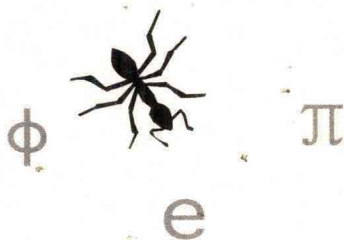


解码三大数学常数



e 的密码

2.718,

一个天设地造的数——永无止境又不循环，像宇宙一样没有尽头；

从17世纪“诞生”以来，像一位正值当打之年的科学泰斗，统御着科学的方方面面。

它一直都是个谜，令人感到神秘奥妙、玄机莫测，

迫使人们永无止境地探索。

陈仁政 / 著



科学出版社

内 容 简 介

本书以生动活泼的形式,通俗地介绍了对数的发明、这一发明的重大意义、如何用它来解决实际问题,以及常用对数的诞生和应用;翔实地揭示了自然对数的诸多之谜——它的底 e 为什么与圆周率 π 一样在整个科学中大放异彩?为什么数学家要用 e 作为自然对数的底?以 e 为底的对数为什么叫自然对数? e 究竟是一个什么样的数?……

本书不但把 e 融入整个数学以至科学之中,而且把人文精神融入其中,对提高人的综合素质,特别是培养人的健康心理大有裨益。

本书适合具有中等及以上文化的青少年或成人阅读,也是研究 e 的重要参考书。

您想看凡尔纳小说中的“冒牌大力士”吗?您想独自在拔河比赛中让一群人俯首称臣吗?那就“跟我走吧”,现在就出发,穿过快乐的河流,就会到达 e 的“老家”!

图书在版编目(CIP)数据

e 的密码 / 陈仁政著. —北京:科学出版社, 2011

(解码三大数学常数)

ISBN 978-7-03-030885-6

I. e … II. 陈… III. 数学—常数—普及读物

IV. 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 073468 号

责任编辑:李 敏 赵 鹏 / 责任校对:鲁 素

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 5 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2011 年 5 月第一次印刷 印张: 17 1/4

印数: 1—6 000 字数: 333 000

定价: 38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

丛书序

在美国加州谷歌公司总部的四座办公大楼中，有三座以数学符号命名：“Pi”（圆周率 π ）、“e”（自然对数的底）和“phi”（黄金分割数 ϕ ）。可见这“三大数学常数”在这个大公司中的至尊地位。无独有偶，以色列数学史家伊莱·马奥尔在《无穷之旅——关于无穷大的文化史》一书中，也称它们为“三个最著名的无理数”。

然而，国内除了出版为数不多的关于 π , e 的小册子和个别关于 ϕ 小册子之外，至今还没有以较大篇幅介绍这“数学三圣”的系统丛书。从国外译介到国内的作品也是如此。“苔花如米小，也学牡丹开。”《解码三大数学常数》丛书（以下简称“丛书”）的作者经过断续 29 年的努力，抛出了这套丛书之“砖”，以期引出各界的“玉”。

本丛书除了“数学三圣”和涉及的数学内容之外，还把包括物理、化学、天文、地理、生物、医学、文学、美术、音乐、环保等众多领域的内容有机地结合在数学之中。这不但显示出数学的广泛威力，而且展现出各学科之间的水乳交融；在这个意义上说，“数学三圣”是承载整个科学的“诺亚方舟”。“数学，无处不在。”德国 2008 年科普活动以数学为主题的这个口号，为这种威力和交融画龙点睛。而德国联邦教研部长莎万在这个活动的开幕式上说，应该让公众，特别是让青少年认识数学的丰富多彩和重要意义——数学是所有自然科学的共同语言。

本丛书由浅入深、化难为易，力图把“可怕”变为“可爱”，以消除“数学是可怕的专业”的误解。

本丛书将人文精神融入“好玩的数学”以至整个科学之中。这样，不但精彩纷呈的内容和妙趣横生的情节引人入胜，让读者充分感受数学之真、之美、之乐、之用，而且对提升人的综合素质——特别是锤炼健康心理大有裨益。

本丛书有一千多位各领域的科学家、文学家、艺术家和政治家等“大驾光临”，他们书写的人类可歌可泣的科学史和文化史，为我们留下了形形色色的宝贵财富。现在，先贤们的身影已经越来越模糊，但也越来越清晰——我们正在享受着这些财富带来的无穷福祉。当然，我们在“理所当然”和“习以为常”地享受这些福祉的同时，千万不能忘记这些财富本身的价值和意义：科学精神、科学思想、科学方法……

“天才和我们仅仅相距一步。同时代者往往不理解这一步就是千里，后人又盲目相信这千里就是一步。”对于这些“创造历史”的天才，日本“鬼才”小说家芥川龙之介在随想集《侏儒的话》中说，“同时代为此而扼杀了天才，后代又为此而在天才面前焚香。”我们相信，读者看了这套丛书之后，对这段关于天才与“我们”的精辟名言，能有更深刻的体会，从而“在你的心上，自由地飞翔”，幸福地走过人生的“水千条山万座”而有所作为。正是：“今夜，我在看星光灿烂。明晨，我要画朝霞满天。”

陈仁政

2011 年 4 月 30 日

目 录

从书序

第 1 章 激情相约爱丁堡——对数使科学家延寿	1
1.1 从第一级到第三级——数学运算“步步高”	1
1.2 “在离天很近的地方”——斯蒂费尔的遗憾	4
1.3 教授与贵族——激情相约爱丁堡	7
1.3.1 “巨人肩上”的对数	7
1.3.2 激情相约爱丁堡	8
1.4 汗水、智慧加机遇——纳皮尔发明对数	10
1.4.1 纳皮尔是如何发明对数的	10
1.4.2 对数的发展	12
1.4.3 “时代造就英雄，英雄创造历史”	14
1.5 科学更有力量——天才的遗憾	15
1.5.1 富翁依然钟情科学	15
1.5.2 多才多艺的天才	16
1.5.3 天才的遗憾	18
1.6 承伟业自有来人——从布里格斯到弗拉格	19
1.6.1 布里格斯握紧接力棒	19
1.6.2 郁金香花开的地方	22
1.7 伟大发明生“龙胎”——红极一时的“尺子”	23
1.7.1 揭秘计算尺	23
1.7.2 从冈特到武拉斯顿	25
1.7.3 无可奈何花落去	27
1.8 伟大发明生“凤胎”——红极一时的“表格”	28
1.8.1 常用对数表最受青睐	28
1.8.2 编制对数表的“流水账”	29
1.8.3 “落红不是无情物”	33

1.9 并非“风景这边独好”——“杀鸡杀喉”比尔吉	33
1.10 天文学家延寿一倍——拉普拉斯这样说	36
1.11 “迟到的爱”——对数在中国	38
第2章 无处不在的对数——“天地英雄”大显神通	42
2.1 “吹拉弹唱”也要讲数学——音乐中的对数	42
2.2 从希帕恰斯到普森——星星亮度的“对数尺”	44
2.2.1 “目视星等”的“对数尺”	44
2.2.2 “绝对星等”和“照相等”	47
2.3 借得“贝尔”寻规律——噪声的“对数尺”	48
2.3.1 常用对数度量噪声	48
2.3.2 响度感觉的实验研究	49
2.4 里克特的“尺子”——地震中的对数	51
2.4.1 里氏震级与常用对数	51
2.4.2 地震的烈度	53
2.4.3 里氏震级的改进	54
2.5 科学家笔下的曲线——实用的对数图	55
第3章 奇趣就在对数中——从$2>3$到3个2	57
3.1 $2>3$ ——欧拉时代的人“自摆乌龙”	57
3.2 对数的奇迹——你也能当速算大师	58
3.2.1 神奇的速算大师	58
3.2.2 棋盘上的麦粒和梵塔中的金盘	61
3.3 狄拉克也会疏忽——3个2的奇趣	63
3.4 对数表引出的祸殃——海难、蜜蜂和数学家	65
第4章 对数的华丽蜕变——“常用”和“自然”	66
4.1 以2为底的对数——神通广大应用广泛	66
4.1.1 以2为底的对数与2进制	66
4.1.2 从哈里奥特到莱布尼茨	67
4.2 常用对数——“爱你没商量”	69
4.2.1 为什么选择常用对数	69
4.2.2 对数的符号	71
4.2.3 酸碱度与常用对数	73
4.3 自然对数——不只是大自然的选择	74

4.3.1 为什么要用 e 作对数的底	74
4.3.2 以 e 为底的对数为什么叫自然对数	76
4.4 e 的又一用武之地——编造对数表	78
4.4.1 编造对数表的“原始”阶段	78
4.4.2 新方法让编造对数表进入“高速公路”	79
4.4.3 如何编造对数表	82
第5章 “王宫”中的漫游——数学殿堂中的 e	85
5.1 关系你的“钱包”——无处不在复利律	85
5.1.1 大自然的复利律	85
5.1.2 我们不会自成“大款”	88
5.1.3 富兰克林的捐款和拿破仑的带刺玫瑰	93
5.2 数学珍宝—— π 和 e 的“一家亲”	96
5.3 弟弟帮哥哥—— e 为 π 开路立功	97
5.4 π , e “连横合纵”之后——两种“桃园三结义”	99
5.4.1 π , e , i 的“桃园三结义”	99
5.4.2 π , e , ϕ 的“桃园三结义”	102
5.5 数学与物理——对数积分和指数积分中的 e	103
5.6 悄悄走近“数学王子”——素数研究中的 e	103
5.6.1 越来越先进的“筛子”	104
5.6.2 素数定理	104
5.6.3 有趣的素数分布	109
5.7 从麦齐里阿克到陈景润——华林 - 哥德巴赫猜想中的 e	113
5.7.1 不好解答的“ $1+1$ ”	113
5.7.2 华林的难题	115
5.7.3 “纯数学问题”有用吗	117
5.8 吉利斯猜想——梅森素数个数中的 e	118
5.9 半个世纪的积分探索——欧拉积分与 e	122
5.10 蠕虫能“如愿以偿”吗——欧拉常数中的 e	123
5.10.1 不老蠕虫爬长绳	123
5.10.2 欧拉常数藏玄机	125
5.11 自然数“切蛋糕”——“整数分拆”也要靠 e	128
5.11.1 自然数的“整数分拆”	128
5.11.2 从欧拉到波斯特尼科夫	129

5.12 对数正态分布——概率论中的 e	132
5.12.1 从钢丝长度到智商指数	132
5.12.2 概率论中的 e	134
5.12.3 买彩票有多少机会中奖	136
5.13 “双曲”与“三角”——这里也有 e	137
5.14 英国海疆长几何——分形公式中的 e	141
5.15 积分方程的滥觞——拉普拉斯变换和 e “结盟”	143
5.16 级数何名傅里叶——三角级数中“暗藏”的 e	144
5.17 从达·芬奇到伯努利——“悬在空中”的 e	147
5.17.1 来之不易的悬链线方程	147
5.17.2 跨越 300 年的美丽	149
5.18 聚首“中心”的“难题”——4 只甲虫如何爬行	151
5.19 数学也要“轻装上阵”—— e 与微积分	153
5.20 众“神”朝拜“美猴王”——离不开 e 的数学	155
第 6 章 “大众情人”——走出“王宫”的 e	158
6.1 物理学的宠儿	158
6.1.1 你也能当“大力士”——缆绳靠 e 系船舟	158
6.1.2 “滴答”声中的物理公式——摆锤振动中的 e	164
6.1.3 火箭飞天的奥秘——地球人借 e 上“青云”	165
6.1.4 匀速落地的降落伞——落体速度与 e	169
6.1.5 牛顿小试牛刀做“小菜”——冷却定律中的 e	171
6.1.6 从麦克斯韦到玻耳兹曼——刻在墓碑上的 e	174
6.1.7 煮不熟的米饭——气压随高度变化公式中的 e	177
6.1.8 植物学“联姻”物理学——布朗运动中的 e	179
6.1.9 阿氏常数这样测——“微粒公式”借 e 建功	180
6.1.10 电、光世界的宠儿—— e 和你时时相伴	183
6.1.11 不吃草的“马儿”——“衰变时钟”用 e 揭秘	185
6.2 化学中的反应速度和焓变	191
6.2.1 反应速度这样定——阿仑尼乌斯公式中的 e	191
6.2.2 “伤寒病”这样治疗——焓变公式中的 e	192
6.3 生物学、医学中的奥秘	193
6.3.1 生存竞争——弱肉强食方程中的 e	193
6.3.2 从人类到细菌——生物增殖中的 e	196

6.3.3 科学预测鼠疫病人数——疾病研究中的 e	202
6.3.4 生物体上的玄机——宇宙万物的“生长螺线”	204
6.4 生活与 e 相伴	205
6.5 科学和 e ——难舍难分的“情人”	208
第7章 掀起你的盖头来——e的“质”“量”大白天下	212
7.1 数系发展——从自然数到超越数	212
7.1.1 从自然数到无理数	212
7.1.2 从无理数到超越数	213
7.2 e 的性质——从无理数到非二次代数数	214
7.2.1 e 是无理数	214
7.2.2 e 是二次代数数	216
7.3 e 的性质——从无理数到超越数	216
7.4 e 的定义和符号——是“贵人”也是“打工仔”	217
7.4.1 e 的定义	217
7.4.2 e 的符号	224
7.5 计算 e 值——从欧拉到亚历山大·伊	226
第8章 妙趣横生的e——数学界的快乐天使	232
8.1 数学家的“魔术”—— e 的六类表达式	232
8.2 “乘积最大”和“开方最大”——这里 e 也显神通	235
8.2.1 何时“乘积最大”	235
8.2.2 何时“开方最大”	237
8.3 $\ln(-1) = ?$ ——伯努利和莱布尼茨的争论	239
8.4 “不考虑它们的收敛”——交错级数的悖论	240
8.5 “千条江河归大海”—— $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} + \cdots\right)^x = e$	241
8.6 大显神通靠“自然”——巧用欧拉公式解题	243
8.7 “极限点”与数学竞赛—— e 在几何中现身	244
8.8 不平等的拔河赛——你也能以少胜多	245
8.9 从 ω 与 e 的关系说起——万数回归“大自然”	246
第9章 何当痛饮黄龙府——等你揭开e的谜团	249
9.1 移植布劳威尔的难题—— e 是正规数吗	249
9.2 “简单”的难题—— π , e “家族”“无理”“超越”吗	250

9.3 “亲兄弟”为何分离——黎曼函数 ζ 中为何有 π 无 e	253
9.4 神秘的“近似”—— e 为何屡屡现身	256
9.5 弟弟为何不像哥哥—— e 有“ $\sqrt{\quad}$ ”表达式吗	256
9.6 寻找“准确”—— π , e 间有简洁的实数关系吗	257
9.7 “怪”还是“不怪”——对数先于指数	257
9.7.1 “不合逻辑”的发明	257
9.7.2 “逻辑怪胎”的启示	259
参考文献	261
后记	264

第1章 激情相约爱丁堡

——对数使科学家延寿

在能够对科学作出贡献的所有因素中，观念的冲破是最伟大的。

——英国物理学家约瑟夫·约翰·汤姆森

“混沌初分盘古先，太极两仪四象悬……”

可能，人类茹毛饮血的年代就有了数学，那我们就从数学运算谈起。

1.1 从第一级到第三级——数学运算

“步步高”

山洞口坐着一个失明的老人，他的眼睛是被俄底修斯刺瞎的。

这个不幸的老人，就是独眼巨人波吕斐摩斯。他每天只有一件事：照料他的羊群。

早晨，母羊外出吃草，每出去一只，他就从石子堆中捡起一颗石子。

傍晚，母羊归来，他就扔下一颗石子。当他把早晨捡起的石子全部扔光的时候，他就知道全部母羊已经返洞归家。显然，他用的是“一一对应”的计数方法。

这是约公元前八九世纪古希腊著名盲诗人荷马，写在《荷马史诗》中的故事。俄底修斯和波吕斐摩斯都是希腊神话中的人物。

但是，用一一对应计数法，既不能解决有多少只羊的问题，也不能解决一群羊增加或减少几只之后，有多少只羊的问题。于是自然数计数的方法应运而生——它解决了前一个问题。数的加法和减法也发明出来了——它解决了后一个问题。

当然，我们知道，加法和减法不但有数的加法和减法，而且包括集合的加法和减法。

人类最古老的文字中就有用符号表示的第一级运算——加法和减法。例如，古埃及艾哈麦斯纸草书中就有了加法和减法的符号。艾哈麦斯是大约公元前 20 世纪或公元前 17 ~ 前 16 世纪的埃及祭司和数学家，他的加号“ Λ ”是向右走的两只腿，他的减号“ ∇ ”是向左走的两只腿。后来，经过各国许多数学家的努力，才有今天的加号“ $+$ ”和减号“ $-$ ”。

今天的加号“ $+$ ”和减号“ $-$ ”，最早是 15 世纪的最后 20 年由德国人首先使用的。在德国德累斯顿城图书馆，保存着 1486 年的手稿卷 C·80，其中就有这两个符号。而最早（1489 年）在印刷的书（在莱比锡出版）中使用它们的，则是出生在捷克的德国数学家维德曼。

1690 年，大名鼎鼎的德国数学家莱布尼茨还发明了一个“概念加号”——“ $\oplus$ ”。它和“概念减号”——“ $\ominus$ ”或“ $-$ ”表示逻辑概念演算和逆运算。在内涵方面， $A \oplus B$ 表示既 A 且 B 的那个性质；在外延方面， $A \oplus B$ 表示属于 A 或属于 B 的那个类。

但是，在遇到“连加”或“连减”的时候，加法或减法的效率就低了。于是第二级运算——乘法和除法，以及乘号和除号又应运而生了。

在西方，“ $\times$ ”被称为和数学毫无关系的“圣安德鲁斜十字”。安德鲁是耶稣的 12 门徒之一，由于他被钉在斜十字架上处死，所以斜十字被称为圣安德鲁斜十字。1631 年，英国数学家奥特雷德，首先在他的《数学之钥》一书中使用了现代意义上的“ $\times$ ”。

用小圆点“ $\cdot$ ”表示乘号是为了避免乘号“ $\times$ ”和字母“ X ”混淆，它的发明者是莱布尼茨。他在 1698 年 7 月 29 日给瑞士数学家雅格

布·伯努利（1654—1705）即詹姆斯·伯努利，或他的弟弟约翰·伯努利（1667—1748）的一封信中，首先使用“ $\cdot$ ”表示乘号。

不过，有时“ $\cdot$ ”和“ $\times$ ”的含义是不同的，例如，在向量代数中， $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 表示 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的“数量积”，即“点积”，也就是“内积”；而 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 表示 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的“矢量积”，即“叉积”，也就是“外积”。



雅格布·伯努利

现在，在中国用“ $\times$ ”或“ $\cdot$ ”都符合规定，通常在字母前或括号前可以略去。而欧洲大陆派（如德国、法国、俄罗斯）规定用“ $\cdot$ ”表示乘号，其他国家则用“ $\times$ ”表示乘号。

今天用的除号“ $\div$ ”，被称为“雷恩记号”。它是瑞士数学家雷恩在1659年出版的一本代数书中，首先引用的。随着1668年这本书被译为英文，这个记号逐渐通用。

莱布尼茨是另一种除号——“ $:$ ”的发明者。他是在1666年的论文《组合的艺术》中，用“ $:$ ”作除号的，至今仍在使用。莱布尼茨不但微积分的发明者之一，也是一位数学符号大师——我们知道，他发明的几乎所有的微积分符号，我们至今还在使用。



莱布尼茨

第二级运算已经进步了，但是人们发现在“连乘”或“连除”的时候，还需要第三级运算。这就是乘方、开方和对数。

我们知道，乘方有开方和对数两种逆运算，而加法和乘法分别只有减法和除法各一种逆运算，这是第三级运算和第一、二级运算的不同之处。

现在用的乘方中指数符号的滥觞，是苏格兰数学家詹姆斯·休姆。他于1636年居住在巴黎的时候，用小的罗马数字放在字母的右上角表示指数。1637年，法国数学家笛卡儿完成了现代乘方中

的指数符号——在字母或数字的右上角用小的阿拉伯数字表示指数。

但是，笛卡儿的指数只是正整数，而法国数学家、物理学家和经济学家奥雷斯姆，荷兰数学家西蒙·斯蒂文、英国数学家沃利斯等，则先后使用或提到过分数指数和负数指数。法国数学家丘凯则最早使用了负数指数和零指数，符号与现代的比较接近。而现行的分数指数符号和负数指数符号，则出自大名鼎鼎的牛顿之手。1676年6月13日，他给英国皇家学会秘书奥尔登伯格转给莱布尼茨的信中，创设了这种指数。

虚数指数的发明者，是一位最先使用虚数的意大利业余数学家法格纳诺。他在1719年将 π 定义为 $2i \ln \frac{1-i}{1+i}$ 的时候，就用了虚数指数。

1679年，莱布尼茨在一封写给荷兰数学家、物理学家惠更斯的信里，在一个方程中引入了变指数。

在历经无数次变革之后，现代方根符号“ $\sqrt{\quad}$ ”由法国数学家卢贝在1732年首先使用 $\sqrt[3]{25}$ 之后，才逐渐流行，并用于各次方根。

随着乘方运算的出现，指数函数也出现了。数学家们用“exp”或“Exp”表示指数函数。例如，有时用“ $\exp x$ ”表示“ e^x ”这个指数函数。

可以想象，乘方的一种逆运算——开方的诞生，是“顺理成章”的。可是，乘方的另一种逆运算——对数的出生，就有些“难产”了。

1.2 “在离天很近的地方” ——斯蒂费尔的遗憾

“1533年10月3日是世界末日！”16世纪初，一个人这样预言。

听了他的宣传，他的追随者毁掉或消耗掉所有的财物，惶惶不安地等待着这一天的来临。但是，“世界末日”并没有如期而至。由于这一蛊惑人心的言论和传播被视为异端邪说的新教，他被当局投入监狱。

这个趣闻轶事的主角——“他”，就是德国数学家斯蒂费尔。

斯蒂费尔是德国厄斯林根地区的新教牧师，后来又在著名的哥尼斯

堡大学里担任神学和数学的讲师。

作为数学讲师，斯蒂费尔当然懂得一一对应的方法，于是在1544年，他就写了一本名叫《整数的算术》的书。在这本书中，他就几乎用这种方法建造了一座数学丰碑。



斯蒂费尔在书中欣喜地写道：“关于整数的这些奇妙性质，可以写成整本整本的书……”那么，斯蒂费尔发现了整数的什么“奇妙性质”，使他这样惊喜万分呢？我们还是先来看看他在书中的表1-1里的两个数列吧。

斯蒂费尔

表 1-1

...	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024	2 048	...
...	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...

容易看出，表1-1的上—列，是一个通项公式为 2^n （ n 为整数）的等比数列——他称为“原数”。下一列是一个整数构成的等差数列——他称为与原数对应的“代表人物”。这里说的代表人物，德文是 Exponent 或 exponent，也可翻译成“代表者”，而我们把它叫做“代言人”。

斯蒂费尔发现，如果要计算 16×128 的话，可以用下面的一种巧妙方法。

先找到16的代言人4，再找到128的代言人7，然后把4和7相加，就得到了 16×128 的新代言人11，最后找到11对应的新数2 048。这个2 048，就是 16×128 的答案。

如果把斯蒂费尔的方法用今天的数学语言来表示，就是这样一个对应关系：

$$\begin{array}{ccccccc} m & \times & n & = & mn \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \log_2 m & + & \log_2 n & = & \log_2(m \times n) \end{array}$$

真是美妙极了，计算乘法变成了计算比乘法更简单的加法！对此，

当然我们很容易理解，因为 $x^a \times x^b = x^{a+b}$ 。所以，表 1-1 实际上是底数为 2 的、最原始的对数表。

美妙的感觉还没有完——用它们还可以做除法哩！

举例来说吧，算 $2\,048 \div 128$ 的时候，只要用它们各自的代言人 11 和 7 相减，就得到新代言人 4，再由 4 找到对应的新原数 16 就是答案。当然，我们知道，这是因为 $x^a/x^b = x^{a-b}$ 。

一句话说完，利用这两个数列，就可以把较复杂的乘除法变成加减法。大致同时，法国数学家舒开也意识到这一点。

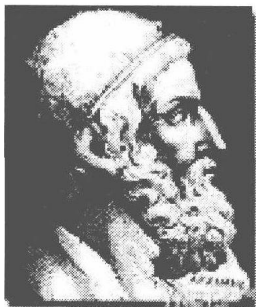
对于我们来说，斯蒂费尔的这个结论已经没有什么神奇之处，因为一眼就能看出，斯蒂费尔的代言人，就是原数以 2 为底的对数。例如， $\log_2 64 = 6$ 等。

我们还可以看出，斯蒂费尔实际上已经掌握了对数运算法则 $\log_2(MN) = \log_2 M + \log_2 N$ 和 $\log_2(M/N) = \log_2 M - \log_2 N$ 。

遗憾的是，在斯蒂费尔的时代，还没有分数指数的概念；那么，不是数列中的数要进行运算（如 17×127 和 $2\,049 \div 257$ ）又怎么办呢——它们没有“代言人”呀！

这些问题，把斯蒂费尔弄得焦头烂额，不知“云横秦岭家何在”。他只好说：“这个问题太狭窄了，所以不值得研究。”从此就“雪拥蓝关马不前”——把它搁到一边。

当然，斯蒂费尔也不是全然无功，他用的代言人这个词，后来被数学界正式采用，就是现在我们说的“指数（函数）”Exp 或 exp。而且，他还把这种对应关系推广到负指数、分指数的情形。



阿基米德

“在离天很近的地方，总有一双眼睛在守望”，这是歌曲《神奇的九寨》中的一句。可惜的是，斯蒂费尔在离天那么近的地方，却没能望见那神奇的“天堂”，已经走到发明天堂边缘上的脚又缩了回去，而把机会留给比他更

具慧眼的来者——约翰·纳皮尔。

不过，斯蒂费尔也不必懊悔。因为在他之前近两千年，比他更光辉夺目的巨星、古希腊数学家阿基米德，虽然也注意到类似关系的表 1-2 中的两个数列。可是，他也不知道，在高远的云端，还有对数那如花似玉般的容颜！

表 1-2

1	10	10^2	10^3	10^4	...
0	1	2	3	4	...

不过，阿基米德，特别是斯蒂费尔的前驱性工作，成了我们下面要说的纳皮尔发明对数的“巨人肩膀”。

1.3 教授与贵族——激情相约爱丁堡

1.3.1 “巨人肩膀”的对数

弹指一挥间，半个世纪过去了。阿基米德、斯蒂费尔的前驱性工作，在大约 1594 年开始绽花结果。经过多年的潜心研究，苏格兰数学家、物理学家和天文学家约翰·纳皮尔站在这些的巨人的“肩膀”上，发明了对数，也成了“巨人”。

在大约 20 年以后的 1614 年 6 月，居住在豪华庄园梅尔契斯顿堡的贵族约翰·纳皮尔，在苏格兰首府爱丁堡出版了大作《奇妙的对数定律说明书》。

这本 200 余页的书，公布了纳皮尔发明的对数的一些详情，和他编制的间隔为 $1'$ 的 7 位（一说 8 位）正弦对数表——世界上第一个三角函数的对数表，以及对数的性质、对数表的说明、使用规则和实例。