全国高级技工学校公共课教材

高等数学及应用

第2版

教师用书

人力资源和社会保障部教材办公室组织编写

中国劳动社会保障出版社

全国高级技工学校公共课教材

高等数学及应用（第2版）
教 师 用 书

张冬耕　主编

中国劳动社会保障出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学及应用（第2版）教师用书/张冬耕主编. —北京：中国劳动社会保障出版社，2010

全国高级技工学校公共课教材

ISBN 978-7-5045-8288-1

Ⅰ.①高… Ⅱ.①张… Ⅲ.①高等数学-技工学校-教学参考资料 Ⅳ.①013

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第085096号

中国劳动社会保障出版社出版发行

（北京市惠新东街1号 邮政编码：100029）

出 版 人：张梦欣

*

煤炭工业出版社印刷厂印刷装订 新华书店经销

787毫米×1092毫米 16开本 10.75印张 252千字

2010年5月第1版 2010年5月第1次印刷

定价：32.00元

读者服务部电话：010-64929211

发行部电话：010-64927085

出版社网址：http://www.class.com.cn

简　介

本书是全国高级技工学校公共课教材《高等数学及应用（第2版)》的配套用书，供教师在教学中参考。

本书以劳动和社会保障部培训就业司颁发的《高级技工学校数学课教学大纲（2008)》为依据编写，努力实现教材的编写意图，力求对教师备课提供多方面的帮助。

本书按照教材顺序编写。每模块的开篇均介绍有“教学要求”“课时安排”“教学建议”“教材分析”，帮助教师整体把握本模块的教学内容。每课题均先介绍学习本课题所需的预备知识和本课题的重点或难点，然后针对教材的各教学环节逐一解析或提示。

本书配有多媒体教学光盘。并含有教材中习题、自测题的答案和与教材配套的《高等数学及应用（第2版）练习册》的答案。

本书由张冬耕主编，冀燕钊主审。

目　录

模块一

微分及其应用

本模块的主要任务就是通过对本课程基本内容的学习，使学生获得一元函数微分的基本概念，掌握基本运算与基本应用技能。注重拓展学生分析和解决实际问题的能力，使学生能够利用所学知识分析解决专业课程中的相关问题和工作实践中的实际问题，为学生学习专业课程和从事技术工作做好必要的数学准备。

教学要求

1. 理解导数的概念，掌握导数的实际意义。

2. 熟练掌握导数的基本公式、运算法则和复合函数的求导法则；理解二阶导数的概念；能够运用导数解决实际问题。

3. 能够运用导数判定函数的单调性、极值；理解函数的凹凸性与拐点的概念，熟练地运用导数判定函数的凹凸性；能够运用导数的相关知识解决实际问题。

4. 理解函数微分的概念、导数与微分的关系；掌握微分基本公式和运算法则；能够运用微分的相关知识解决实际问题。

5. 理解曲率半径以及曲率的概念，掌握曲率与曲率半径的计算公式；掌握有关曲率中心以及曲率圆的概念与计算公式；能够运用曲率的相关知识解决实际问题。

6. 能够运用数学软件求函数的极限和导数。

课时安排

课题	理论课时	课堂演练或自测课时
课题一　导数的概念	2	
课题二　导数的运算	4	2
课题三　利用导数作图	6	2
课题四　微分	2	
课题五　曲率	2	
自测题		2

教学建议

1. 极限的概念和符号表示仅限于知识介绍，较复杂的极限的计算借助于数学软件进行。
2. 导数的概念宜从实例中引入，以帮助学生理解并提高学生的学习兴趣。
3. 对电类专业的学生，根据实际情况，曲率部分可作为选学内容。

教材分析

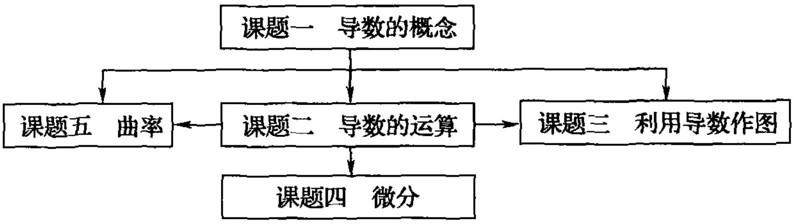
1. 本模块的知识结构

(1) 本模块与其他模块的关系

本模块是学习其他模块的基础。例如，极限的概念不仅是学习本模块中导数及其实际意义的基础，而且是学习后续模块中有关定积分、偏导数、方向导数以及二重积分的概念的基础。导数的概念、微分及其运算法则是学习后续模块中有关不定积分的概念及其运算、微分方程以及二元函数的微积分的基础。

(2) 本模块下的各课题之间的关系

在课题一中引入了导数这一新概念，导数的概念是本模块以及整个教材的基石。课题二导数的运算则是课题一导数概念的延伸，明确了导数基本公式和导数的运算法则；课题三至课题五体现的是导数在不同领域的应用。例如，导数对于判断函数的单调性、极值、凹凸性以及函数的作图方面的作用，导数对于微分和计算曲率等方面的作用。



2. 本模块知识的作用

本模块知识的主要作用就是解决有关函数变化率的计算、复杂函数的作图以及曲线的曲率等方面的实际应用问题。例如，计算作变速直线运动的质点在某一时刻的瞬时速度，绘制函数 $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ 的图形，研究函数的极大值、极小值，计算复杂函数的变化量以及确定磨削工件砂轮的半径等。

课题一　导数的概念

教学目标

1. 理解导数的概念；

2. 掌握导数的实际意义。

学习本课题所需预备知识：速度、平均速度的概念。

导数的概念特别是导数的实质以及导数的实际意义为本课题的教学重点。因为导数的概念是全书的基础，是学习后续相关知识的“钥匙”。可以结合后续知识和专业学习的需要，全面细致地指导学生运用导数的概念透彻地理解有关函数变化率的各类问题。运用导数的实际意义解决生产活动中的应用问题为本课题的教学难点。因为学生面对实际问题往往不知道如何应用导数的知识来解决。教师要多在这方面加以引导，在分析问题时抓住“函数的变化率”这个要领。

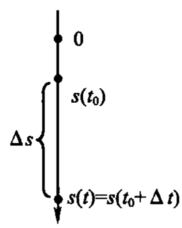
课题提出

见教材第 1 页，提出这个课题旨在通过对于“求作变速直线运动的质点在某一时刻的瞬时速度”这一类实际问题的分析，引入极限的概念。

课题分析

见教材第 1 ~ 2 页。

教学提示：要强调说明教材图 1—2 中的 $s=s(t)$ 是随时间 t 时刻变化着的位移函数。明确指出这里所提出的课题是计算作变速运动的质点的瞬时速度。用极限的思想表达瞬时速度。还要强调说明：由于时间 t 的变化（由 t_0 变化到 $t_0+\Delta t$，即时间 t 发生了变化量 Δt），使得位移由 $s(t_0)$ 变化到 $s(t)=s(t_0+\Delta t)$，即位移 $s=s(t)$ 产生的变化量为



$$\Delta s=s(t)-s(t_0)=s(t_0+\Delta t)-s(t_0)$$

如右图所示，增量就是变化量。

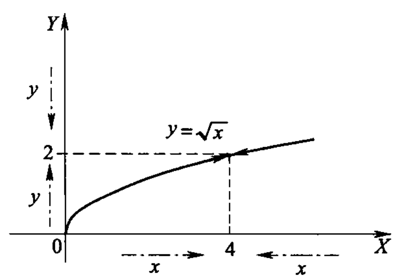
相关知识

一、极限的定义

见教材第 2 ~ 3 页 。

教学提示：这里所给出的极限定义是描述性的，并不要求给出极限的“$\varepsilon-N$”或“$\varepsilon-\delta$”等严格定义。

在推出极限定义时，建议采用数形结合的方法，结合图示讲解极限的定义，效果会更好一些。如 $\lim\limits_{x\to4}\sqrt{x}=2$，即，当 $x\to4$ 时，导致 $y=\sqrt{x}\to2$，如右图所示。



同样地理解：$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{x}=1$、$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2}$ 以及 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0$

等。

在教学中要强调：

（1）在极限的定义中，函数$f(x)$无限接近于一个常数A，是指函数$f(x)$与常数A之间的距离可以小到任意程度。

（2）函数的极限与自变量的变化趋势密不可分，如果自变量的变化趋势不同，即使是同一个函数，它的极限也会不同。

例如，对于$y=\frac{1}{x-1}$，有$\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{x-1}=1$、$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{1}{x-1}=-2$以及$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x-1}=0$等情形。

（3）在自变量的某一变化过程中，如果函数值不能与一个确定的常数无限地接近，则在此变化过程中，函数的极限不存在。

例如，当$x\to 1$，$y=\frac{1}{x-1}\to\infty$（不趋近于一个确定的常数），我们称函数$y=\frac{1}{x-1}$在$x\to 1$时极限不存在，但y值无限增大，通常将其记作

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}=\infty$$

“$x\to 1$”表示变量x无限地靠近于1，变量x与1的距离无限地趋近于零，但是$x\neq 1$，即变量x与1的距离又不等于零；“$x\to\infty$”表示变量x的绝对值无限地增大，符号∞并不代表某一个具体的很大的数，它只表示变量x的发展方向。

强调以上几点，使学生进一步加深对极限思想的领会，把握极限的本质。同时要注意适时地用所学知识呼应所提出的“课题”。

二、导数的定义

见教材第3页。

教学提示：通过对导数定义的讲授，要让学生明确：导数是函数的变化量与其自变量的变化量的商的极限。

导数的实质就是函数的变化率。

在讲解导数概念的过程中，要适时地照应所给的课题，时刻准备为解决课题服务。

例1 根据导数的定义，求函数$y=x^2$的导数。

选题立意：指导学生利用导数的定义计算导数。

解题思路：按照导数的定义计算函数的变化量与其自变量的变化量的商的极限。要注意思路清晰，条理清楚，步骤明确。

教学提示：通过本例的讲授，要达到训练学生学会利用导数的定义计算导数的目的。在解题过程中让学生体会到“计算函数的导数就是求函数的极限”。

课题实施

例2 见教材第4页。

选题立意：运用所学的相关知识解决所提出的“课题”。旨在考查应用导数的定义解决实际问题的能力。

解题思路：理解题意，建立锤头运动方程。把握导数的实质，发现锤头在任意时刻t处

的速度 $v=v(t)$ 就是其位移函数 $s=s(t)$ 对时间 t 的导数。运用导数的定义计算出结果。

教学提示：教师要注重对问题的分析，在学习了相关知识后，进行“课题实施”便可水到渠成。

引导学生发现：函数的导数本身也是一个函数。

如果要计算函数 $y=f(x)$ 的导数在某一点 $x=x_0$ 处的导数值 $f'(x_0)$，就一定要先求出函数 $y=f(x)$ 的导数 $y'=f'(x)$，再将 $x=x_0$ 代入其中，即

$$y'\big|_{x=x_0}=f'(x_0)$$

而不要先将点 $x=x_0$ 的值代入到函数 $y=f(x)$ 中再求导数，否则必有

$$f'(x_0)=(y\big|_{x=x_0})'=[f(x_0)]'\equiv 0$$

这种现象的发生是因为此时的 $f(x_0)$ 已经率先变为了常数。

三、导数的实际意义

1. 导数的物理意义

见教材第 4 页。

教学提示：在理解讲授“导数的实际意义”时要紧紧把握住“导数即函数在某一点处的变化率”这个本质。

涉及函数变化率的名词术语在专业课程以及实际生活中较为多见，要引导学生自行举例说明，如物理学中的加速度、电流强度等。

例 3 见教材第 5 页。

选题立意：考查应用导数的实际意义解释实际问题的能力。

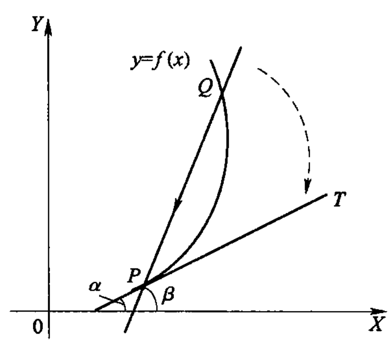
解题思路：根据导数的实际意义解释。

教学提示：通过对本例的解析，体会如何应用导数的实际意义解释实际问题。类似的案例，可以在实际教学中根据学生的具体情况进行具体的调整设置。

2. 导数的几何意义

见教材第 5 页。

教学提示：在讲授“导数的几何意义”时，首先要利用极限思想给出切线的定义：曲线 $y=f(x)$ 在 P 点处的切线，就是割线 $\overline{PQ}$ 当 $Q\to P$ 时的极限位置，如下图所示。



可以把切线形成的过程运用动画向学生演示，以便加深理解。由动画演示或联系图 1—4，观察理解斜率与导数二者之间的关联。

例 4 见教材第 5 页。

选题立意：考查应用导数的几何意义解释实际问题的能力。

解题思路：根据导数的几何意义求导数，得斜率，进而求得切线的点斜式方程。

知识链接

利用数学软件 Mathematica 计算函数的极限：

见教材第6页。

教学提示：输入语句时要把握两点：一是各种数学函数与数学符号在 Mathematica 软件中的规定表达方式；二是计算各种函数的命令在 Mathematica 软件中的固定输入格式。

例5 见教材第6~7页。

教学提示：在本例中，给出了计算极限值的两种方法，目的是为了对照和比较。利用软件输入法求极限，可以训练学生熟悉数学软件 Mathematica。运用数学方法求极限可以训练学生对于这两个经典例题的掌握。

课堂演练解答或提示

题目见教材第7页。

1. 解：(1) 物体在0~2 s内的平均速度为 $\bar{v}=\frac{6-0}{2-0}=3$ m/s。物体在10~13 s内的平均速度为 $\bar{v}=\frac{32-20}{13-10}=4$ m/s，所以物体在10~13 s时间内运动得快。

(2) $s'(1)=2$，说明当时间 t 趋于1 s时平均变化率 $\frac{s(t)-s(1)}{t-1}$ 的值趋于2，它表示该物体运动到1 s时，其瞬时速度为2 m/s。也就是说如果保持这一速度的话，它每秒可运动2 m。

$s'(3)=1$，说明当时间 t 趋近于3 s时，平均变化率 $\frac{s(t)-s(3)}{t-3}$ 的值趋近于1，它表示该物体运动到3 s时，其瞬时速度为1 m/s。也就是说如果保持这一速度的话，它每秒可运动1 m。

2. 解：由导数的几何意义可知，$k_{切}=y'|_{x=1}=f'(1)=5$，$k_{法}=-\frac{1}{k_{切}}=-\frac{1}{5}$，代入直线的点斜式方程，即得抛物线在点 $P(1,0)$ 处的切线方程为 $5x-y-5=0$，法线方程为 $x+5y-1=0$。

教学提示：在实际教学中，教师可以根据所在院校的具体专业，结合专业课程的需要，恰当地选择“课题提出”作为相关知识的课题引入。例如，下面的实例以及教材中的实际应用题，都是可供选择的素材。

实例 已知某质点在任意时刻 t 处的位移 $s(t)=\sqrt{2t}$，试求该质点在 $t=1$ 时的瞬时速度。

解 所谓瞬时速度就是质点的位移对于时间的变化率，由导数的定义可知，所给的质点在任意时刻 t 处的速度 $v=v(t)$ 就是其位移函数 $s=s(t)$ 对时间 t 的导数，即

$$\begin{aligned}v(t)=s'(t)&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\sqrt{2(t+\Delta t)}-\sqrt{2t}}{\Delta t}\\&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{2(t+\Delta t)-2t}{\Delta t[\sqrt{2(t+\Delta t)}+\sqrt{2t}]}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{2}{\sqrt{2(t+\Delta t)}+\sqrt{2t}}\\&=\frac{2}{\sqrt{2(t+0)}+\sqrt{2t}}=\frac{1}{\sqrt{2t}}=\frac{\sqrt{2}}{2}t^{-\frac{1}{2}};\end{aligned}$$

即 $v(t)=s'(t)=\frac{\sqrt{2}}{2}t^{-\frac{1}{2}}$，因此，该质点在 $t=1$ 时的瞬时速度为

$$v(1)=s'(1)=s'(t)\big|_{t=1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

课题二　导数的运算

教学目标

1. 熟练掌握导数的基本公式、运算法则和复合函数的求导法则；
2. 理解二阶导数的概念；
3. 能够运用导数解决实际问题。

学习本课题所需预备知识：导数的定义、导数的实际意义、加速度的概念。

导数的基本公式、运算法则和复合函数的求导法则为本课题的教学重点。因为只要涉及求导运算就必然离不开这些知识，必须设置相当数量的练习，并加以相应的分析指导来训练学生，使之熟练掌握。复合函数的求导运算、运用导数解决实际问题以及某些物理量的二阶导数的实际意义为本课题的教学难点。教师要多在这方面加以引导，抓住要领进行透彻的分析，教学中要注意循序渐进。

课题提出

见教材第 7 ~ 8 页，提出这个课题的目的是要让学生认识到仅仅运用导数的定义求出复杂函数的导数，是不现实的。要解决所给课题中的这类实际问题，还必须进一步地探索学习有关导数运算方面的更加广泛的知识。

教学提示：对于所给“课题”，教师在授课时，要向学生讲清楚曲柄滑块机构或曲柄连杆机构的工作原理，贯彻数形结合的思想，可以通过实物参观、模型及图片展示或动画演示等多种教学手段，帮助学生理解“课题”。

课题分析

见教材第 8 页。

相关知识

对于常见的基本初等函数（即幂函数、指数函数、对数函数以及三角函数与反三角函数）和常数函数的导数，根据导数的定义可以得到导数的基本公式。

一、导数的基本公式

见教材第 8 ~9 页。

教学提示：在“相关知识”中，可以直接给出导数的基本公式，说明这些导数公式可以在以后的求导运算中直接使用。要求学生熟记导数的基本公式。

对于指数函数和对数函数的导数要指出其底数 a 应满足条件：$a>0$ 且 $a\neq1$。

分析说明各个公式的特征，并注意多举一些具体的基本初等函数的例子，有助于学生记忆。

例如，由幂函数的求导公式 $(x^n)'=nx^{n-1}$ 可见，幂函数 $y=x^n$ 求导后，指数减 1、系数增了 n 倍。

在给出了导数的基本公式后，就可以解决后面的例 1、例 2 这样的单个基本初等函数的求导问题了。

二、导数的四则运算法则

见教材第 9 页。

教学提示：直接给出导数的四则运算法则，说明法则适用于由几个基本初等函数的四则运算所构成的函数的求导运算，并适时地列举一些例子来示范说明公式的运用。

在教学中要强调说明：

1. u、v 是以 x 为自变量的函数，c 是常数；
2. “可导”就是指导数存在。

对于两个函数乘积的导数 $(uv)'=u'v+uv'$，要把握“分别求导、交叉相乘取和”的特征，分清其中的 u、v 排列次序与求导次序，例如

$$(\underset{\substack{\uparrow\\u}}{\sin x}\cdot\underset{\substack{\uparrow\\v}}{\cos x})'=(\underset{\substack{\uparrow\\u}}{\sin x})'\underset{\substack{\uparrow\\v}}{\cos x}+\underset{\substack{\uparrow\\u}}{\sin x}(\underset{\substack{\uparrow\\v}}{\cos x})'$$

例 1　见教材第 10 页。

选题立意：考查运用导数的基本公式计算函数导数的能力。

解题思路：首先要求学生审题，认识到这里所给的函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 是 $n=\dfrac{1}{2}$ 的幂函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$，然后代入幂函数的导数公式 $(x^n)'=nx^{n-1}$ 中运算。

教学提示：对于用根式表示的函数 $f(x)=\sqrt[n]{x^m}$，在求导时要先化为指数为 $\dfrac{m}{n}$ 的幂函数 $f(x)=x^{\frac{m}{n}}$ 的形式，以利于运算。

例 2　见教材第 10 页。

选题立意：考查运用导数的基本公式计算函数在某一点处的导数的能力。

解题思路：先求导，再代值。

教学提示：关于求函数 $y=f(x)$ 在某一点 $x=x_0$ 处的导数值 $f'(x_0)$ 的问题，要遵循以下步骤：

1. 求出函数 $y=f(x)$ 的导数 $y'=f'(x)$，也称之为 $y=f(x)$ 的导函数；
2. 将点 $x=x_0$ 代入导函数 $y'=f'(x)$ 中，求得 $f'(x_0)$，即

$$f'(x_0)=y'\big|_{x=x_0}=f'(x)\big|_{x=x_0}$$

即“先求导，再代值”。

学生在这个问题上会产生的失误往往是“先代值”得一具体常数，“再求导”则为零，因此要提醒学生注意，在一般情况下：

$$f'(x_0) \neq [f(x_0)]' = 0$$

例 3　见教材第 10 页。

选题立意：考查运用导数的运算法则计算函数导数的能力。

解题思路：弄清所给函数的结构，运用导数的四则运算法则计算。

三、复合函数及其求导法则

1. 复合函数的定义

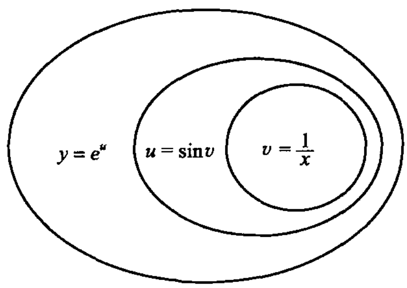
见教材第 10 页。

教学提示：在进行复合函数的教学时，要给出充分的时间，让学生领会消化，教师要准备足够的例题来讲解说明复合函数的复合结构，如分析 $y=\cos\dfrac{x}{2}$、$y=3e^{3x}$、$y=(2x+1)^{100}$、$y=\cos^2(x^2+1)$ 等函数的复合结构，目的在于熟练运用，不求复杂，摒弃烦琐。

“中间变量”是将几个函数联系在一起组成一个新函数的媒介。

例 4　见教材第 11 页。

教学提示：清楚地理解复合函数的定义，明确其复合结构十分重要，复合函数的结构就像洋葱的结构一样，层层包裹、套叠，只要对其逐层剥离，则其结构就会清晰呈现。本例所给复合函数 $y=e^{\sin\frac{1}{x}}$ 的复合结构如右图所示。



2. 复合函数的求导法则

见教材第 11 页。

教学提示：对于复合函数求导法则的训练，要切实掌握“由外及里、逐层求导”的原则，最终达到将复合结构了然于胸、一气呵成的境地。

例 5　见教材第 11 页。

例 6　见教材第 11 页。

注意到复合函数是由两个及以上的函数复合而成的，因此求导法则可简述为：由“外”向“里”逐层求导，也就是先对最外面的一层函数求导，同时将内层的函数视为一个整体——相当于一个自变量，然后再乘以这个整体的导数。

如在例 6 中，$y=2^{\sin^2 x}$ 这个函数的最外面一层是指数函数，此时，将 $\sin^2 x$ 视为一个整体，先求指数函数的导数，再乘以 $\sin^2 x$ 的导数。

教学提示：例 6 中给出了两种解法，虽然实质上都是在运用复合函数的求导法则，但是在熟练程度和解题质量上却有着本质的区别。同时方法 2 也为以后学习微分的计算埋下了伏笔。

课题实施

例 7　见教材第 11 ~ 12 页。

选题立意：运用所学的“相关知识”解决所提出的“课题”。旨在考查应用导数的实际意义以及运算法则解决实际问题的能力。

解题思路：审题，由题设建立滑块 H 的运动方程，求导得速度。

要求做到条分缕析地进行透彻的说明，要让学生明晰：

（1）由“课题分析”所得到的滑块 B 的运动规律，即其位移函数

$$s = s(t) = r\cos(\omega t) + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}$$

是含有复合函数的两个函数之和；

（2）根据导数的实际意义，所求滑块 B 在时刻 t 的运动速度 $v=v(t)$ 就是即其位移函数 $s=s(t)$ 对于时刻 t 的导数，即

$$v = v(t) = s'(t) = [r\cos(\omega t) + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}]'$$

（3）这个函数的求导要运用导数的四则运算法则、导数基本公式和复合函数的求导原理来进行，具体求导过程如下：

$$\begin{aligned} v = s'(t) &= [r\cos(\omega t) + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}]' \\ &= [r\cos(\omega t)]' + [\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}]' \\ &= -r\sin(\omega t) \cdot (\omega t)' + \frac{1}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}}[l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)]' \\ &= -\omega r\sin(\omega t) + \frac{(l^2)' - [r^2 \sin^2(\omega t)]'}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}} \\ &= -\omega r\sin(\omega t) + \frac{0 - 2r^2\sin(\omega t)[\sin(\omega t)]'}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}} \\ &= -\omega r\sin(\omega t) - \frac{2r^2\sin(\omega t)\cos(\omega t)[(\omega t)]'}{2\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}} \end{aligned}$$

即

$$v(t) = -\omega r\sin(\omega t) - \frac{\omega r^2 \sin(2\omega t)}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2(\omega t)}}$$

四、二阶导数

见教材第 12 页。

教学提示：二阶导数的计算就是在一阶导数的基础上再求一次导数。指导学生明确某些函数的二阶导数的实际意义，如位移函数 $s=s(t)$ 对时间 t 的二阶导数就是加速度，即 $a=s''(t)$ 等。

例 8　见教材第 12 页。

教学提示：通过本例进一步巩固学生对于导数的实际意义、求导运算的掌握。

知识链接

用数学软件 Mathematica 求函数的导数：

见教材第 13 页。

教学提示：所给函数越复杂、所求的导数的阶数越高，越能显示出用数学软件 Mathematica 求函数 $y=f(x)$ 的 n 阶导数的优越性，这里所设置的求函数 $y=x^2e^{2x}$ 的三阶导数 y''' 的计算，仅为训练学生掌握数学软件所用。

事实上，在实际应用中，求函数 $y=f(x)$ 的三阶及以上的高阶导数 $y^{(n)}$，对于学生而言，没有确切的实际意义，平时的教学中不必涉及。

课堂演练参考答案

题目见教材第 13 页。

1. 解：（1）$y'=-\dfrac{1+\cos x}{(x+\sin x)^2}$　　（2）$y'=12x^3+\dfrac{2}{x^3}+\cos x$

（3）$y'=(1-2x^{-\frac{1}{2}}+x^{-1})'=x^{-\frac{3}{2}}-x^{-2}$　　（4）$y'=3x^2\log_2 x+\dfrac{x^2}{\ln 2}$

（5）$y'=(x^2)'(\ln x+\sqrt{x})+x^2(\ln x+\sqrt{x})'$

$=2x(\ln x+\sqrt{x})+x+\dfrac{x\sqrt{x}}{2}$

（6）$y'=2x\sec x+x^2\sec x\tan x$　　（7）$y'=200(2x+1)^{99}$

（8）$y'=e^{2x}(2\sin 3x+3\cos 3x)$　　（9）$y'=-\dfrac{3}{2}\sin\dfrac{x}{2}+3e^{3x}$

（10）$y'=-2x\sin 2(x^2+1)$

2. 解：由导数的几何意义可知：$k_{切}=y|_{x=1}=(\ln x)'|_{x=1}=\dfrac{1}{1}=1$，切点为（1，0），代入点斜式方程，得切线方程为 $x-y-1=0$。

3. 解：（1）t 从 0 变到 1 时，$\bar{a}=\dfrac{9-0}{1-0}=9\ \text{m/s}^2$。它表示从 $t=0$ s 到 $t=1$ s 这段时间，汽车平均每秒速度增加了 9 m/s。用物理学知识解释就是：汽车在 $t=0$ s 到 $t=1$ s 这段时间内的平均加速度为 9 m/s^2。

t 从 3 变到 5 时，$\bar{a}=\dfrac{25-21}{5-3}=2\ \text{m/s}^2$。它表示从 $t=3$ s 到 $t=5$ s 这段时间，汽车平均每秒速度增加了 2 m/s。用物理学知识解释就是：汽车在 $t=3$ s 到 $t=5$ s 这段时间内的平均加速度为 2 m/s^2。

（2）因为 $f'(t)=(-t^2+10t)'=-2t+10$，所以 $f'(1)=8$。

它表示 $t=1$ s 时的瞬时加速度为 8 m/s^2。

4. 解：由导数的意义可知，电流强度 $I=Q'(t)=(2t^2+3t)'=4t+3$。当 $t=5$ 时，$I=Q'(5)=23$，故 $t=5$ s 时的电流强度为 23 A。

5. 解：$m'(t)=(m_0e^{-kt})'=-km_0e^{-kt}$