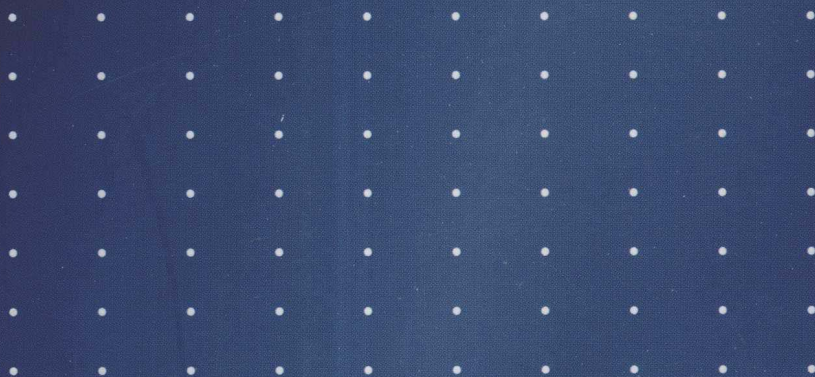


高 等 学 校 教 材

信号与系统分析

■ 金 波 张正炳 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高 等 学 校 教 材

信号与系统分析

X I N H A O Y U X I T O N G F E N X I

■ 金 波 张正炳 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书论述了信号与系统的基本理论和基本分析方法,内容符合教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会新制定的“信号与系统”课程教学基本要求。叙述方式从易到难,即从系统分析到信号分析。本书共分九章,包括:信号与系统的概念、连续系统的时域分析、连续系统的拉普拉斯变换分析、离散系统的时域分析、离散系统的 z 变换分析、连续信号的傅里叶级数分析、连续信号的傅里叶变换分析、采样信号的傅里叶分析和系统的状态变量分析。

本书的特点是淡化数学推导,注重概念的物理内涵;介绍涉及多个学科的工程应用实例;并强调 MATLAB 的应用。

本书简明易懂、风格独特、资料丰富、面向应用,可作为电气信息类专业本科生的教材,也可供相关人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/金波,张正炳编著. —北京:高等教育出版社,2011.4

ISBN 978-7-04-031516-5

I. ①信… II. ①金…②张… III. ①信号分析-高等学校-教材②信号系统-系统分析-高等学校-教材
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 018106 号

策划编辑	杜 炜	责任编辑	曲文利	封面设计	张申申	责任绘图	尹 莉
版式设计	余 杨	责任校对	杨雪莲	责任印制	朱学忠		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京铭传印刷有限公司

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×1092 1/16
印 张 30.5
字 数 750 000

版 次 2011 年 4 月第 1 版
印 次 2011 年 4 月第 1 次印刷
定 价 44.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 31516-00

前 言

本书编写的目的与定位

随着我国高等教育的不断发展以及生产结构的进一步调整,我国正处在工业转型的关键时期。国家制定了《国家中长期教育改革与发展规划纲要(2010—2020)》,高等教育也从数量发展进入到质量提高的阶段。建立我国高校分类体系,实行分类管理,引导高校合理定位,克服同质化倾向,是高等教育提出的新课题。同时教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会也制定了“信号与系统”课程教学基本要求,确定了“信号与系统”课程的基本内容。

经过 30 年改革开放,我国高等学校形成了研究型大学(985,211 大学)、应用型大学和技能型大学(高职院校)的多层次大学分类体系。因此,教材编写要与学校分类相配合。

本书是根据最新制定的“信号与系统”课程教学基本要求编写的。使用对象是应用型大学本科学生。由于经过 30 多年的教学实践和教学改革,逐步形成了自己对课程相关内容的独特理解,应用型本科大学教师和学生都希望编写一本符合他们实际情况、既满足教学基本要求又有加深拓宽的内容、加强工程实践能力培养的教材。本书就是本着这一基本思路编写的。其编写的指导思想是“立足基础,精选内容,突出应用,利于教学,便于自学”。在编写的过程中尽量参考国外优秀教材,选用其中的习题,使之与国际接轨。读者将会看到本书结构和习题都比较新颖。

“信号与系统”课程在大学电气信息类专业中的重要性

“信号与系统”是电气信息类各专业的平台课程,也是学习通信原理、数字信号处理和自动控制原理等课程的先修课程。信号与系统的概念出现在范围广泛的各种领域中,与这些概念有关的方法和思想在很多科学和技术领域起着重要的作用,例如在通信、航空与宇航、电路设计、声学、地震学、生物工程、能源产生与分配系统、化学过程控制及语音处理等方面。虽然在各个不同的领域中所出现的信号与系统的物理性质是很不相同的,但是信号与系统的原理、分析方法和工具在这些领域中都是适用的。因此,本书与其他同类教材不一样,是为学习电气信息类各专业核心课奠定基础,而不仅仅是以电子信息或通信工程专业为应用背景。

本书的组织结构与学时安排

在讲授本课程中,比较通行的有两种方法。一种是先讲授连续信号与系统后讲授离散信号与系统;另一种则是连续和离散并行讲授。本书编写采用第一种,因为这样更符合人们的思维方式,毕竟人们在日常生活中遇到的模拟信号多些。另外,一般同类教材编写顺序是先讲授信号分析后讲授系统分析。本书则是在介绍了信号与系统的基本概念之后就进行系统分析,然后再进行信号分析。选用这种讲授顺序的主要原因是:根据教学中先易后难的原则。在傅里叶变换、拉

普拉斯变换和 z 变换三大变换中,傅里叶变换是最难的,而拉普拉斯变换则最容易。教学实践证明学生往往学到有关傅里叶级数和变换的内容时,就有畏难情绪,以至有的同学学后面内容时就失去了信心。先易后难比较符合认知规律。

本书可划分为5部分:

1. 导论(第1章)
2. 连续系统分析(第2,3章)
3. 离散系统分析(第4,5章)
4. 信号分析(第6,7,8章)
5. 系统的状态变量分析(第9章)

本书每章以学习目标开始,学习目标列写了这一章主要的学习知识点以及掌握的程度。每章末都有小结和思考题,有助于学生总结出在这一章所得到的主要结论,并对这一章的主要问题思考,以便加深对课程内容的理解。

讲授全书内容约需64学时。本书标有“*”号内容为选讲内容,这些内容往往比较深入。另外,书中有关MATLAB的内容可以让学生自学,由于学时有限可在课外讨论。跳过这些内容并不影响本书的连续性。对于后续课程没有“数字信号处理”课程的专业,建议将第8章有“*”号内容讲授完,这需要再加8学时,共72学时,以便这些学生了解快速傅里叶变换(FFT)的原理与应用。

本书特点

在编写本书的过程中,编者力争体现知行统一、双向互动的教学理念,试图将信号与系统这种理论型课程转变为应用型课程,以实现因材施教,突出应用型大学的教材特色。

1. 淡化数学推导,注重数学运算的物理内涵

理论联系实际,淡化数学的严密推导和证明,强调各种概念的物理内涵。引导学生从不同的角度观察同一信号或系统,使信号与系统在时域、频域、复频域和 z 域的关系得到清晰的论述。并用各种比喻或简单的应用说明其数学原理,使课程通俗易懂。

2. 包含涉及多个学科的工程应用实例

由于是电气信息类专业的平台课程,因此是以这个大类的多学科的应用为工程背景。书中列举了通信、雷达测距、地震勘探、模拟滤波器设计、PID(比例、积分、微分)控制、电力传输、电视接收、异步电机故障检测、状态变量滤波器等诸多实例,体现了信号与系统广泛的工程应用背景。

3. 强调 MATLAB 应用

选用 MATLAB 作为辅助计算工具。在讲授某些内容需要用 MATLAB 计算或画图时,都会插入适当的计算机例题,以强化概念和完成各种计算。这些例题利用了标准的 MATLAB 函数,以及从控制系统、信号处理和符号数学工具箱中引入的一些函数,使读者随时学会用 MATLAB 解决问题。

本书的创新之处

1. 结构设计独特,利于理解和掌握

按照先易后难的认知规律组织教学内容,打破了传统的先信号分析再系统分析的内容组织。

信号与系统的核心内容就是三大变换,拉普拉斯变换用于连续系统的分析, z 变换用于离散系统的分析,而傅里叶变换主要用于信号的分析。其中傅里叶变换最复杂,共有四种表示形式。教学实践证明,本书的内容组织方式更容易被学生理解和接收。

2. 注重信号采样的“桥梁”作用

第8章的内容处理有独到之处,由连续时间信号采样、采样信号的频谱,引出时域采样定理。从采样样本中重构连续时间信号。从采样信号的频谱引出离散时间傅里叶变换(DTFT),并说明DTFT与 z 变换或连续时间傅里叶变换(CTFT)的关系。从周期信号采样的频谱引出离散傅里叶级数(DTFS)。这样就完成了四种信号的傅里叶表示。为了计算机计算,要将频谱离散化引出频域采样定理。通过图解方式说明了离散傅里叶变换(DFT)的演变过程,从而了解快速傅里叶变换(FFT)的原理和方法,理解了FFT参数选择的原理。

这与直接用定义给出各种傅里叶表达式的效果是不同的。

3. 本课程与相关课程的融合

应用型本科的课程体系应从“层状”结构转变成“网状”结构。即改变以往各门课程相互隔离的状态,相关的课程内容应适当融合。本书在这方面进行了尝试。如与通信系统融合的内容有:雷达测距、调制与解调、多路复用、双边带和单边带调幅等概念;与控制系统融合的内容有:系统方框图实现、开环和闭环系统、PID控制器、稳定性、波特图等分析方法;与数字信号处理融合的内容有:DTFT、DFS、FFT、地震勘探、数字梳状滤波器等;与电力系统融合的内容有:傅里叶级数、频谱分析、电力系统谐波分析、异步电机故障分析等;与模拟电路融合的内容有:模拟滤波器设计、系统的运放电路实现、波特图、状态变量滤波器等。

个性化多层次的习题设计

在精选习题时,本书采用分层次递进的结构。将习题分为三个层次:

1. 基本练习题

这是大多数学生必须会做的习题。

2. 复习提高题

这种题应难做些,不必要求人人会做,是给学有余力的学生提供的,特别是要考研的同学。

3. MATLAB 练习题

是供学生选用的,一般不要求。

另外,每章中还有训练基本概念的理解和简单计算的自测题。这些自测题多数是选择题和填空题,在课堂上就可以思考并解答。

参加本书编写的还有张正炳、黄金平、蔡昌新、蔡卫菊和刘开健。

本书承东南大学夏恭恪教授审阅,他对本书初稿进行了详细的修改并提出了一些非常好的建议,在此表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。

目 录

第 1 章 信号与系统的概念 1

1.1 信号的概念 1

1.1.1 信号 1

1.1.2 信号的分类 2

1.1.3 按持续时间对信号的分类 6

1.2 基本连续信号 7

1.2.1 分段直线的信号 7

1.2.2 实指数信号 10

1.2.3 复指数信号 11

1.2.4 正弦信号与谐波信号 12

1.2.5 内插函数 12

1.3 冲激函数 16

1.3.1 冲激函数的极限形式 16

1.3.2 冲激函数与阶跃函数的 关系 16

1.3.3 冲激函数的性质 17

1.3.4 冲激偶 19

1.3.5 冲激偶的性质 20

1.4 信号的运算 21

1.4.1 信号的相加与相乘 21

1.4.2 信号的导数与积分 22

1.4.3 信号的平移和反褶 22

1.4.4 信号的尺度变换 23

1.5 信号的时域分解 26

1.5.1 任意信号的冲激函数 表示 26

1.5.2 信号分解为直流分量 $f_D(t)$ 与交流分量 $f_A(t)$ 之和 26

1.5.3 信号分解为偶分量 $f_e(t)$ 与 奇分量 $f_o(t)$ 之和 27

1.6 系统的概念 29

1.6.1 系统 29

1.6.2 系统描述 29

1.6.3 系统的分类 30

1.7 系统的性质 31

1.7.1 线性性质 31

1.7.2 分解性质 31

1.7.3 非时变性质 32

1.7.4 线性非时变系统的性质 33

1.7.5 线性非时变系统 34

1.7.6 因果性 35

1.8 系统举例 36

1.8.1 通信系统 36

1.8.2 控制系统 37

1.8.3 雷达测距系统 37

本章小结 38

思考题 39

习题 1 40

第 2 章 连续系统的时域分析 45

2.1 系统模型的建立 45

2.1.1 电气系统 45

2.1.2 机械系统 46

2.1.3 机电系统 47

2.2 微分方程的经典解法 47

2.3 零输入响应和零状态响应 49

2.3.1 零输入响应 50

2.3.2 零状态响应和全响应 52

2.3.3 初始状态的讨论: 0_- 状态 和 0_+ 状态 53

2.4 冲激响应和阶跃响应 54

2.5 卷积积分(简称卷积)	55	3.4.1 微分方程的解	104
2.5.1 卷积的意义	55	3.4.2 系统函数	105
2.5.2 卷积的图解计算	56	3.5 动态电路的拉普拉斯变换	
2.5.3 卷积的解析计算	60	分析	107
2.5.4 卷积的性质	62	3.5.1 电路元件的 s 域模型	107
2.6 系统的互联	68	3.5.2 电路定律的 s 域形式	109
2.7 相关及其应用	69	3.5.3 动态电路的分析	110
2.7.1 自相关与互相关	69	3.6 系统函数与系统特性	114
2.7.2 雷达测距系统中应用:延时		3.6.1 系统函数的零极点分布	114
检测	70	3.6.2 零极点分布与冲激响应	117
2.8 卷积与变换法	73	3.6.3 系统的稳定性	119
2.9 附录:冲激响应的求法	74	3.6.4 系统的强迫响应	123
本章小结	76	3.6.5 系统的正弦稳态响应	125
思考题	78	* 3.6.6 任意信号输入的零状态	
习题 2	78	响应	126
第 3 章 连续系统的拉普拉斯变换		3.7 系统实现	131
分析	83	3.7.1 基本模拟单元及连接	
3.1 拉普拉斯变换和收敛域	83	方式	131
3.1.1 拉普拉斯变换的定义	83	3.7.2 系统实现方式	133
3.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	84	* 3.7.3 采用运算放大器的实现	
3.1.3 三个基本函数的拉普拉斯		方式	137
变换	85	3.8 信号流图与梅森公式	140
3.2 拉普拉斯变换的性质	86	3.8.1 信号流图	140
3.2.1 线性性质	87	3.8.2 信号流图的性质	142
3.2.2 时移性质	87	3.8.3 梅森(Mason)公式	143
3.2.3 频移性质	89	3.9 控制系统中的应用:PID	
3.2.4 尺度变换性质	89	控制器	146
3.2.5 时域微分性质	90	3.10 系统的频率响应	150
3.2.6 复频域微分性质	91	3.11 波特图	153
3.2.7 时域卷积性质	92	3.11.1 常数因子 K	154
3.2.8 初值定理	92	3.11.2 积分和微分因子	154
3.2.9 终值定理	93	3.11.3 一阶零极点因子	155
3.3 拉普拉斯反变换	96	3.11.4 二阶零极点因子	156
3.3.1 部分分式展开法	96	3.11.5 从频率响应求系统	
3.3.2 应用拉普拉斯变换的		函数	159
性质	100	3.12 $H(s)$ 零极点与滤波器设计	160
3.4 微分方程的拉普拉斯变换解	104	3.12.1 几何作图法确定频率	
		响应	160

3.12.2 低通滤波器	162	思考题	220
* 3.12.3 巴特沃思低通滤波器的 实现	163	习题 4	221
* 3.12.4 全通滤波器	166	第 5 章 离散系统的 z 变换分析	225
* 3.12.5 最小相位滤波器	168	5.1 z 变换及收敛域	225
3.13 附录:双边拉普拉斯变换	169	5.1.1 z 变换的定义	225
本章小结	171	5.1.2 z 变换的收敛域	226
思考题	173	5.1.3 几个基本信号的 z 变换	227
习题 3	174	5.2 z 变换的性质	228
第 4 章 离散系统的时域分析	183	5.2.1 线性性质	228
4.1 引言	183	5.2.2 乘以 a^k (z 域尺度变换)	229
4.2 离散时间信号及其时间特性	184	5.2.3 移序性质	230
4.2.1 离散时间信号及其描述 方法	184	5.2.4 z 域微分	231
4.2.2 基本离散时间信号	186	5.2.5 时域卷积	231
4.2.3 离散信号的运算	190	5.2.6 时域求和	232
4.3 离散系统的描述及其性质	192	5.2.7 初值与终值定理	232
4.3.1 离散系统的数学模型	192	5.3 z 反变换	234
4.3.2 系统的性质	194	5.3.1 幂级数展开法	235
4.4 差分方程的解法	195	5.3.2 部分分式展开法	236
4.4.1 差分方程的迭代解法	196	5.4 差分方程的 z 变换解	239
4.4.2 差分方程的经典解法	198	5.4.1 差分方程的解	240
4.4.3 零输入响应和零状态 响应	200	5.4.2 系统函数	240
4.4.4 离散系统的初始状态	202	5.5 系统函数与系统特性	243
4.5 冲激序列响应与阶跃序列 响应	205	5.5.1 系统函数的零点和极点	244
4.6 离散卷积	207	5.5.2 零极点分布与冲激响应	245
4.6.1 卷积和的意义	207	5.5.3 因果性与稳定性	248
4.6.2 离散卷积的性质	208	5.5.4 系统的强迫响应	249
4.6.3 离散卷积的计算	209	5.5.5 系统的正弦稳态响应	250
4.7 系统的互联	215	5.6 系统实现	251
4.8 地震勘探系统中的应用:反卷积 及其应用	216	5.6.1 离散系统的连接	251
4.9 附录:离散冲激序列响应的 计算	217	5.6.2 离散系统的实现方法	252
本章小结	219	5.7 离散系统的频率响应	255
		5.7.1 频率响应的特点	255
		5.7.2 频率特性的几何确定法	257
		* 5.7.3 全通滤波器	260
		* 5.7.4 最小相位系统	261
		5.8 z 变换与拉普拉斯变换的 关系	263

5.9 电视机系统中的应用:数字 梳状滤波器	265	思考题	308
5.10 附录:双边 z 变换	267	习题 6	309
本章小结	270		
思考题	271		
习题 5	272		
第 6 章 连续信号的傅里叶级数 分析	277	第 7 章 连续信号的傅里叶变换 分析	314
6.1 三角型傅里叶级数	277	7.1 傅里叶变换	314
6.1.1 傅里叶系数的计算	277	7.1.1 傅里叶变换的定义	314
6.1.2 傅里叶单边频谱	279	7.1.2 傅里叶反变换	316
6.1.3 周期信号的分解与合成	281	7.1.3 幅度频谱与相位频谱	316
6.2 指数型傅里叶级数	282	7.1.4 三个基本傅里叶变换对	317
6.2.1 傅里叶系数间的关系	282	7.1.5 傅里叶变换与拉普拉斯 变换的关系	319
6.2.2 傅里叶系数与信号的对 称性	285	7.2 傅里叶变换的性质	320
6.2.3 周期信号的功率与帕塞 瓦尔定理	287	7.2.1 线性性质	321
6.3 周期信号的频谱分析	288	7.2.2 时移性质与相位相关 算法	322
6.3.1 频谱的概念	288	7.2.3 频移性质与调制定理	324
6.3.2 周期矩形脉冲的频谱	291	7.2.4 尺度变换性质与时间带 宽积	326
6.3.3 信号的有效带宽	294	7.2.5 对偶性质	329
6.3.4 收敛率与吉布斯现象	295	7.2.6 时域卷积定理	330
* 6.4 傅里叶级数的性质	296	7.2.7 频域卷积定理	332
6.4.1 时间移位	296	7.2.8 时域微分性质	333
6.4.2 尺度变换	296	7.2.9 时域积分性质	333
6.4.3 反褶	297	7.2.10 频域微分性质	336
6.4.4 微分	297	7.2.11 帕塞瓦尔定理	338
6.5 周期信号激励下的系统 响应	299	7.3 周期信号的傅里叶变换	340
6.5.1 正弦信号激励时的响应	299	7.3.1 正弦信号的傅里叶变换	340
6.5.2 非正弦周期信号激励时的 响应	300	7.3.2 一般周期信号的傅里叶 变换	341
6.6 电力系统中的应用:电力系统 谐波分析	303	7.4 傅里叶反变换	343
6.7 附录: $\dot{F}_n$ 的数值计算	305	7.5 无失真传输与理想滤波器	345
本章小结	307	7.5.1 信号的无失真传输	346
		7.5.2 理想低通滤波器	348
		7.5.3 信号与系统的二维视角	351
		7.6 通信系统中的应用:调制与 解调	352
		7.6.1 双边带(DSB)AM	352

7.6.2 AM 信号的解调	354	8.7.3 离散傅里叶变换的 误差源	401
7.6.3 频率多路复用	357	8.7.4 FFT 参数的选取	405
7.6.4 单边带(SSB)AM	358	* 8.8 异步电动机故障检测中的应用: 转子断条检测	407
7.7 附录: $F(j\omega)$ 的数值计算	361	本章小结	408
本章小结	363	思考题	410
思考题	364	习题 8	410
习题 7	365		
第 8 章 采样信号的傅里叶分析	371	第 9 章 系统的状态变量分析	415
8.1 时域采样与采样定理	371	9.1 状态模型	415
8.1.1 理想采样	371	9.1.1 状态和状态变量	415
8.1.2 自然采样	373	9.1.2 状态方程的一般形式	416
8.1.3 时域采样定理	374	9.2 连续系统状态方程的建立	417
8.2 采样定理的应用	379	9.2.1 电路的状态方程	417
8.2.1 抗混叠滤波器	379	9.2.2 由系统函数求状态方程	419
8.2.2 采样示波器	379	9.2.3 由微分方程组或方框图求 状态方程	425
8.3 信号重构	381	9.3 连续系统状态方程的解	426
8.3.1 理想内插	381	9.4 离散系统状态方程的建立	431
8.3.2 实际内插	382	9.5 离散系统状态方程的解	433
* 8.4 离散时间傅里叶变换 (DTFT)	384	9.6 状态变量滤波器的分析与 设计	436
8.4.1 采样信号的频谱与 DTFT	385	9.7 附录:状态方程的时域解	438
8.4.2 DTFT 与 z 变换的 关系	388	9.7.1 连续系统状态方程的时 域解	438
8.4.3 DTFT 的计算	389	9.7.2 离散系统状态方程的时 域解	441
* 8.5 离散时间傅里叶级数 (DTFS)	391	本章小结	443
8.5.1 周期信号采样与 DTFS	391	思考题	444
8.5.2 四种傅里叶变换的关系	395	习题 9	444
* 8.6 频域采样定理	396		
* 8.7 离散傅里叶变换(DFT) 与快速傅里叶变换(FFT)	397	附录 A MATLAB 的基本知识及常用 函数	449
8.7.1 离散傅里叶变换 (DFT)	397	附录 B 三大变换的性质和常用变 换对	456
8.7.2 快速傅里叶变换 (FFT)	399		

附录 C 常用周期信号的傅里叶级数	461	部分习题答案	463
附录 D 常用数学公式	462	参考文献	474

第1章 信号与系统的概念



学习目标

- ◆说明信号的分类,判别周期和非周期信号、能量和功率信号,计算信号的功率或能量。
- ◆叙述基本连续信号的表示,冲激信号及其性质、冲激信号与阶跃信号的关系。
- ◆对信号波形相加与相乘,求导与积分的运算。
- ◆对信号波形进行平移、反褶、压缩或扩展的变换。
- ◆理解信号的分解:以冲激信号分解,以奇偶分量分解。
- ◆说明系统的分类,判别系统的线性与非线性、时变与非时变、因果与非因果。
- ◆应用系统的线性非时变性质与分解性质分析问题。

1.1 信号的概念

信号的概念是十分广泛的,各种声音、图像、温度、位移、速度、压力等都是信号。我们这里指的“信号”主要是电信号。电信号是随时间变化的电压或电流。这种变化与声音变化、图像的色光变化、温度的变化、位移的大小变化、速度的快慢变化等相对应。这种变化着的电压或电流就是带有信息的信号。因此,信号中包含了信息。信号是信息学科研究的基本内容,对信号特征量的研究,特别是频谱结构特征的研究,在理论上和实际上都具有十分重要的意义。

1.1.1 信号

这个世界上到处都充满了信号,并以各种不同的形式存在于日常生活中。人们面对面或通过电话用语音信号进行交谈。通过聆听病人的心跳和监测病人的血压和体温,医生能够诊断该病人是否已经康复。病人的心跳和血压实际上也是一种信号,它向医生传达了病人健康状况的信息。通过收音机收听天气预报,可以听到对未来温度和湿度、风力和风向变化所作出的预报。这些气象数据代表另一种形式的信号,它帮助我们对天气状况作出判断,决定是留在室内还是外出散步。

信号可定义为传达某种物理现象特性的信息的一个函数。

信号代表着信息,一般而言,信号不能直接表达所需的信息,而且还会受到干扰。在这种意义上,信号分析和处理构成了对有用信号进行放大、提取、保存或传输的基础。由于电信号比较容易处理,所以,在进一步处理信号之前,一般要将原始信号(气压、温度、机械位移、速度等)转换为电信号。在电系统中,信号的两种主要形式是电压信号和电流信号。

信号的描述方式主要有两种：一种是数学函数表达形式；另一种是图形表达形式，即某种形式的变化波形。

在数学上，信号可以表示为一个或多个变量的函数，例如，一个语音信号就可以表示为声压随时间变化的函数，称该信号为一维信号；一张黑白照片就可以用亮度随二维空间变量变化的函数来表示，称该信号为二维信号。

1.1.2 信号的分类

1. 确定信号与随机信号

确定信号指一个可以表示为确定的时间函数的信号，即对于某一时刻，信号有确定的值。随机信号则不同，它不是一个确定的时间函数，通常只知道它取某一值的概率。

确定性信号可以是完全确定的时间函数。例如：正弦函数 $f_1(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ ，如图 1-1 所示。也可以是非连续时间函数的确定性信号。例如：门函数

$$f_2(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-1)$$

如图 1-2 所示。随机信号在任意给定的时刻取随机数。图 1-3 给出了一个随机信号的测试样本。

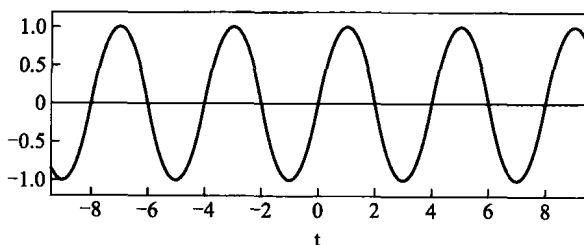


图 1-1 正弦信号

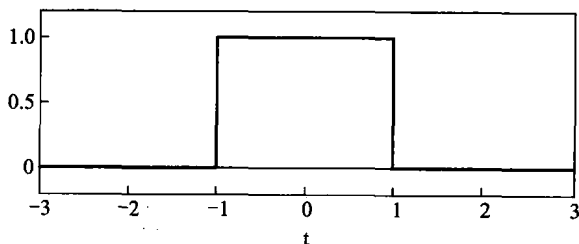


图 1-2 门函数

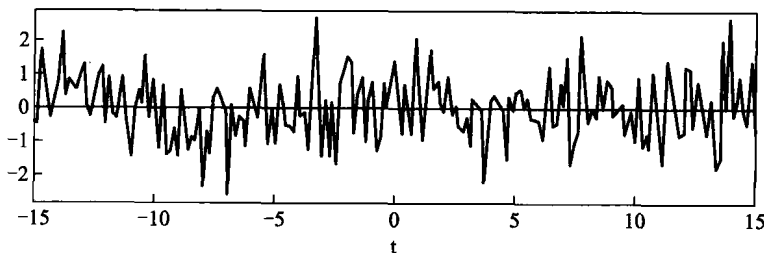


图 1-3 随机信号

2. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在所讨论的时间内，对任意时刻值除若干个不连续点外都有定义的信号。图 1-1、图 1-2、图 1-3 都是连续时间信号。应该注意的是，这里的“连续时间”并不是说在数学上是连续函数，而是指连续时间变量的函数。

离散时间信号是指只在某些不连续规定的时刻有定义，而在其他时刻没有定义的信号。信号仅表示为自变量（如时间）的离散值。例如： $f(k) = \cos\left(\frac{\pi}{10}k\right)$ ，该离散信号的波形图如图 1-4 所示。

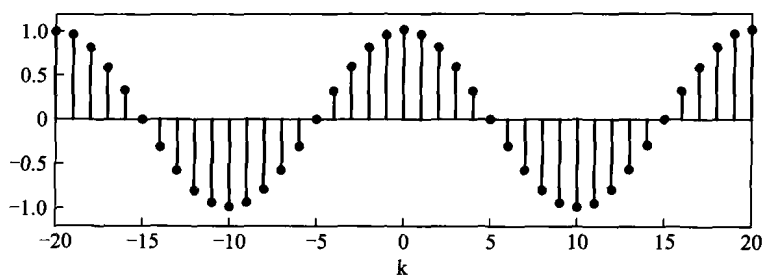


图 1-4 余弦离散信号

连续时间信号 $f(t)$ 的自变量为连续时间 t , 而离散时间信号 $f(k)$ 的自变量是离散时刻的序号 k 。连续时间信号经过采样后得到的离散时间信号称为采样(或取样、抽样)信号, 若其幅值被量化为有限数目的离散值时, 就称为数字信号。模拟信号其幅值被量化后称为量化信号。这四种信号如图 1-5 所示。

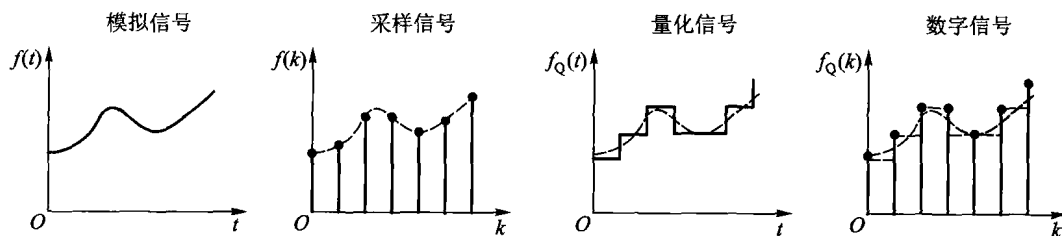


图 1-5 模拟、采样、量化及数字信号

模拟信号或量化信号属于连续时间信号, 采样信号或数字信号属于离散时间信号。

3. 周期信号和非周期信号

周期信号是指一个每隔一定时间 T_0 周而复始且无始无终的信号。例如周期方波和周期锯齿波, 其波形如图 1-6 所示。

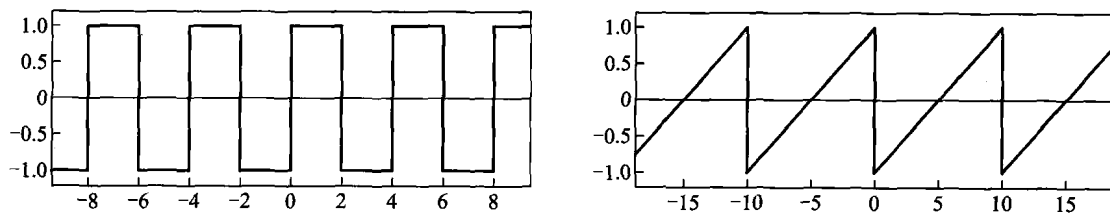


图 1-6 周期方波和周期锯齿波

对于周期连续信号, 数学定义为: 当且仅当

$$f(t \pm nT_0) = f(t) \quad (n \text{ 为整数}) \quad (1-2)$$

时, 信号 $f(t)$ 是周期信号, 其中常数 T_0 为周期。不满足上式的所有确定性信号都称为非周期信号。非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。

信号分析中一个重要的问题, 就是两周期信号相加后还是否为周期信号。假设 $f_1(t)$, $f_2(t)$ 都是周期信号, 对应的周期是 T_1 , T_2 。则它们的和 $f_1(t) + f_2(t)$ 是周期的; 也即存在一个正数 T_0 , 使得

$$f_1(t + T_0) + f_2(t + T_0) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-3)$$

当且仅当 T_1/T_2 是两个正整数 m_1 和 m_2 之比为 m_1/m_2 , 式(1-3)才成立。即有 $T_1/T_2 = m_1/m_2$, 则 $m_2 T_1 = m_1 T_2$ 。所以 $m_2 T_1$ 既是 $f_1(t)$ 的周期, 又是 $f_2(t)$ 的周期。因此当 $T_0 = m_2 T_1$ 时, 式(1-3)成立。如果 m_1 和 m_2 是互质的, 则 $T_0 = m_2 T_1$ 是 $f_1(t) + f_2(t)$ 的基本周期。

正弦信号是最典型的周期信号, 对于任意给定的频率, 正弦信号总是周期的。两个或多个正弦信号的和不一定是周期的, 这取决于各个正弦信号的周期或频率之间的关系。如果包含有 n 个不同频率正弦分量的复合信号是一个周期为 T_0 的周期信号, 则其周期 T_0 必为各分量信号周期 T_i 的整倍数。如有 2 个分量, 即 $T_0 = m_1 T_1 = m_2 T_2$, m_i 为正整数。因为 $T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$, 所以

$$\frac{2\pi}{\omega_1} m_1 = \frac{2\pi}{\omega_2} m_2, \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

即

$$\omega_1 : \omega_2 = m_1 : m_2 \quad (1-4)$$

则 $T_0 = m_1 \frac{2\pi}{\omega_1} = m_2 \frac{2\pi}{\omega_2}$, 对于 n 个分量只要能找到 n 个不含整数公因子的正整数 m_i , 使

$$\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 : \cdots : \omega_n = m_1 : m_2 : m_3 : \cdots : m_n \quad (1-5)$$

成立, 就可判定该信号为周期信号, 其周期为 $T_0 = m_i T_i = m_i \frac{2\pi}{\omega_i}$ 。

例 1.1 指出下面的信号中哪些是周期信号?

$$(1) f_1(t) = 2\sin\left(\frac{2}{3}t\right) + 4\cos\left(\frac{1}{2}t\right) + 4\cos\left(\frac{1}{3}t - \frac{1}{5}\pi\right)$$

$$(2) f_2(t) = \sin t + 3\cos(\pi t)$$

解 (1) $f_1(t)$ 中每个分量的频率(以 rad/s 为单位)分别是 $2/3, 1/2$ 和 $1/3$ 。则

$$\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 4 : 3 : 2$$

因此, $T_0 = m_1 \frac{2\pi}{\omega_1} = 4 \frac{2\pi}{2/3} \text{ s} = 12\pi \text{ s}$ 。所以, $f_1(t)$ 是周期为 $T = 12\pi \text{ s}$ 的周期信号。

(2) 由于两个分量的频率 $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}, \omega_2 = \pi \text{ rad/s}$ 的比值是无理数, 因此无法找出公共周期。所以 $f_2(t)$ 是非周期的。

4. 能量信号与功率信号

信号可看作是随时间变化的电压或电流, 信号 $f(t)$ 在 1Ω 电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 所消耗的总能量和平均功率分别定义为

$$\text{总能量} \quad E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{J}) \quad (1-6)$$

$$\text{平均功率} \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{W}) \quad (1-7)$$

根据上式可定义以下信号类型:

(1) 当且仅当 $0 < E < \infty$ 时, $f(t)$ 为**能量信号**, 此时 $P = 0$ 。

(2) 当且仅当 $0 < P < \infty$ 时, $f(t)$ 为**功率信号**, 此时 $E = \infty$ 。

(3) 不符合上述条件的信号既不是能量信号, 也不是功率信号。

对于周期信号, 信号功率只是每个周期上的平均能量, 即

$$P = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |f(t)|^2 dt \quad (1-8)$$

周期信号的能量随着时间的增加可以趋于无限,但功率是有限值,所以周期信号属于功率信号,当然,功率信号还包含当 $|t| \rightarrow \infty$ 时功率仍为有限值的一些非周期信号。



注意:

功率信号和能量信号是互斥的,因为能量信号的功率为零,而功率信号的能量为无限。即一个信号不可能同时既是功率信号,又是能量信号。但是一个信号可以既是非功率信号,又是非能量信号。如单位斜坡信号 $f(t)=t, t \geq 0$,是具有无限能量及无限功率的信号。除了具有无限能量及无限功率的信号外,非周期信号或者是能量信号 $[t \rightarrow \infty, f(t)=0]$,或者是功率信号 $[t \rightarrow \infty, f(t) \neq 0]$ 。

如图 1-7 所示三种有用的脉冲波形的信号能量标注于图形旁。

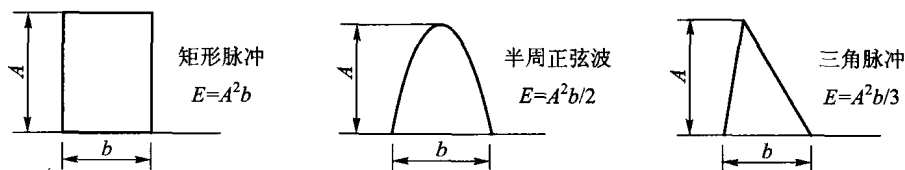


图 1-7 三种脉冲波形及能量

例 1.2 判断下面信号是否为能量信号或功率信号。

(1) $f_1(t) = e^{-2|t|}$ (2) $f_2(t) = 5\cos(10\pi t)\epsilon(t)$ (3) $f_3(t) = e^{-t}$

解 (1) $E_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-2|t|})^2 dt = \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + \int_0^{\infty} e^{-4t} dt$

$$= 2 \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = \frac{1}{2}$$

$$P_1 = 0$$

所以 $f_1(t)$ 为能量信号。

(2) $E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{T}{2}} 25\cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = \infty$$

$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 25\cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = 6.25 \text{ W}$$

所以, $f_2(t)$ 为功率信号。

(3) $E_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-t})^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_{-\infty}^{\infty} = \infty$

$$P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E_3 = \infty$$

所以, $f_3(t)$ 既是非功率信号, 又是非能量信号。