普通高校“十二五”规划教材

工商管理系列

数据、模型与决策

Data,Models and Decisions

王　卿
王龙德　编著

清华大学出版社

普通高校“十二五”规划教材
工商管理系列

数据、模型与决策

Data,Models and Decisions

王　卿
王龙德　编著

清华大学出版社
北　京

内容简介

本书内容包括：数与形、系统思想概述、数据及其分析、运筹学及其模型、线性规划、目标规划、整数规划、图论与网络优化、网络计划技术、决策论、对策论等方面的基本概念、理论与方法，以及定量分析的实际案例。每章附有供学习者思考、讨论、复习与训练的问题。本书可作为MBA教育核心课程的教材或教学参考书，亦可作为一般高等院校经济管理类专业本科生与研究生相应课程的教学用书。书中一系列例题与案例均具有实际背景，提供了丰富的信息，可供从事工商管理工作的人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数据、模型与决策/王卿，王龙德编著. --北京：清华大学出版社，2012.1
(普通高校"十二五"规划教材・工商管理系列)
ISBN 978-7-302-27723-1

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①王… ②王 Ⅲ. ①决策模型－高等学校－教材 Ⅳ. ①C934

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第277229号

责任编辑：杜 星
责任校对：王荣静
责任印制：杨 艳
出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：保定市中画美凯印刷有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×230　**印　张**：15　**字　数**：307千字
版　次：2012年1月第1版　　**印　次**：2012年1月第1次印刷
印　数：1～4000
定　价：29.80元

产品编号：045278-01

前言

我们曾多次为经管类专业本科生、研究生及MBA学员讲授运筹学，在和经管类专业学生与MBA学员们交流互动的过程中逐渐理解了他们的疑惑和需求。一般经管类专业学生数理基础不够坚实，而MBA学员来自各行各业，专业背景形形色色，多数接受的是偏重文科的教育，数理基础更为薄弱。因此，经管类学生与MBA学员对运筹学课程普遍怀有畏惧心理，既怕严密的数学证明，也怕繁复的计算过程。与此同时，对教师而言，要在40多个课时内使学习者能基本掌握运筹学的思想与方法，也是一项具有相当难度的任务。为了加强学员的数学基础，曾尝试安排额外的学时增设数学预修课程，系统复习微积分、线性代数与概率论，但施行后效果并不理想。实际上，问题的症结在于用纯数学符号表述的抽象性使得一般偏于文科知识结构的学习者望而却步，掌握无门。因此，纵然填鸭式地急补系统的数学知识亦收效甚微。

正如同美国对于现代管理人才教育的一系列研究报告中所指出的那样，“具备科学和数学的知识，这应当成为任何现代公民的标志”，“特别是攻读工商管理硕士学位的学生们，他们理应具备了线性规划和其他最优化方法的知识以及统计的知识”。因此作为国家MBA教育指导委员会规定的主干课程——《数据、模型与决策》(英文缩写DMD)在MBA教学中的重要意义毋庸置疑。对普通经管类专业学生而言，DMD的知识结构应是其必须具备的科学素养。

关于DMD课程，目前国外认可的教材应该是如MIT下属的Sloan管理学院D.Bertsimas & M.Freund所编的《Data, Models and Decisions: the Fundamentals of Management Science》这种类型的书籍。这一类教材一般篇幅宏大，大量的是概率论及描述统计与数理统计的内容，至于更为重要的提供科学定量决策的数学模型(例如线性规划、目标规划、图与网络等)的论述比重则显得偏轻。或许正是由于国外这一类教材内容结构的影响，现今国内多所院校在DMD课程中使用的教材，其内容组成亦是以概率及统计为主体，再辅之以线性规划等个别数学模型，至于篇幅数量一般亦相当可观。

通过我们切身的教学实践，深切感到DMD课程的重点与难点实质聚焦于“模型”之上。这是因为数据的采集、整理与分析工作一般可应用统计学软件来实现，学习者不难学习与掌握；而与决策分析与系统优化关系更为紧密的建模过程和求解方法则主要依赖人的抽象思维与理解能力，对此必须在教学中加以强化和充实。众所周知，运筹学每个分支无一

例外既综合了各种建模和求解的技术，又自始至终体现着决策分析的思想。因此，精选运筹学中既含理论意义又有实际价值的重要分支作为DMD课程教材内容的主体部分是具备合理性的。

本书是在多年的教学实践基础上，广泛汇集历届众多经管类专业学生与MBA学员的意见与建议，尝试着站在学习者的立场上编著的一本倾向于文科类读者篇幅适中的实用性基础教材。力求在保留系统思想指导科学决策理论原则的同时，努力克服教学中教材难、课时少、任务重的不利因素，减弱浓厚的数理色彩，加强实用的案例分析，突出系统的主导思想与模型的实际背景。希望只要具备中学初等数学基础的文科类读者都能对此书产生兴趣并读懂，而对已掌握高等数学的理科类读者翻阅掩卷之后亦感到多少有所收获；同时尽量保证教师能用40多个课时就可以基本讲完主体内容。总之，主要目的是更为贴近众多文科知识背景的经管类专业学生与MBA学员，使得他们在学习过程中有所得，有所乐。

全书共12章：第1章数与形是准备知识，可以将相关知识点灵活分解，到教授具体数学模型时结合起来讲述；第2章系统思想概述是统领全书的指导思想；第3章数据及其分析是重点论述抽样方式和频数分布；第4章运筹学及其模型是整体性说明运筹学的学科特点与数学模型的巨大功能；从第5章至第11章是展示一系列在实践和理论上均具有典型意义的运筹学模型；第12章是集中介绍若干定量分析的完整案例。书中“*”号部分内容可视课时的多少，适当取舍，作为备选或讨论。

读者将可以发现各种各样的案例贯穿全书。案例内容涉及经济、政治、军事、科技、历史等多个方面，蕴涵着极为丰富的信息，有助于拓展视野与深化思维。每章的思考练习与案例讨论提供了宽广的研究空间，可以从多个角度进行分析而得到各有千秋的研究心得。总之，目的是为学习者在有限的学习时间内，运用系统科学的思想方法，创设一个提出问题、认识问题、分析问题与解决问题相对完整的实践过程。

在本书紧张的编著过程中，得到上海理工大学管理学院领导的大力支持，特别是上海理工大学马良教授与同济大学尤建新教授给予了多方面的热情帮助，在此深表感谢。一俟此书面世，我们更为恳切地期待能从使用与阅读本书的读者诸君处，得到广泛的批评和教益。倘能如愿，善莫大焉！

是为记。

王　卿　王龙德

2011年10月

目录

第1篇　数学基础与系统思想

第2篇　数据分析与运筹概述

第 3 篇 运筹学模型

第1篇

数学基础与系统思想

第 1 章

数 与 形

学习目标：

- 熟悉反映事物及其关系的代数表示与几何描述。
- 理解抽象数学符号的书写规则与功能特点。
- 掌握坐标系概念与直线方程的几何表示。
- 了解矩阵及其秩的概念与线性方程组的结构。
- 了解函数、极限、导数、微分与积分等概念。
- 了解随机事件、概率、随机变量与数学期望等概念。

在现实世界中，数与形如影之随身，紧密相连。人类对数与形的认识随着社会的进步而不断深化。例如，自然数、有理数、无理数、实数等，就是人类对描述事物量方面的一个逐步完善的过程。在迄今形成的知识体系中，数学是研究广义的数与形概念及其关系的科学。经过千百年的发展，数学已成为一座浩如烟海的文化宝库。在此，为本课程核心内容的教学需要，作为必要的基础性准备知识，撷取少量的相关数学知识做一简单的叙述。对于已具备这方面基础的读者仅需浏览一下即可。

1.1 数学的符号化

数学的语言是由数字、字母与多种特定符号所构成的，从而具有高度的抽象性，需要经过专门的训练才能理解。但是，也正是这一点，使其成为完全意义上的“世界语”。抽象的数学符号具有强大的功能，是反映与刻画客观世界中万事万物数量规律最合适的工具，成为蕴含人们理性思维过程丰富信息的绝妙载体。

数学符号的独特功能绝非任何一个民族的语言所能承担。当年英国虽然有伟大的 Newton，但是因其所创设的数学符号远远劣于同时代德国的 Leibniz，竟导致随后英国数学的发展一度落后于欧洲大陆。在我国历史上也有这方面的教训。清代数学家李善兰是中国近代科学的奠基者，他匠心独运，创译了一系列科学名词，如“代数”、“函数”、“方程

式”、“微分”、“积分”、“级数”、“植物”、“动物”、“细胞”等，沿用至今并流布东亚。可叹的是，或许因其爱国心切，一方面引进西方数学，一方面严守祖宗家法，将所有的数学符号汉化，结果是不伦不类，宛若天书，反而阻碍了近代科学在中国的发展。

为彰显当今通用数学符号的优越性，在此列举李氏数学符号作为对照，以使读者有一深刻的印象。

(1) 阿拉伯数字“1、2、3、…”以“一、二、三、…”表示，巨大数字就难以表述。

(2) 拉丁字母(26 个)以“天干地支(22 个)”表示，缺少者以“天、地、人、元”补之。

(3) 希腊字母(24 个)以“二十八宿(28 个)”表示，多余者将“星、张、翼、轸”删之。

(4) 加(+)以“⊥”表示，减(−)以“⊤”表示，函数 f 以“函”表示，对数底 e 以“讷”表示，对数 ln 以“对”表示，微分 d 以偏旁“彳”表示，积分 $\int$ 以偏旁“禾”表示。

(5) 按汉文格式，先读者书于右旁与上方。

据此，不定积分

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a+x} = \ln(a+x) + C$$

被表示为

$$禾\frac{甲\perp天}{彳天} = (甲 \perp 天)对 \perp 丙。$$

显然，两种数学符号孰优孰劣一看就明白了。必须强调，若要学习现代任何一门科学技术，则认识、熟悉、掌握所需的数学符号是一个必要的先决条件。

1.2 解析几何简介

代数运算的基本对象是数，几何图形的基本元素是点，通过坐标法，使两者建立起紧密的联系，就产生了解析几何。

1. 坐标系

在直线上取定一个原点与单位长度，刻画出一条数轴，称为 Ox 轴，每一个实数 x 与 Ox 轴上的点成立一一对应关系，x 称为点的坐标(图 1-1)。一条数轴将全直线分为两部分——左半对应负数，右半对应正数，原点对应数值零。

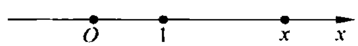

图 1-1 一维坐标系

在平面内两条互相垂直的数轴(横轴与纵轴)构成一个坐标系，称为 Oxy 平面直角坐标系(简称 Oxy 系)，每一对有序实数(x,y)与 Oxy 平面内的点成立一一对应关系，x 与 y 各称为点的横坐标与纵坐标(图 1-2)。两条数轴将全平面分为 4 部分，称为象限。

在空间中三条互相垂直的数轴(横轴、纵轴与竖轴)构成一个坐标系,称为 $Oxyz$ 空间直角坐标系(简称 $Oxyz$ 系),每一组有序实数(x,y,z)与 $Oxyz$ 空间中的点成立一一对应关系,x,y 与 z 各称为点的横坐标、纵坐标与竖坐标(图 1-3)。三条数轴将全空间分为 8 部分,称为卦限。

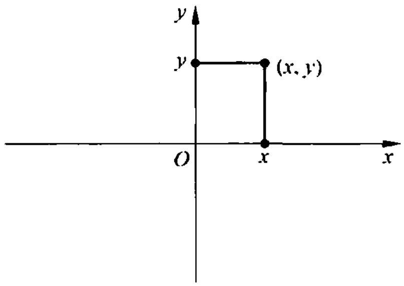

图 1-2　二维坐标系

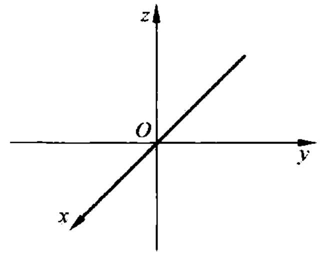

图 1-3　三维坐标系

为统一起见,数学中将确定点的位置所需要的坐标个数称为空间的维数。据此,点为 0 维空间,全直线为 1 维空间,全平面为 2 维空间,全空间为 3 维空间。以此类推,可定义更高维的空间。例如,Einstein 空间为 4 维空间:3 个日常空间的位置坐标 x,y,z,一个永不可逆的时间坐标 t,合成(x,y,z,t),表示一个 4 维空间中的点。不难理解,$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$就表示一个 n 维空间中的点。只是因为人们身处其中的日常空间仅是 3 维的,所以更高维空间中的图形无法形象展示,然而高维空间的抽象概念具有重要的科学研究意义。

坐标系概念的创立沟通了几何与代数两大数学分支,开辟了用代数方法来研究几何问题的新天地。由此发端,形成了数学中最基本的学科之一——解析几何学。伟大的革命导师 Engels(1820—1895)将这一成果誉为数学的转折点,自此人类进入变量数学的发展阶段。

2. 直线方程

平面上的线(直线或曲线)可以看做动点按一定规则产生的轨迹。当在平面上建立起 Oxy 平面直角坐标系后,点就对应有坐标为(x,y);当点在运动过程中,x 与 y 就成为两个变量。于是,动点形成之线轨迹就可以表示为由 x 与 y 两个变量组成的某种代数关系式,称为线的方程式。

在此,仅简述直线方程的表达形式。因为直线可以看做一般曲线的特殊形式,而任何平面直线方程都是二元一次代数方程,所以直线又称为一次曲线。在数理学科中,凡是研究对象之间的关系被表达为变量的一次关系式,就称为线性关系。而今“线性”一词已被应用于广泛的知识领域中。

(1) 斜截式

除与 y 轴平行的直线以外，所有直线方程都可以表示为下列形式

$$y = kx + b \tag{1-1}$$

其中 k 称为斜率，b 称为截距，所以此直线方程称为斜截式(图 1-4)。

设直线 L 与 x 轴交于 P 点，则以 P 点为中心，逆时针方向取 x 轴正向为始边而 L 为终边的最小正角 α 称为 L 的倾角，与 x 轴平行的直线倾角为零。成立

$$k = \tan\alpha$$

(2) 截距式

设不通过原点的直线 L 在 x 轴与 y 轴上各有截距 a 与 b，则直线方程可以表示为下列形式(图 1-5)

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \tag{1-2}$$

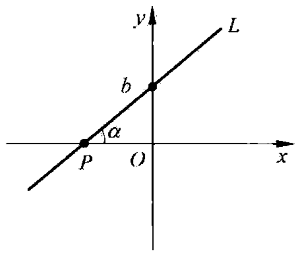

图 1-4 斜截式

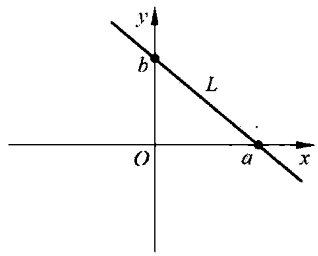

图 1-5 截距式

(3) 一般式

所有直线方程都可以表示为下列形式

$$Ax + By + C = 0 \quad (A^2 + B^2 \neq 0) \tag{1-3}$$

注意：A,B 相同而 C 不同的直线彼此平行(图 1-6)。

(4) x 轴的方程是 $y=0$，平行于 x 轴的直线(水平线)方程是 $y=C$，C 表示任意常数。

(5) y 轴的方程是 $x=0$，平行于 y 轴的直线(垂直线)方程是 $x=C$，C 表示任意常数。

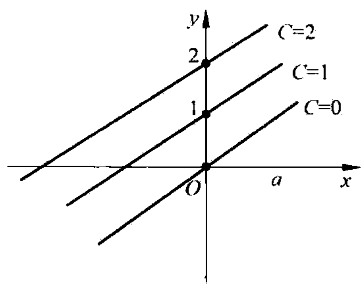

图 1-6 一般式

附记 著名法国哲学家、数学家、物理学家和生理学家 Descartes，(1596—1650)创建了平面坐标系，是解析几何学奠基人之一，其名言“我思故我在”流传至今。李善兰(1811—1882)依据体现中华元典《易经》思想的《系辞》中“是故易有太极，是生两仪，两仪生四象，四象生八卦”一语，创译了象限、卦限等名词。

1.3　线性代数简介

线性代数主要处理线性关系问题，一个经典的问题是线性方程组的解法，矩阵理论是其中心内容之一。

1. 行列式概念

对 $n\times n$ 个数 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$ 排成 n 行 n 列的方形数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{matrix}$$

规定一种代数运算，运算结果表示为

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{1-4}$$

D 称为 n 阶行列式。

2. 行列式运算

二阶行列式的具体运算规定为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

这种形式的运算被称为对角线法则。

注意：三阶行列式的运算恰巧也成立类似的对角线法则。但是，这一运算法则不适用于更高阶行列式，理论上已证明高阶行列式可以逐步降阶展开(称为 Laplace 法则)，因此任一高阶行列式恒能逐步化为一系列二阶行列式来求得结果。总而言之，行列式名为“式”，实际上是通过所规定的运算得出的一个数。至于最简单的一阶行列式 $|a|$ 就等于 a，切不可与绝对值相混淆。

3. 矩阵概念

对 $m\times n$ 个数 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n)$ 排成 m 行 n 列的矩形数表称为 m 行 n 列矩阵，简称 $m\times n$ 矩阵，记作

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{1-5}$$

简记$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，$a_{ij}$称为矩阵的第$m$行第$n$列元素。

(1) 行数与列数相等的矩阵称为方阵，此数称为方阵的阶，设此数为n，则矩阵称为n阶方阵。n阶方阵$\boldsymbol{A}$对应一个n阶行列式$|\boldsymbol{A}|$。

(2) n阶方阵$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$满足$a_{ij}=a_{ji}(i,j=1,2,\cdots,n)$，称为对称矩阵。

(3) n阶方阵$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{n\times n}$满足

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & (i=j)\\ 0 & (i\neq j)\end{cases}$$

称为n阶单位矩阵，记作$\boldsymbol{I}$。

(4) 单行矩阵称为行矩阵，又称为行向量，记作

$$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$$

(5) 单列矩阵称为列矩阵，又称为列向量，记作

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_m\end{bmatrix}$$

由此可知，空间中的点可以表示为行向量或列向量，于是向量中的元素又可称为向量的坐标。上述的行向量$\boldsymbol{A}$称为n维行向量，列向量$\boldsymbol{B}$称为m维列向量。

行(列)向量中只有一个坐标为1而其余皆为0者，称为单位行(列)向量。单位矩阵$\boldsymbol{I}$全由单位行(列)向量构成。

(6) 元素全为零的矩阵(向量)称为零矩阵(向量)，记作$\boldsymbol{O}$。

(7) 两个行数与列数相等的矩阵称为同型矩阵；若两个同型矩阵的对应元素相等，则称为两个矩阵相等。

4. 矩阵运算

(1) 加减法

设有两个同型矩阵$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$与$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$，规定

$$\boldsymbol{A}\pm\boldsymbol{B}=(a_{ij}\pm b_{ij})_{m\times n}$$

(2) 数与矩阵相乘

数k与矩阵$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$相乘，规定

$$k\boldsymbol{A}=(ka_{ij})_{m\times n}$$

(3) 矩阵与矩阵相乘

设有两个矩阵$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times s}$与$\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{s\times n}$，规定

$$\boldsymbol{AB}=(c_{ij})_{m\times n}=\boldsymbol{C}$$

其中$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}(i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n)$。

注意：$\boldsymbol{A}$的列数等于$\boldsymbol{B}$的行数时方可进行左$\boldsymbol{A}$右$\boldsymbol{B}$的矩阵乘法运算，运算所得的结