末专题复习,梳理本章学习规律,轻松练习中掌握学习方法。
- 6.活页设计方便、实用。

封面设计:魏晋文化

WEIJINWENHUA



本丛书配套同步练习
《名校名师课时作业》

ISBN 978-7-5088-3026-1



9 787508 830261 >

定价: 17.80元

状元笔记

教材详解

ZHUANGYUAN BIJI
JIAOCAI XIANGJIE

高中数学必修

1



YZLI0890141394

学科主编：傅荣强 李旦久
本册主编：李旦久 杨新萍
编者：王玉贵 王克才 谢广喜
审订专家：王国兴

龍門書局

北 京

版权所有 侵权必究

举报电话:010—64031958;13801093426

邮购电话:010—64034160

图书在版编目(CIP)数据

状元笔记教材详解:RA 版标本. 高中数学. 必修 1/龙门书局教育研究中心组编;傅荣强,李旦久学科主编. 李旦久,杨新萍本册主编. —北京:龙门书局,2011

ISBN 978-7-5088-3026-1

I. 状… II. ①龙… ②傅… ③李… ④李… ⑤杨… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 090830 号

策划编辑:田旭 刘娜 责任编辑:刘娜 唐旸 封面设计:魏晋文化

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

保定市中西美凯印刷有限公司 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2011 年 6 月第 一 版 开本:890×1240 A5

2011 年 9 月第二次印刷 印张:8

字数:248 000

定 价: 17.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

思路决定未来

状元的成功规律

① 天道酬勤

很多人都会把高考状元的成功归结为聪明,事实果真如此吗?在与他们接触了很久之后,我渐渐发现:他们中有一部分人的确是绝顶聪明,但更多状元的智商并不比普通人高太多,勤奋是他们共同的特质。江苏的一位状元说自己大年三十的晚上还学习到12点;河南的一位状元说自己在病床上还坚持看书;广东的一位状元对自己读了三年高中的县城竟然极其陌生……

这些事例再一次验证了:天道酬勤。

② 方法决定效率

他们每个人都有一套完整科学的学习方法,而且十分有效。我曾经反复揣摩他们的这些方法,禁不住欣欣然向往之:假若我们能懂得这些方法并在实际学习中灵活运用,北大、清华等一流名校的大门就会向我们敞开着。

有思路才有方法,好方法往往事半功倍!

③ 好心态比好成绩更重要

据我观察:他们心态都很好,也很自信。心理学家们认为:心理暗示往往能让人超越自己,激发潜力,增强自信心!

好书可以改变一个人的命运!

① 没有什么比基础更重要! 第一秘诀:以教材为中心,夯实基础

曾经有位高考状元跟我说,考试中真正的难题很少,题目不会做或者做错了,多数是因为基础掌握得不够扎实。很多学生自认为自己的基础很不错,其实对知识点的掌握还是似是而非,往往“知其然不知其所以然”,并没有完全吃透知识点。

这位状元还跟我说：平时看的最多的书就是教材，每次看都会有新体会，看教材不是简单的记忆，而是深刻的理解，要把每个知识点的来龙去脉搞得清清楚楚。在考试的时候，每一道考题都可以还原成教材里的例题或者习题。

我跟很多老师探讨过这位状元所说的话，大家都深以为然，教材知识是一切知识的起点和基础。在本书的“基础知识全解”这个栏目中，我们将知识点按照重要程度采用“能级”区分，每个知识点是应该“记忆”还是“理解”，存在什么样的“误区”，如何进行“延伸拓展”、“思维发散”等等都进行细致入微的讲解。目的就是帮大家尽力吃透教材，真正夯实基础。

② 素质、能力比成绩更重要，方法、技巧是素质与能力的体现

任何知识的学习，最终要归结在素质的养成和能力的提升上。靠不断地机械地做题，考试是不能提升素质和能力的，最重要的是如何将知识转化成为个人的素质与能力。拥有素质与能力，就能生发解决问题的方法与技巧，也就拥有了打开一切的“金钥匙”。拥有素质与能力，也定将能考出相当理想的成绩！

在本书的“方法·技巧·能力”栏目中，我们用案例的方式，帮助你发散拓展、突破思维障碍，学会综合运用、举一反三，破解误区和陷阱，最终实现从知识向能力的转化、迁移，培养你的创造性思维 and 创新能力。

③ 新颖、原创、应试

兴趣是最好的老师，人类认识自然、探索自然就是从好奇、兴趣开始的。在本书的编写中，我们力求使用最新颖的素材，让大家学会运用知识理解、分析、判断社会热点问题；我们力求最大程度用新方法、新思路去做一些原创的讲解和题目，当然也要保留多年沉淀下来的经典题目；我们也力求能够将考试融汇到日常的学习中，“随风潜入夜，润物细无声”，在不知不觉中培养考取高分的素质和能力。

《状元笔记教材详解》专家团队

龙门专家团队

丛书组编：龙门书局教育研究中心

总策划：田旭

执行编委：刘娜 王美容

各学科主编：语文：郭能全 王丽霞 涂木年

数学：李旦久 李新星 傅荣强

王思俭

英语：于静 张成标 赵炳河

朱如忠 陈俊

物理：胡志坚 张忠新

化学：曹丽敏 张希顺 朱智铭

生物：姚登江

历史：胡希 魏明 张华中

地理：何纪延 王太文

政治：张清

专家团队：

语文

方钧鹤(江苏省扬州中学副校长，特级教师，教授级高级教师)

蒋念祖(江苏省扬州中学语文教科室主任，教授级高级教师)

郭能全(山东省莱芜二中高级教师)

王丽霞(山东省潍坊市安丘实验中学高级教师，省级教学能手)

涂木年(广东省广州六中语文组组长，特级教师)

数学

王思俭(江苏省苏州中学数学教研组组长，教授级高级教师)

周敏泽(江苏省常州高级中学数学教研组长，特级教师，中国数学奥赛高级教练)

李旦久(山东省烟台一中中级教师)

英语

张成标(山东省济宁市育才中学高级教师，济宁市教学能手)

赵炳河(山东省东营市利津一中高级教师，省级教学能手)

朱如忠(江苏省扬州中学副校长，高级教师)

陈俊(安徽省安庆教研室特级教师，安徽省学术带头人)

朱尔祥(山东省潍坊一中高级教师)

刘德梁(安徽省安庆一中高级教师)

物理

朱浩(江苏省苏州中学特级教师，国际物理奥赛金牌教练)

陈连余(江苏省南京市金陵中学特级教师，市学科带头人)

张忠新(山东省潍坊一中高级教师，潍坊市教学能手，全国奥赛优秀指导老师，中国物理学会终身会员)

胡志坚(广东实验中学物理教研组组长，高级教师)

化学

顾德林(江苏省苏州中学特级教师)

朱智铭(北京市平谷中学化学组组长，高级教师)

张希顺(山东省潍坊中学化学组组长，高级教师)

曹丽敏(江苏省常州高级中学化学教研组长，高级教师，市学科带头人)

生物

王苏豫(江苏省金陵中学教授级高级教师，苏教版生物教材编委会委员)

姚登江(山东省邹城实验中学生物组组长，高级教师)

思想政治

赵浩岭(江苏省扬州中学特级教师)

马维俊(江苏省常州高级中学高级教师)

张清(山东省烟台一中备课组组长，中级教师)

历史

王雄(江苏省扬州中学高级教师，教授级高级教师)

魏明(山东省实验中学高级教师，省级骨干教师，市学科带头人)

地理

何纪延(江苏省苏州中学高级教师)

读者意见调查表

亲爱的读者朋友:

您好!感谢您选购龙门书局的图书(高中数学必修1·RA)。为了更好的满足您的学习需求,请将您的想法以及在使用过程中发现的不足和建议反馈给我们,以便不断提高图书质量。

1. 您认为本书的封面: A. 不错 B. 一般 C. 改进的地方 _____
2. 您认为本书哪些栏目对您学习帮助比较大(), 您认为本书哪些栏目对您帮助不大()
A. 基础知识全解 B. 方法能力探究 C. 从教材看高考
D. 课后习题 E. 教材习题答案
3. 吸引您购买本书的理由 ()
A. 知识点讲解全面 B. 方法能力讲解细致 C. 例题选取经典 D. 有易错提示
E. 有课后练习 F. 有教材与高考的联系 G. 有教材习题答案 H. 其他 _____
4. 您所在学校使用的教材版本(如 R、JS 等)
语文 _____ 数学 _____ 英语 _____ 物理 _____ 化学 _____
生物 _____ 地理 _____ 历史 _____ 政治 _____
5. 您周边同学使用最多的同步图书 _____
6. 您在学习过程中遇到哪些困难? _____
7. 您在使用本书时发现的错误(请标明页码、题号) _____
8. 您认为本书需要改进的地方及其他建议 _____

您的个人档案(请务必详细填写)

姓名: _____ 学校: _____
年级: _____ 通讯地址: _____ 省 _____ 市 _____
邮编: _____ 职业: 教师 学生 其他 _____
联系方式: _____

来信请寄:北京市东城区东黄城根北街16号龙门编辑部 王美容(收)

邮编:100717 电子邮箱:xiangjie99@126.com

目 录

第一章 集合与函数概念

1.1 集合	1
1.1.1 集合的含义与表示	1
1.1.2 集合间的基本关系	12
1.1.3 集合的基本运算	23
1.2 函数及其表示	37
1.2.1 函数的概念	37
1.2.2 函数的表示法	47
1.3 函数的基本性质	59
1.3.1 单调性与最大(小)值	59
1.3.2 函数的奇偶性	69
章末归纳总结	77
知识网络归纳	77
重难点自问与反思	78
方法能力探究	81
三年高考两年模拟	89
教材习题、习题演练参考答案	91

第二章 基本初等函数(I)

2.1 指数函数	107
2.1.1 指数与指数幂的运算	107
2.1.2 指数函数及其性质	116
2.2 对数函数	131
2.2.1 对数与对数运算	131

2.2.2 对数函数及其性质	139
2.3 幂函数	152
章末归纳总结	162
知识网络归纳	162
重难点自问与反思	162
方法能力探究	165
三年高考两年模拟	171
教材习题、习题演练参考答案	174

第三章 函数的应用

3.1 函数与方程	186
3.1.1 方程的根与函数的零点	186
3.1.2 用二分法求方程的近似解	199
3.2 函数模型及其应用	206
3.2.1 几类不同增长的函数模型	206
3.2.2 函数模型的应用实例	215
章末归纳总结	225
知识网络归纳	225
重难点自问与反思	225
方法能力探究	227
三年高考两年模拟	232
教材习题、习题演练参考答案	235

第一章 集合与函数概念

1.1 集 合

1.1.1 集合的含义与表示

芝麻开门

一位渔民非常喜欢数学,但他怎么也想不明白集合的含义,于是他去请教数学家:“尊敬的先生,请你告诉我,集合是个什么概念?”数学家很难回答那位渔民。

有一天,数学家来到渔民的船上,看到渔民撒下渔网,轻轻一拉,许多鱼在网中跳动,数学家非常激动,高兴地告诉渔民:“这就是集合!”渔民明白了:集合就是网中鱼的全休构成的一个整体!

基础知识全解

知识板块一 集合及有关概念

★★★知识点1 元素与集合的定义

〔理解〕 我们把研究对象称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合。

〔教材思考题〕

(1)(教材 P2 思考)例 3—例 8 均能组成集合. 它们的元素分别是:汽车,国家,正方形,点,方程的根,学生. 其共同点是由确定的事物的全体构成的整体。

(2)(教材 P3 思考)(1)是(2)否. 因为(1)中的标准明确,元素是确定的,符合集合定义;(2)中的“小河流”标准不明确,也就是说“我国的小河流”所指的个体对象不确定。

〈点拨〉 (1)集合是一个描述性概念,学习这个概念应注意:

①集合是一个整体;

②构成集合的对象必须是“确定”且“不同”的,其中“确定”指构成集合的对象具有明确特征,不可模棱两可;“不同”指构成集合的各个对象互不相同。

(2)集合常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示,元素常用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示。

〈归纳〉 集合可定义如下:由确定的事物的全体构成的整体为集合。

★★★★知识点2 集合元素的性质

〔理解〕 (1)确定性:设 A 是一个给定的集合, x 是某一具体对象,则 x 或者是 A 的元素,或者不是 A 的元素,两种情况必有一种且只有一种成立. 即:集合中元素的标准是明确给定的、是客观的. 如 $A = \{-2, 1\}$ 则有 $1 \in A$ 而 $3 \notin A$ 。

(2)互异性:集合中的元素必须是互异的,即:对于一个给定的集合,它的任何两个元

素都是不同的. 如 $\{x \mid (x-1)^2=0\}=\{1\}$ 而不能记为: $\{1,1\}$

(3) 无序性: 集合与其中元素的排列次序无关. 如集合 $\{a,b,c\}=\{b,a,c\}$

★★知识点3 元素与集合的关系

[理解] 元素与集合有且只有属于和不属于两种关系, 分别记为 $a \in A$, 读作 a 属于集合 A ; $a \notin A$, 读作 a 不属于集合 A .

★★知识点4 集合相等 (集合相等的第一定义)

[记忆] 构成两个集合的元素完全相同.

★★知识点5 集合分类

[理解] 有限集: 含有有限个元素的集合;

无限集: 含有无限个元素的集合;

空集: 不含任何元素的集合, 记为 $\emptyset$.

★★★★知识点6 常见数集

[记忆] 自然数集 记作 N

正整数集 记作 N^* 或 N_+

整数集 记作 Z

有理数集 记作 Q

实数集 记作 R

►【例1】给出下列命题:

① N 中最小的元素是 1; ② 若 $a \in N$, 则 $-a \notin N$; ③ 若 $a \in N, b \in N$, 则 $a+b$ 的最小值是 2, 其中正确的命题的个数是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

思路分析: 解题的关键是理解自然数集 N 的意义和集合与元素间的关系, 自然数集 N 中最小的元素是 0, 故①③不正确, 对于②若 $a \in N$, 即 a 为自然数, 当 $a=0$ 时, $-a \in N$, 所以②也不正确.

规范解答: A

教师点评 判断命题正误时举反例是一种好方法, 对于常用数集的表示要牢记, 尤其对于自然数集 N , 要明确 $0 \in N$, N 中去掉 0 的集合叫正整数集, 记为 N^* 或 N_+ .

►【变式训练】若 M 是由 1 和 3 两个数构成的集合, 则下列表示方法正确的是 ()

A. $3 \notin M$

B. $1 \notin M$

C. $1 \in M$

D. $1 \in M$ 且 $3 \notin M$

思路分析: 若 a 是集合 A 中的元素, 则说 a 属于 A , 记为 $a \in A$, 反之 $a \notin A$.

规范解答: C

教师点评 注意集合与元素之间的关系, 正确使用符号 $\in$ 与 $\notin$.

►【例2】若 $-3 \in \{a-3, 2a+1, a^2+1\}$, 求实数 a 的值.

思路分析: 由每个元素等于 -3 求出 $a \rightarrow$ 由集合元素互异性检验排除不合适的解.

规范解答:由已知得 $a-3=-3$ 或 $2a+1=-3$ 或 $a^2+1=-3$,

且 $a-3 \neq 2a+1 \neq a^2+1$,

①若 $a-3=-3$ 则 $a=0$, 此时 $2a+1=a^2+1=1$,

与集合中元素的互异性相矛盾, 故 $a=0$ 舍去.

②若 $2a+1=-3$ 则 $a=-2$, 此时 $a-3=-5$, $a^2+1=5$, 符合集合的特性.

③若 $a^2+1=-3$ 则 $a^2=-4$ 无解.

综上可知 $a=-2$.

教师点评 利用集合中元素特性来解题, 既要用元素的确定性, 又要利用互异性检验结果的正误, 该题中要对互异性高度重视, 此外, 本题中也涉及分类讨论的数学思想. 若读者有较清晰的实数概念, 易知 $a^2+1 \geq 1 > -3$, 从而可直接排除这种情形, 达到简化可能的分类讨论的效果.

►【变式训练】 由“ $2, a, b$ ”三个元素构成的集合与由“ $2a, 2, b^2$ ”构成的集合表示同一集合, 求 a, b 的值.

思路分析: 两集合相等, 同时要兼顾互异性.

解法一: 由 $\{2, a, b\} = \{2a, 2, b^2\}$,

$$\text{则 } \begin{cases} a=2a, \\ b=b^2, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=b^2, \\ b=2a, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=0, \\ b=1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=0, \\ b=0, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\text{再根据互异性检验得 } \begin{cases} a=0, \\ b=1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

解法二: 集合相等, 元素相同

$$\therefore \begin{cases} a+b=2a+b^2 \\ a \times b=2a \times b^2 \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} a+b(b-1)=0 & \text{①} \\ ab(2b-1)=0 & \text{②} \end{cases}$$

又 $\because$ 集合中元素互异,

$\therefore a, b$ 不同时为 0.

$$b \neq 0 \text{ 时 } \begin{cases} a=0, \\ b=1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}, \end{cases} \quad b=0 \text{ 时, } \begin{cases} a=0, (\text{舍}) \\ b=0, \end{cases}$$

$$\therefore a, b \text{ 的值为 } \begin{cases} a=0, \\ b=1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

教师点评 解法1直接利用集合相等的含义,解法2进行了等价转换.此题初学者往往忽略集合的特性而保留解 $\begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$ 而引起失误,应引起重视.一般地,若两个有限集

$A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 和 $B=\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 相等,则必有 $\sum_{j=1}^n a_j = \sum_{j=1}^n b_j$, $\prod_{i=1}^n a_i = \prod_{i=1}^n b_i$.

►【例3】 下列各组对象:①接近于0的数的全体;②比较小的正整数全体;③平面上到点O的距离等于1的点的全体;④正三角形的全体;⑤ $\sqrt{2}$ 的近似值的全体.

其中能构成集合的组数是

()

A. 2组

B. 3组

C. 4组

D. 5组

思路分析:集合中的元素必须是确定的.

规范解答:“接近于0的数”、“比较小的正整数”标准不明确,即元素不确定,所以①、②构不成集合.同样,“ $\sqrt{2}$ 的近似值”没有给出取近似值的标准(如“四舍五入法”、“收尾法”、“去尾法”等)和位数,因此很难判定一个数,比如1.5,是不是它的近似值,所以⑤也不是一个集合.③、④能构成集合.∴选A.

教师点评 判断集合是否成立时,集合元素的“确定性”、“互异性”是重要的标准.

►【变式训练】 下列各条件中,能够成为集合的是

()

A. 与 $\frac{2}{3}$ 非常接近的正数

B. 世界著名的科学家

C. 所有的等腰三角形

D. 全班成绩好的同学

思路分析:考查元素的“确定性”

规范解答:对于选项A、B、D没有明确的标准来衡量,故选C.

教师点评 在解决集合问题时注意集合元素的三点性质.在判断是否构成集合时尤其要注意确定性和互异性.

►【例4】 设 $x \in \mathbf{R}$,由实数 x 、 $-x$ 、 $|x|$ 、 $\sqrt{x^2}$ 、 $-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合M,最多含有元素的个数为

()

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

思路分析:本题重在考查元素的互异性,需要结合实数的性质去思考,尤其是要准确认识根式的意义.

规范解答:由算术根的概念, $|x| = \sqrt{x^2}$ 对任意的实数 x 都成立,所以在集合M中 $|x|$ 与 $\sqrt{x^2}$ 只能出现一个,又 $-\sqrt[3]{x^3} = -x$ 也是恒成立的,所以集合M中 $-x$ 与 $-\sqrt[3]{x^3}$ 也只能出现一个,又 $|x|$ 必等于 x 与 $-x$ 中的一个,且当 $x \neq 0$ 时, $x \neq -x$,所以集合M中的元素最多时有2个,故选A.

教师点评 正确的分析、化简数学算式,保证集合元素的“互异性”.

►【变式训练】若 $x \in \{1, 3, x^3\}$, 则有

A. $x=0$ 或 $x=-1$

B. $x=-1$ 或 $x=3$

C. $x=0$ 或 $x=-1$ 或 $x=3$

D. $x=0$ 或 $x=3$

思路分析: x 是集合的元素, 则 x 可以等于 1 或 3 或 x^3 .

规范解答: $\because x \in \{1, 3, x^3\} \therefore x=1$ 或 3 或 x^3

当 $x=x^3$ 时 $x=0, \pm 1$, 由于 $x^3 \neq 1, 3$,

$\therefore x \neq 1$, 故 $x=0, -1, 3$, 故选 C.

教师点评 求解 x 的时候必须考虑集合元素的互异性.

[总结] 本节难点: 集合中元素的性质的理解.

知识板块 集合的表示方法

★★★ 知识点 7 列举法

[掌握] 定义: 将集合中的元素一一列举出来, 并用 $\{ \}$ 括起来表示集合的方法叫列举法

(说明) (1)一般形式: $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$. 要求: ①元素一一列举; ②元素间用逗号分隔; ③放在 $\{ \}$ 内.

(2)一般用列举法表示元素个数较少的有限集.

(3)常用列举法表示:

数集: 如具体数集, 方程不等式的解等.

点集: 平面内的点集, 如 $\{(1, 1), (2, 3)\}$.

►【例 5】用列举法表示下列集合:

(1)小于 10 的所有自然数组成的集合;

(2)方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合;

(3)由 1~20 以内的所有素数组成的集合;

思路分析: 仔细分析条件, 找出集合中所有元素, 写在花括号内.

规范解答: (1)把小于 10 的所有自然数组成的集合记为 A, 则

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

(2)把方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合记为 B, $\because x^2=x, \therefore x^2-x=0$,

即 $x(x-1)=0, \therefore x=0$ 或 $x=1, \therefore B = \{0, 1\}$.

(3)把由 1~20 以内的所有素数组成的集合记为 C, 则

$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.

教师点评 (1)根据元素的无序性, 用列举法表示集合时写在花括号内的元素的顺序任意排列.

• (2) $\{ \}$ 具有“所有”、“全部”的含义.

►【变式训练】用列举法表示下列集合

- (1) 绝对值不大于 2 的整数;
- (2) 能被 3 整除且小于 10 的正数.

思路分析: 解此类题关键是准确找出集合中全部元素.

规范解答: (1) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,

(2) $B = \{3, 6, 9\}$.

教师点评 列举法务求写出所有元素, 要做到不重复不遗漏.

[教材思考题](教材 P4 思考)

(1) 集合 $\{2, 4, 6, 8\}$ 可用自然语言描述为: 所有大于 0 小于 10 的偶数.

(2) 不能, 因为 $x-7 < 3$ 解集内有无数个元素, 不可能把所有元素一一列举出来.

★★★ 知识点 8 描述法

[掌握] 定义: 用集合中所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法.

〈说明〉(1) 描述法也称性质描述法, 具体方法是: 在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值(或变化)范围, 再画一条竖线, 在这条竖线后面写出这个集合元素所具有的共同特征. 它的一般形式是 $\{x \in A \mid p(x)\}$ 或 $\{x \mid p(x), x \in A\}$. “ x ”为代表元素, “ $p(x)$ ”为元素 x 必须具有的共同特征, 当且仅当“ x ”适合条件“ $p(x)$ ”时, x 才是该集合中的元素, 此法具有抽象概括、普遍性的特点, 当元素个数较多时, 一般选用此法.

(2) 代表元素的取值(或变化)范围可以与代表元素一起写在竖线左侧, 也可以在竖线右侧对元素的取值(或变化)范围进行描述.

(3) 数集的代表元素多用小写英文字母表示; 点集的代表元素用有序实数对 (x, y) 表示.

►【例 6】用描述法表示下列集合

(1) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集.

(2) 不等式 $3x + 2 > 0$ 的解集.

(3) 大于 1 小于 5 的整数组成的集合.

思路分析: 弄清集合元素的构成, 描述法要找准元素的代表形式, 并准确简练地描述元素的共同特征性质.

规范解答: (1) 设方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解集为 A , 则 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

(2) 设不等式 $3x + 2 > 0$ 的解集为 B , 则 $B = \{x \in \mathbf{R} \mid 3x + 2 > 0\} = \{x \in \mathbf{R} \mid x > -\frac{2}{3}\}$.

(3) 设大于 1 小于 5 的整数组成的集合为 C , 则 $C = \{x \in \mathbf{Z} \mid x \text{ 是大于 1 小于 5 的整数}\} = \{x \in \mathbf{Z} \mid 1 < x < 5\}$.

教师点评 描述元素共同特征的方式有很多种,可以是自然语言,可以是数学表达式但应尽量简洁准确。(1)和(2)中集合描述法可表示为 $A=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$ 和 $B=\{x \mid x > -\frac{2}{3}\}$, 因为 $x \in \mathbf{R}$ 是明确的,可省略,但非 $x \in \mathbf{R}$ 时必须注明代表元素的取值(或变化)范围。

►【变式训练】 将下列集合改为用符号语言描述:

- (1)非负奇数集;
- (2)能被3整除的整数的集合;
- (3)第一象限和第三象限内的点的集合;
- (4)一次函数 $y=2x+1$ 与二次函数 $y=x^2$ 的图象交点的集合.

思路分析:从集合中元素(数或点)所满足的条件、具有的属性入手,联想有关的数学表达式.

规范解答: (1) $\{x \mid x=2k-1, k \in \mathbf{N}^*\}$; (2) $\{n \mid n=3k, k \in \mathbf{Z}\}$;

(3) $\{(x, y) \mid xy > 0\}$; (4) $\{(x, y) \mid \begin{cases} y=2x+1 \\ y=x^2 \end{cases}\}$.

教师点评 要重视同一数学对象的不同形态语言的表达方法及互译练习(如,普通语言、符号语言、图形语言),这对今后学习很重要.

►【例7】 用适当的方法表示下列集合:

- (1)24的正约数组成的集合;
- (2)大于3小于10的整数组成的集合;
- (3)方程 $x^2+ax+b=0$ 的解集;
- (4)平面直角坐标系中第二象限的点集.

思路分析:首先搞清楚集合的元素是什么,然后选用适当的方法表示集合.

规范解答:把24的正约数组成的集合记为A,大于3小于10的整数组成的集合记为B,方程 $x^2+ax+b=0$ 的解集记为C,平面直角坐标系中第二象限的点集记为D,则

- (1) $A=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$;
- (2) $B=\{x \in \mathbf{Z} \mid \text{大于3小于10的整数}\} = \{x \in \mathbf{Z} \mid 3 < x < 10\} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
- (3) $C=\{x \mid x^2+ax+b=0\}$;
- (4) $D=\{(x, y) \mid x < 0 \text{ 且 } y > 0\}$.

教师点评 列举法与描述法各有优点,列举法可以看清集合的元素,描述法可以看清集合元素的特征,一般含有较多或无数多个元素时不宜采用列举法,因为不能将集合中的元素一一列举出来,而没有列举出来的元素往往难以确定.

►【变式训练】 用适当的方法表示下列集合:

- (1)奇数集合;
- (2)由所有小于10的既是奇数又是质数的自然数组成的集合;
- (3)由平面直角坐标系内所有第三象限的点组成的集合;

(4)由方程 $x^2+x+1=0$ 的实数根组成的集合;

(5)由圆心为 M , 半径为 2 的圆周上的点构成的集合.

思路分析:集合中元素的性质特征 $\rightarrow$ 集合元素构成 $\rightarrow$ 选择恰当方法表示.

规范解答:(1) $A=\{x \mid x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}=\{x \mid x=2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$.

(2) $B=\{3, 5, 7\}$.

(3) $C=\{(x, y) \mid x < 0, y < 0\}$.

(4) $D=\{x \mid x^2+x+1=0\}$.

(5) $E=\{P \mid |PM|=2\}$.

教师点评 用描述法表示集合时注意: (1)弄清元素所具有的形式(即代表元素是什么), 是数、还是有序实数对(点)等; (2)元素具有怎样的属性.

〈点拨〉 用描述法表示集合时, 若需要多层次描述属性时, 可选用联结词“且”与“或”等联结; 若描述部分出现元素记号以外的字母时, 要对新字母说明其含义或指出其取值范围.

〈提醒〉 特别注意以下几种集合, 这是我们研究集合时的主要研究对象.

(1)一般数集.

(2)特殊数集: 如方程的解集; 不等式的解集等.

(3)平面点集.

(4)图形集.

[教材思考题](教材 P5 思考)

(1)[比较] 列举法与描述法的比较(表格)

	列举法	描述法	自然语言
特点	直观, 明了	概括性, 普遍性, 抽象性	
适用范围	元素个数较少的有限集, 不能表示无限集	常表示无限集	所有集合
联系	列举	通过对元素规律的观察, 概括出特征性质, 根据特征性质, 找出具体元素	描述

(2)

示例	自然语言	列举法	描述法
①	方程 $x^2+x-6=0$ 的根构成的集合	$\{-3, 2\}$	$\{x \mid x^2+x-6=0\}$
②	方程组 $\begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 的解集	$\{(4, -2)\}$	$\left\{(x, y) \mid \begin{cases} 2x-3y=14 \\ 3x+2y=8 \end{cases}\right\}$
③	10~20 之间 3 的倍数构成的集合	$\{12, 15, 18\}$	$\{x \mid x=3k, k \in \mathbf{Z} \text{ 且 } 10 < x < 20\}$