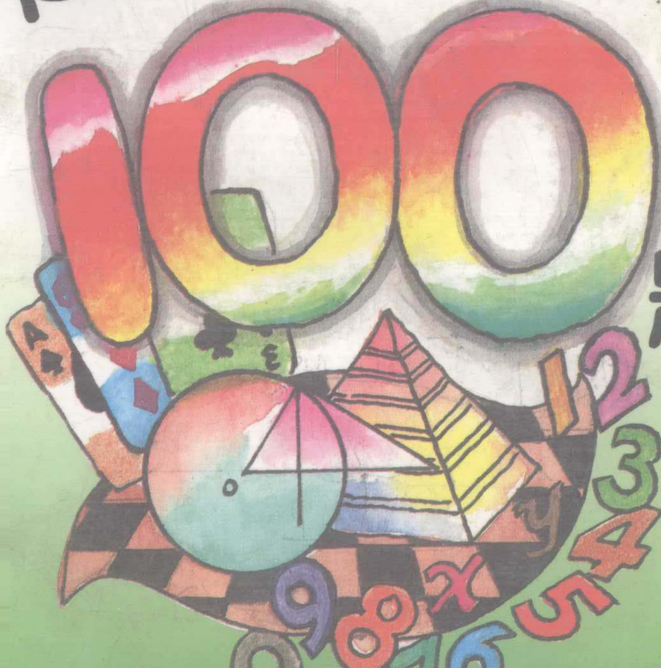
少年科学普及文库

趣味数学100题



中央民族大学出版社

少年科学普及文库

趣味数学一百题

邢富冲　王　伟　编著

中央民族大学出版社

〔京〕新登字184号

责任编辑：柯　彦

封面设计：世　良

责任印制：金　文

少年科学普及文库

趣味数学一百题

邢富冲　王　伟　编著

※

中央民族大学出版社出版

（北京西郊白石桥路27号）

（邮政编码：100081）

新华书店北京发行所发行

国防大学第二印刷厂印刷

787×1092毫米　32开　8.75印张　186千字

1994年6月第1版　1994年6月第1次印刷

印数：10000册

ISBN 7-81001-679-2/G·287

定价：5.80元

前　言

各行各业都离不开数学．因而，每一位中小学生，不论将来长大了要从事什么职业，都应该学好数学．

要学好数学，需要喜爱数学．

本书就是为了帮助青少年朋友们提高学习数学的兴趣而写的一本科学普及读物．书中如“能掐会算的本事”等等有趣的游戏及其道理，每一位学过加、减、乘、除四则运算的小学生都能掌握，而且并不需要占用正规的学习时间，可以在与同学们、伙伴们一起娱乐的时候学会．学会之后，既巩固了课内所学的知识，又会增加学习数学的兴趣．

本书既适合于中小学中数学成绩优异的学生，又适合于目前数学成绩平平和数学成绩还比较差的学生．

数学并不难．只要有信心，有兴趣，肯多动脑筋思考，多练习，每一位学生都能把数学学得很好．

数学成绩已经很好的学生阅读本书，可以使视野更开扩，兴趣更浓厚，成绩更优秀．

本书收集了古今中外算术、代数、几何等数学分支的一

百个有趣的游戏、问题、轶闻或常识，知识性与趣味性相融合，虽以中小学课本之外的内容为主，却不远离中小学数学的核心内容．少数较深入的问题涉及了数学的进一步发展．

看数学书不同于看小说，不能读得太快，要边阅读边思考．

本书除个别问题之外，在把问题交待了之后都有分析解答．读者弄清题意之后，最好不立刻就看下面的分析解答，而应自己独立思考一下，看看自己能不能解这个题，自己想到的是什么样的方法，然后再与书上的分析解答加以比较，看看各有哪些优缺点．这相当于与本书的作者们进行一番探讨．

读数学书时手头应有算草纸和铅笔，要一边看一边思考，必要时画画图，进行一些计算和推导，就是说要把眼、脑、手结合起来，这样会比单纯地阅读收获更大．阅读本书也应采用这一方法．

如果读者能与同学们、朋友们讨论一下在书中看到的内容，一起做一做书中介绍的游戏，则能收到集思广益的效果，彼此都能得到更多的益处．

本书涉及许多数学名题，难免有考虑不周甚至荒谬之处，敬希读者及专家批评指正．

本书是由笔者与鹤岗十三中王伟老师分工编著的．编著过程中曾参阅许多文献资料，除书中指出的一些资料来源之外，恕未一一列出，在此一并致谢！

邢富冲

1993年9月9日
于匈牙利科学院数学研究所

目　录

在少年时代，有一些数学游戏和问题曾使我们对数学产生了十分浓厚的兴趣．我们在本书的开头分别记述的就是几个这样的游戏和问题．

一　能掐会算的本事

那是在上小学的时候，在我们学了整数的四则运算之后，有一位年级比我高的同学和我作过这样一个游戏：

他让我心里随便想好一个数，不要告诉他我想的数是几，只要默默地在这个数的基础上按照他的指令进行加、减、乘、除运算．在进行了每一步运算之后，我要记住得数，但是不把得数告诉他，然后在这个得数的基础上按他的指令作新的运算．当按他的全部指令完成所有的运算之后，不用我说出来，他就知道最后得数是几，他说他能掐会算．

他刚一说完，我立刻就说："不信！"当时我想：我不说出来，他就知道得数，这怎么可能呢？比如我想的数是3，他要是让我加上1，我可以在心里默算：3+1=4．可是我不说出来，他怎么会知道应该等于4呢？

在进行试验之前，他又教给我一种运算，这种运算叫作

横加．横加运算不是一般的加法运算．一般的加法运算是求两个数的和的运算，是在两个数之间进行的；而横加运算是对一个一个的单独的数进行的．对一个数作横加运算，就是把这个数的每一位上的数字横着逐个地加起来．例如 723 是一个数，它的百位数字是 7，十位数字是 2，个位数字是 3．对 723 作横加，就是 7＋2＋3，结果等于 12．如果对 12 再作横加，就是 1＋2，结果等于 3．他还告诉我：一位数横加后还得这个数本身．

我掌握了横加运算之后，我们开始试验．

我心里想好了一个数，是 5．我在一张纸片上写了一个“5”字，用手挡住不让他看见．他让我“加上 2”；我用手挡着在纸片上写了一个“7”字．他让我“乘以 3”；我用手挡着在纸片上写上了“21”．他让我“横加”；我知道 21 横加就是 2＋1，所以我又用手挡着在纸片上写了一个“3”．他让我“乘以 6”；我用手挡着写了一个“18”．他让我“横加”；我写了一个“9”，还是用手挡着，绝不让他看见．他让我“加上 6”；我用手挡着写了个“15”．他让我“除以 5”，这时我有些奇怪，他怎么知道能除得开？除不开怎么办？可是事实上除开了．我用手挡着在纸片上写了一个“3”．他又让我“加上 2”；还没等我写完，他就说：“等于 5．”我惊奇不已！他怎么知道的？确实等于 5 呀！

我又怀着极大的好奇心跟他重试了几次，一次也没错，都用不着我说，他也从不偷看，每次他都能准确无误地说出最后得数．而且每次的计算过程和得数不全一样．我对他佩服得真是快要五体投地了．

后来他告诉我了：这个游戏的奥妙在于 9 的倍数的性质

——任何一个正整数乘以9之后，经过一次或几次横加，最终都能变成一位数，而这个一位数一定是9. 例如：

1 × 9 = 9，　9 横加还等于 9；
2 × 9 = 18，18 横加也等于 9；
3 × 9 = 27，27 横加也等于 9；
4 × 9 = 36，36 横加也等于 9；
5 × 9 = 45，45 横加也等于 9；
6 × 9 = 54，54 横加也等于 9；
7 × 9 = 63，63 横加也等于 9；
8 × 9 = 72，72 横加也等于 9；
9 × 9 = 81，81 横加也等于 9；
10 × 9 = 90，90 横加也等于 9；
11 × 9 = 99，99 横加等于 18；18 再横加等于 9；
12 × 9 = 108，108横加也等于 9；
…………
365×9=3285，3285 横加得 18，18 再横加还是得 9；
………………………………….

当时我并没有想是否能很容易地证明这个规律对于无穷多个正整数都对，反正我相信了这个结论.

后来我也想通了他是怎样利用这个规律算出最后得数的：不论我想的是个什么数，他一旦让我乘以9了，再通过横加运算变成一位数之后，不用我说出来，他心里也知道应该等于9了. 从这时开始，他在心里跟我一起进行计算，所以他能知道最后结果.

他在第一次跟我试验时，虽然没有直接让我“乘以 9”，但是让我先“乘以 3”，横加后又让我“乘以 6”，这里面实际上

包含了“乘以 9”. 不直接让我“乘以 9”，是为了避免让我发现他的秘密武器.

在“乘以 9”之前所作的运算，实际上没有太多的实际意义，那是迷惑人用的. 真正与最后结果有关的，是在乘以 9 并横加以后进行的那些运算. 在每次游戏中采用不同的运算程序，更能增加神秘感，不易让人发现这个游戏的奥妙之所在.

二 某月某日是星期几的心算方法

在上小学时，有一位同学和我作过这样一个游戏：他让我随便说出当年的某一月某一日，他不用看日历就能很快、准确地说出这天是星期几.

我拿来了一本日历，与他试验了几次. 果然他每次都说得很快也很准. 我知道他不可能把一年三百六十五天每天星期几都背下来，所以他的本事引起了我很大的兴趣.

后来我知道了他的计算方法：他心里记住了十二个数字，这十二个数字分别对应于当年的十二个月. 要计算当年的某月某日是星期几，只要用那日的日数加上那月所对应的数字，然后除以 7，余几就是星期几，恰好除尽就是星期日.

我清楚地记得那年的十二个月所对应的数字依次是

1，4，4，0，2，5，0，3，6，1，4，6.

碰巧，1991 年的十二个月所对应的数字依次也是这十二个数字. 下面就以 1991 年为例具体地谈一下这种方法.

我们先要把下表中的各数牢牢地记在心里：

1991年的月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
各月对应的数字	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6

例如要计算1991年6月25日是星期几. 我们心里想到6份对应的数字是5，就用25加上5，得到30；再用30除以7，余2，则1991年6月25日是星期二.

再如，要计算1991年9月1日是星期几. 9月对应的数字是6，1+6=7，7除以7没有余数，所以1991年9月1日是星期日.

可见，只要心里熟记144025036146这一串数字，就能算出1991年的几月几日是星期几.

144025036146这一串数字是从哪儿来的呢？它们就是分别所对应的月份的上一个月的最后一天的星期数. 例如，1991年1月31日是星期四，所以1991年2月份对应的数字就是4. 每月1日的星期数，当然是在头一天（即上个月的最后一天）的星期数的基础上加上1；以后每过1天，星期数就增加1；7天一个周期（即一个星期），所以很容易想通这个方法.

为了找出1992年12个月份所对应的各个数字，也就只需记下1992年每个月份的上一个月的最后一天是星期几. 利用年历容易查得下表：

1992年的月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
各月对应的数字	2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1

例如要计算1992年8月15日是星期几. 我们查到1992年8月份对应的数字是5，15+5=20，20除以7余6，所以1992年8月15日是星期六.

平年每年有 365 天. 365＝52×7＋1，即：平年每年有 52 个星期零 1 天. 所以，如果连续两年都是平年，则第二年每月对应的数字就是在第一年对应月份对应的数字的基础上加上 1.

闰年的 2 月有 29 天. 闰年全年 366 天，是 52 个星期零两天. 从闰年的 3 月份开始的连续 12 个月中，每个月对应的数字等于一年前同一月份对应的数字加上 2.

例如，1992 年是闰年. 1992 年 3 月至 12 月各月对应的数字都等于 1991 年对应月份的数字加上 2. 从 1992 年 3 月份到 1993 年 2 月份才满 12 个月，所以 1993 年 1 月和 2 月对应的数字也分别等于 1992 年 1 月和 2 月对应的数字加上 2（逢 7 变 0，逢 8 变 1）.

1993 年是平年. 从 1993 年 3 月份开始，直到下一个闰年（1996 年）的 2 月份，每个月所对应的数字都等于一年前同一月份所对应的数字加上 1.

下表所列的是近几年每个月对应的数字：

月份 年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1991 年	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
1992 年	2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
1993 年	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
1994 年	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
1995 年	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
1996 年	0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
1997 年	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
1998 年	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1

每年记住一串（12个）数字就能心算出全年每一天是星期几，应该说是相当方便的.

三　一个扑克牌游戏

在上中学时，有人和我作过这样一个游戏：

他当着我的面，把一副扑克牌洗了几遍，然后问我："一副扑克有多少张牌?"我回答："54张."“对，一副扑克有54张牌. 54张的一半是多少张?”“27张.”“好，我现在先从这54张牌中数（shǔ）出27张.”

我看着他一张一张地数. 第一张是个红桃3，第二张是个方块4，第三张是个梅花Q，再往下我就记不住了. 反正他一共数出了27张，一张挨一张地摞成了一摞，然后扣过来放在了桌子上.

他手里拿着剩下的27张牌，让我从中随便抽出三张. 如果抽到大王或小王，他就让我重新抽一张.

他把我随意抽出的三张牌并排摆在桌子上，从每一张牌的点数开始，在它下面放上他手中的牌，放一张加一点，一直数到十三点为止. 于是他在我从他手中抽出的三张牌下面各放了一串牌. 当时我随意抽到的三张牌分别是黑桃9、方块8和红桃J. 在黑桃9下面放了4张牌、在方块8下面放了5张牌、在红桃J（算11点）下面放了两张牌，就都到13点了. 然后，他把手中剩下的牌全都摞在了他先数出的那半副扑克上.

这时，他让我把我抽出的那三张牌的点数加起来，问我总和是多少. 我说："9+8+11=28."他问我："那么，桌上