MINGSHI DIANBO

名师点拨系列丛书

适合新课标
人教版

名师点拨

MING SHI DIAN BO

课课通

9年级 数学 下

教材全解析

东南大学出版社

MINGSHIDIANBO

名师点拨

九年级数学（下）

（配新课标人教版）

九年级数学名师工作室　编著

东南大学出版社
·南京·

图书在版编目(CIP)数据

名师点拨:新课标人教版.九年级数学.下/李林主编.—南京:东南大学出版社,2010.10(2011.10重印)
ISBN 978-7-5641-1976-8

Ⅰ.名… Ⅱ.李… Ⅲ.数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第223971号

名师点拨——九年级数学(下册)(新课标·人教版)

出版发行	东南大学出版社
社　　址	南京市四牌楼2号(邮编:210096)
出 版 人	江建中
责任编辑	韩小亮
印　　刷	南京雄州印刷有限公司
开　　本	880 mm × 1230mm　1/32
印　　张	10.5
字　　数	412千字
版　　次	2011年10月第1版第2次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5641-1976-8
定　　价	18.00元

东大版图书若有印装质量问题,请直接与读者服务部联系,电话:(025)83795606

目　　录

第二十六章 二 次 函 数

单 元 导 学

一、课程学习目标

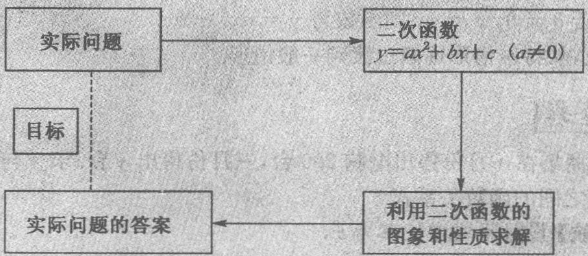
1. 通过对实际问题情境的分析确定二次函数表达式，并体会二次函数的意义.

2. 会用描点法画出二次函数的图象，能从图象上认识二次函数的性质.

3. 会根据公式确定图象的顶点、开口方向和对称轴(公式不要求记忆和推导)，并能解决简单的实际问题.

4. 会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解.

二、本章的知识结构框图



三、基本思想方法

1. 运用类比的方法，对二次函数的意义进行归纳概括.

2. 经历由具体到抽象，由特殊到一般的探索事物规律的过程.

3. 在把 $y=ax^2+bx+c$ 变形为 $y=a(x-h)^2+k$ 的过程中，使学生感受到配方法的应用价值.

4. 在运用待定系数确定二次函数解析式的过程中，加深对“形”与“数”关系的认识.

5. 体会如何运用函数分析和解决某些实际问题，从而进一步提高对函数的认识和运用能力.

§26.1　二次函数(一)

课标要求

一、知识与技能

1. 运用丰富的实例,使学生在具体的情境中了解二次函数.

2. 会根据实际问题,列出函数关系式.

二、情感、态度与价值观

引导学生探索实际问题的数量关系,激发学生的求知欲与探究思想,培养对学习数学的兴趣和积极参与数学活动的热情.在解决问题中体会数学的应用价值并感受成功的喜悦,建立自信心.

要点聚焦

一般的,形如 $y=ax^2+bx+c$ (a、b、c 是常数,$a\neq0$) 的函数,叫做二次函数.

特殊地,若 $b=0$, $c=0$,则函数为 $y=ax^2$;

若 $b=0$, $c\neq0$,则函数为 $y=ax^2+c$;

若 $b\neq0$, $c=0$,则函数为 $y=ax^2+bx$.

研究函数,从特殊情形逐渐过渡到一般情形.

名师诠释

例 1　某商场在一月份售出电脑 200 台,三月份售出 y 台.求 y 与月平均增长率 x(自变量)之间的函数关系式.

【思路导航】设月平均增长率为 x,

则二月份售出:$200+200x$ 即 $200(1+x)$;

三月份售出:$200(1+x)+200(1+x)x$ 即 $200(1+x)^2$.

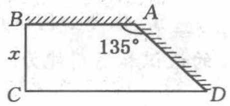
解: $y=200(1+x)^2$

【总结提高】弄清增长率的含义,增长量为多少,用代数式表示出来,从而搞清实际问题中的相关量.

【举一反三】

1. 正方形的边长为 3,若边长增加 x,则面积增加 y,则 y 与 x 之间的函数关系式是________.

2. 圆的半径为 R,它的面积 S 与圆的半径 R 之间的函数式为________.



3. 如图,苗圃的形状是直角梯形 $ABCD$, $AB\parallel DC$, $BC\perp CD$,其中 AB、AD 是已有的墙,$\angle BAD=135°$,另

外两边 BC 与 CD 的长度之和为 30 m，如果梯形的高 BC 为变量 x(m)，梯形面积为 y(m^2)，则 y 与 x 的关系是__________.

【答案提示】

1. 根据题意得：$y+3^2=(x+3)^2$，即 $y=x^2+6x$.

2. $S=\pi R^2$.

3. 作 $AE\perp CD$ 于 E，$DE=AE=x$，$AB=CE=30-2x$，$y=\frac{1}{2}(30-2x+30-x)\cdot x$，即 $y=-\frac{3}{2}x^2+30x$.

例 2　下列各式中：① $xy+x^2=1$；② $x^2+y-2=0$；③ $y^2-ax=-2$；④ $x^2-y^2+1=0$，其中 y 是 x 的二次函数是__________.（填序号）

【思路导航】 先变形成左边为 y 的等式，如能整理成为 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 的形式即为二次函数.

解：① $y=-x+\frac{1}{x}$，不合二次函数的意义；

② $y=-x^2+2$，合二次函数的意义；

③ $y=\pm\sqrt{ax-2}$，不合二次函数的意义；

④ $y=\pm\sqrt{x^2+1}$，不合二次函数的意义，所以填②.

【总结提高】 判断是不是二次函数，应从定义入手，抓住三个关键：① $a\neq 0$，② 自变量 x 的最高指数是 2，③ 关于自变量 x 的整式.

【举一反三】

1. 在下列函数关系中，y 是 x 的二次函数的是　（　）

A. $\frac{x}{y}=6$　　B. $xy=-6$　　C. $x+y=6$　　D. $y=-6x^2$

2. 下列函数：① $y=1-2x^2$；② $y=\frac{1}{x^2}$；③ $y=x(1-x)$；④ $y=(1-2x)(1+2x)$；⑤ $y=(x+2)^2-(x-1)^2$；⑥ $y=mx^2+nx+p$（m、n、p 为常数）. 其中一定是二次函数的有　（　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

3. 如果 y 与 x^2 成正比例，那么 y 是关于 x 的　（　）

A. 正比例函数　　B. 一次函数　　C. 反比例函数　　D. 二次函数

【答案提示】 1. D　2. ①③④　选 C　3. D

例 3　已知函数 $y=(m+3)x^{m^2+m-4}$ 是关于 x 的二次函数，则 $m=$________.

【思路导航】 根据二次函数的意义，既要 $m^2+m-4=2$，又要使二次项系数 $m+3\neq 0$.

解：根据二次函数的意义得：$\begin{cases} m^2+m-4=2, \\ m+3\neq 0, \end{cases}$

解得：$m=2$.

【总结提高】不可忽视二次项系数不为零的条件.

【举一反三】

1. 若函数 $y=(m+1)x^{m^2+1}$ 的图象是抛物线，则 m 的值为（　）

A. ±1　　B. -1　　C. 1　　D. 无法确定

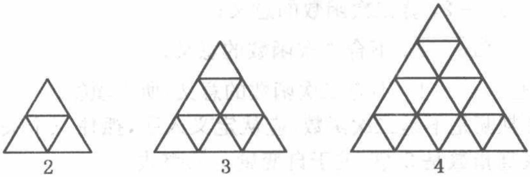
2. 若二次函数 $y=(m+1)x^2+m^2-2m-3$ 的图象过原点，则 m 的值必为（　）

A. 3　　B. -1　　C. 3 或 -1　　D. 无法确定

3. 已知 $y=(m-1)x^{m^2-m}$ 的图象是抛物线，则 m 的值为________.

【答案提示】1. C　2. A　3. 2 或 -1

例 4　有边长为 1 的等边三角形卡片若干张，用这些三角形卡片拼出边长分别为 2，3，4，…的等边三角形，请你根据图形推断，每个等边三角形所用卡片总数 S 与边长 n 的关系式是______.



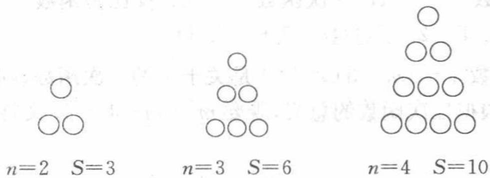
【思路导航】边长为 2，卡片总数为 4；
边长为 3，卡片总数为 9；
边长为 4，卡片总数为 16，
由此可推断：$S=n^2$.

解：$S=n^2$

【总结提高】一般探索归纳时先写出具体个数，再推广.

【举一反三】

1. 下列各图是由若干盆花组成的形如三角形图案，每条边（包括两个顶点）有 n $(n>1)$ 盆花. 每个图案花盆的总数是 S.



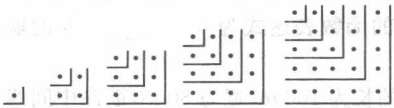
按此规律推断，S 与 n 的关系式是________________.

已知 $1+3=4=2^2$，$1+3+5=9=3^2$，$1+3+5+7=16=4^2$，$1+3+5+7+9=25=5^2$，…. 根据前面各式的规律，可猜测：

$1+3+5+7+\cdots+(2n+1)=$ ________（其中 n 为自然数）

2. 观察下列等式 $1^3=1^2$；$1^3+2^3=3^2$；$1^3+2^3+3^3=6^2$；$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$，想一想，等式左边各项幂的底数与右边幂的底数有什么关系？猜一猜可以引出什么规律，并把这个规律用等式写出来________.

3. 观察下面的点阵图和相应的等式，探究其中的规律：



(1) 在④和⑤后面的横线上分别写出相应的等式；

① $1=1^2$；② $1+3=2^2$；③ $1+3+5=3^2$；④ ________；

⑤ ________.

(2) 通过猜想写出与第 n 个点阵相对应的等式.

【答案提示】

1. $S=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$　　$(n+1)^2$

2. $1^3+2^3+\cdots+n^3=(1+2+\cdots+n)^2$

3. (1) $1+3+5+7=4^2$　$1+3+5+7+9=5^2$　(2) $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$

基础训练

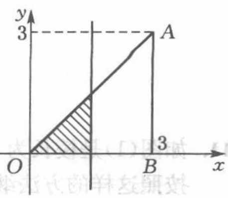
1. 下列函数中，哪些是二次函数______.（填序号）

① $y=3(x-1)^2+1$；　　② $y=x+\frac{1}{x}$；

③ $y=(x+3)^2-x^2$；　　④ $y=\frac{1}{x^2}$.

2. 设圆柱的高 h(cm)是常量，写出圆柱的体积 $V(\text{cm}^3)$与底面周长 C(cm)之间的函数关系式.

3. 矩形的周长为 6，则这个矩形的面积 y 与一边长 x 的函数关系式是________，自变量 x 的取值范围是________.



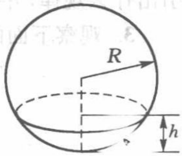
4. Rt$\triangle AOB$ 中，$AB\perp OB$，且 $AB=OB=3$，设直线

l：$x=t$ 直线左侧与三角形重叠部分(阴影部分)的面积为 S，则 S 与 t 之间的函数关系式为________.

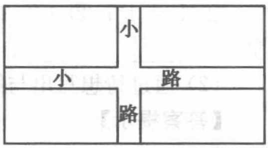
5. 函数① $y=\sqrt{3}x^2-2$；② $y=x^2-x(1+x)$；③ $y=x^2(x^2+4)-4$；④ $y=\frac{1}{x^2}+x$；⑤ $y=x(1-x)$ 中是二次函数的是________.(填序号)

6. 当 m________时，$y=(m-2)x^2+4x-5$ (m是常数)是二次函数.

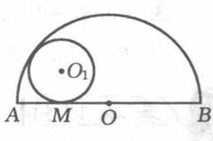
7. 如图，球体状容器的半径为 R(常数). 当液面的高度为 h 时，水平液面面积 A 的函数表达式为________，h 的取值范围为________.



8. 如图，一块矩形草地的长为 100 m，宽为 80 m，欲在中间修筑两条互相垂直的宽为 x m 的小路，这时草坪面积为 y m^2，求 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.



9. 如图，半圆 O 的直径 $AB=4$，半圆 O 的内切动圆 O_1 与 AB 切于点 M，设⊙O_1 的半径为 y，AM 的长为 x. 则 y 关于 x 的函数关系式是________，自变量的取值范围是________.



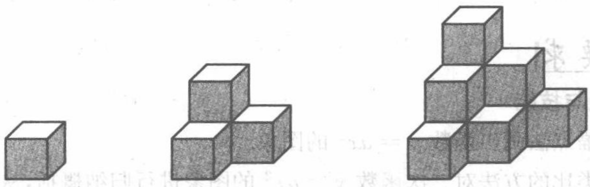
10. 在一块长方形镜面玻璃的四周镶上与它周长相等的边框，制成一面镜子，镜子的长与宽的比是 2∶1，已知镜面玻璃的价格是每平方米为 120 元，边框的价格是每米为 30 元，另外制作这面镜子还需加工费 45 元，设制作这面镜子的总费用是 y 元，镜子的宽度是 x m.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 如果制作这面镜子共花了 195 元，求这面镜子的长和宽.

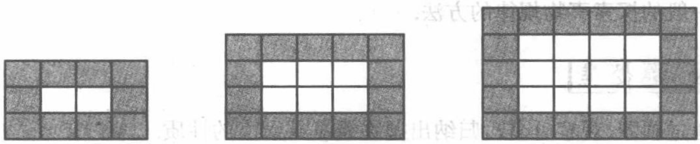
11. 如图(1)是棱长为 a 的小正方体，图(2)、图(3)是由这样的小正方体摆放而成，按照这样的方法继续摆放，自上而下分别叫第一层、第二层、…、第 n 层，第 n

层的小正方体的个数记为 S. (1) 当 $n=10$ 时，$S=$ ________；(2) S 与 n 的函数关系式是________.



(1)　　　　(2)　　　　(3)

12. 如图，用同样规格黑白两色的正方形瓷砖铺设矩形地面，请观察下列图形并解答下列问题：



(1) 在第 n 个图形中，每一横行共有________块瓷砖，每一竖列共有________块瓷砖(用含 n 的代数式表示)；

(2) 设铺设地面所用瓷砖的总块数为 y，请写出 y 与(1)中的 n 的函数关系式(不要求写自变量 n 的取值范围)；

(3) 按上述铺设方案，铺这样的矩形地面共用了 506 块瓷砖，求此时 n 的值；

(4) 若黑瓷砖每块 4 元，白瓷砖每块 3 元，在问题(3)中共需花多少元钱购买瓷砖？

§26.1　二次函数(二)

课标要求

一、知识与技能

1. 会用描点法画出函数 $y=ax^2$ 的图象.

2. 会用类比的方法对二次函数 $y=ax^2$ 的图象进行归纳概括,从而得出它的性质.

二、情感、态度和价值观

经历了用一次函数、反比例函数等解决问题的过程,体会由具体到抽象,由特殊到一般的探索事物规律的方法.

要点聚焦

通过画图、观察、比较,归纳出抛物线 $y=ax^2$ 的性质.

(1) 抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴(直线 $x=0$),顶点是原点$(0,0)$.

(2) 当 $a>0$ 时,抛物线 $y=ax^2$ 开口向上,有最小值为0;当 $a<0$ 时,抛物线 $y=ax^2$ 开口向下,有最大值为0.

在研究问题的过程中,主要运用了数形结合的思想方法.

名师诠释

例1　在同一直角坐标系中画出下列函数的图象,并指出它们有什么共同点.

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$;　　(2) $y=2x^2$.

【思路导航】二次函数 $y=ax^2$ 的图象的画法.

(1) 列表:以0为中心,均匀地选取一些便于计算的 x 的值,计算出函数 y 的对应值,列出函数的对应值表;

(2) 描点:把每对 x 与 y 的值分别作为点的横坐标和纵坐标,在坐标平面内描出相应的点;

(3) 连线:自变量的取值按由小到大的顺序,用平滑的曲线连接各点,即可得到函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的大致图象;

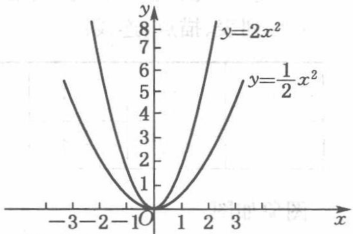
(4) 一般说来,选点越多,图象越精确,在实际中,应具体问题具体分析.

解:(1) 列表

x	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
$y=\frac{1}{2}x^2$	4.5	2		0.5		0		0.5		2	4.5
$y=2x^2$		8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	

(2) 描点

(3) 连线

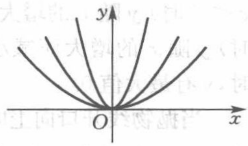


这两个函数的图象都是抛物线，它的开口的方向都向上．都是以 y 轴为对称轴．顶点都在坐标原点（这里的顶点是抛物线的最低点）．

【总结提高】 在列表、描点时，要注意图形的对称性，因为图象是曲线，连接时要平滑，有时为了表明图象在顶点邻近的形状，在顶点邻近自变量的取值间隔可再分细一些，描点多一些．

【举一反三】

1. 函数 ①$y=x^2$，②$y=\frac{1}{2}x^2$，③$y=3x^2$ 的图象大致如图所示，则图中从里向外的三条抛物线对应的函数依次是__________．（填序号）



2. 若点 $A(2,\ m)$ 在抛物线 $y=x^2$ 上，则点 A 关于 y 轴对称的点 B 的坐标是________．

3. 已知 $a<-1$，点 $(a-1,\ y_1)$、$(a,\ y_2)$、$(a+1,\ y_3)$ 都在函数 $y=x^2$ 的图象上，试比较 y_1、y_2、y_3 的大小．

【答案提示】

1. ③①② **2.** $(-2,\ 4)$

3. $\because a<-1$，$\therefore a-1<a<a+1<0$， $\therefore$ 三点都在 y 轴的左侧或在列表表格中在 0 的左边随 x 的增大而减小，$\therefore y_1>y_2>y_3$．

例 2 一个二次函数，它的对称轴是 y 轴，顶点是原点，且经过点 $(1,\ -4)$．

(1) 写出这个二次函数的解析式；

(2) 画出这个二次函数的图象；

(3) 对称轴左侧部分，y 随 x 的增大怎样变化？

(4) 指出这个函数有最大值还是最小值？这个值是多少？

【思路导航】 确定二次函数的解析式的一般方法是待定系数法.

解：(1) 根据题意，设所求函数为 $y=ax^2(a\neq 0)$.

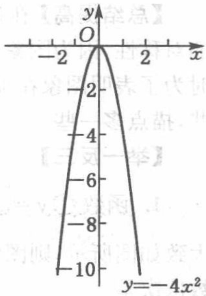
则 $-4=a\cdot 1^2$ $\therefore a=-4$

$\therefore$ 这个二次函数的解析式是 $y=-4x^2$.

(2) 列表、描点、连线：

x	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

图象如图.



(3) $\because a<0$，$\therefore$ 抛物线开口向下.

在对称轴左侧部分，y 随 x 的增大而增大.

(4) 抛物线有最高点，故函数有最大值.

当 $x=0$ 时，y 有最大值为 0.

【总结提高】 当抛物开口向下时，在对称轴的左侧（即 $x<0$ 时）y 随 x 的增大而增大，在对称轴的右侧（即 $x>0$ 时）y 随 x 的增大而减小，这时顶点是原点，因此当 $x=0$ 时，y 有最大值 0.

当抛物线开口向上时，在对称轴的左侧（即 $x<0$ 时）y 随 x 的增大而减小，在对称轴的右侧（即 $x>0$ 时），y 随 x 的增大而增大，这时顶点是原点，因此当 $x=0$ 时，y 有最小值 0.

【举一反三】

1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象过点$(-1, 2)$，则它的解析式是________；顶点坐标是________；对称轴是________；当________时，y 随 x 的增大而增大.

2. 已知，函数 $y=(m-1)x^2$ 的图象在一、二象限，则 m 的取值范围是________.

3. 若二次函数 $y=(m+1)x^2+m^2-9$ 的图象经过原点，且有最大值，则 $m=$________.

【答案提示】

1. $y=2x^2$　$(0, 0)$　y 轴　$x>0$

2. 由 $m-1>0$ 得 $m>1$

3. 由已知得 $0=(m+1)\cdot 0^2+m^2-9$，$\therefore m^2-9=0$，$\therefore m=\pm 3$. $\because$ 函数有最大值，$\therefore m+1<0$，$\therefore m=-3$.

例 3 若函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 与直线 $y=2x-3$ 的图象交于点$(1, b)$.

求(1) a、b 的值; (2) 求抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标; (3) 列表、描点画出草图,并指出 x 取何值时该函数 y 随 x 的增大而增大.

【思路导航】两图象交于一点,即点在 $y=ax^2$ 的图象上又在直线 $y=2x-3$ 上,那么点$(1, b)$的坐标满足上述两个解析式.

解:(1) 由已知得 $\begin{cases} b=2\times 1-3, \\ b=a\cdot 1^2, \end{cases}$

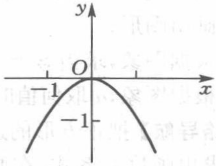
$\therefore b=-1$, $a=-1$.

(2) 抛物线为 $y=-x^2$,

开口方向为:向下;对称轴为 y 轴;顶点坐标为$(0, 0)$.

(3) 列表、描点画出 $y=-x^2$ 的草图

x	-1	0	1
y	-1	0	-1



当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而增大.

【总结提高】两函数公共点,可用公共点的坐标代入两函数解析式,求函数或点的坐标.

求两函数的交点,可解两函数解析式组成的方程组. 方程组的解化为点的坐标即可.

【举一反三】

1. 直线 $y=ax$ 与抛物线 $y=ax^2(a\neq 0)$ ( )

A. 只相交于一点$(1, a)$ B. 只相交于一点$(0, 0)$

C. 没有交点 D. 相交于两点$(0, 0)$、$(1, a)$

2. 直线 $y=2x-1$ 与抛物线 $y=x^2$ 的交点坐标是________.

3. 已知直线 $y=-2x+3$ 与抛物线 $y=x^2$ 相交于 A、B 两点,点 O 为坐标原点,则$\triangle AOB$ 的面积为 ( )

A. 3 B. 6 C. 12 D. $\frac{9}{2}$

【答案提示】

1. $\begin{cases} y=ax, \\ y=ax^2, \end{cases}$ 解得$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=0, \end{cases}\begin{cases} x_2=1, \\ y_2=a. \end{cases}$ $\therefore$ 选 D.

2. $\begin{cases} y=2x-1, \\ y=x^2, \end{cases}$ $x_1=x_2=1$, $\therefore y=1$, $\therefore$ 交点坐标为$(1, 1)$.

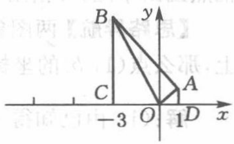
3. $\begin{cases} y=-2x+3, & ① \\ y=x^2, & ② \end{cases}$ 由 ② − ① 得：$x^2+2x-3=0$,

$\therefore x_1=1$, $x_2=-3$.

把 $x_1=1$ 代入 ① 得 $y_1=1$,

把 $x_2=-3$ 代入 ① 得 $y_2=9$.

$\therefore A(1,1)$, $B(-3,9)$.



$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\text{梯形}ABCD}-S_{\triangle AOD}-S_{\triangle BOC}$

$=\frac{1}{2}(1+9)\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 1-\frac{1}{2}\times 3\times 9$

$=6$, ∴ 选 B.

例 4 正方形的周长是 $a(\mathrm{m})$，面积为 $S(\mathrm{m}^2)$.

(1) 求 S 与 a 之间的函数关系式；

(2) 画出图形；

(3) 根据图象，求当 $S=1\ \mathrm{m}^2$ 时，正方形的周长；

(4) 根据图象，a 取何值时，$S\geqslant 4\ \mathrm{m}^2$.

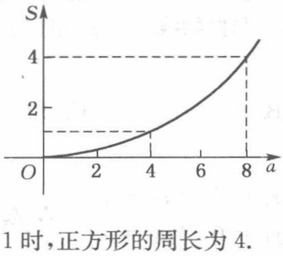
【思路导航】把正方形的边长用周长的代数式来表示，再根据正方形的面积公式，即可求出函数关系式. 在画图时要根据自变量的意义取值，本题周长只能取正值.

解：(1) $S=\left(\frac{a}{4}\right)^2=\frac{a^2}{16}\ (a>0)$.

(2) 列表

a	0	2	4	6	8
S	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4

描点并连线



(3) 由图可知，当 $S=1$ 时，正方形的周长为 4.

(4) 由图可知，当 $a\geqslant 8$ m 时，$S\geqslant 4\ \mathrm{m}^2$.

【总结提高】本图象是抛物线的一部分，另外注意自变量为 a，函数为 S.