

高中新课程 重难点 突破 数学

GAOZHONG XINKECHENG
ZHONGNANDIAN
TUPO

必修3



YZLI0890142755



湖北长江出版集团
湖北教育出版社

本书编写组 编写

高中新课程 重难点突破 数学 必修3

GAOZHONG XINKECHENG
ZHONGNANDIAN
TUPO



YZLI0890142765



湖北长江出版集团
湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

高中新课程重难点突破 数学必修 3/本书编写组编写. —武汉:湖北教育出版社,2011. 7

ISBN 978 - 7 - 5351 - 6566 - 4

I. 高… II. 本… III. 中学数学课 - 高中 - 教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 085316 号

出版 发行:湖北教育出版社

网 址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号

邮编:430015 电话:027 - 83619605

经 销:新 华 书 店

印 刷:湖北新开元印刷有限公司印刷

开 本:787mm × 1092mm 1/16

版 次:2011 年 7 月第 1 版

字 数:171 千字

(437100 · 咸宁市金桂大道)

6.75 印张

2011 年 7 月第 1 次印刷

印数:1 - 6 000

ISBN 978 - 7 - 5351 - 6566 - 4

定价:14.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前言

随着普通高中新课程改革的不断深入和扩大,为贯彻新课程的精神和要求,并针对学生未来的新课程条件下的学习能力的要求,我们编写了本套丛书。

本套书打破了新课标各个版本教材的限制,又综合了各个版本教材的内容,做到通用且好用。本套丛书的编写建构在实施新课程的教学和教研基础之上,注重实用性和可操作性。本套丛书以教学大纲为基础,与现行的教材基本同步,全面落实课程内容,达到教学目标和考纲对学生能力的要求。

本套丛书以高中阶段中等成绩学生为目标对象,以帮助学生提升学习成绩和综合素质为主要目的。丛书贯彻了新课标和高考大纲的精神,突破传统的学习模式,通过对本书的学习,要达到将教材知识融会贯通,并在教材基础上有相应的拓展;对解题方法能熟练运用并能迅速找到解题的突破口,帮助解决学生学习过程中最急需解决的问题;提升学生的自学能力,并切实提高分析问题的能力,掌握深入探究问题的方法,拓展解题思路。本丛书区别于传统意义上的教学参考书,将教材知识结构和解题方法规律进行了有效结合。

丛书编写顺序与教材一致,遵循“教材中有什么,我们就提供什么”的原则,以教材内容为模板,按教材章节编写,包括本章节课程的主要概念(内容),设有基础知识、学习方法、重点难点、重难点冲刺、知识点拨、巩固练习等多个栏目,用相关例题来说明,并详细叙述解题的方法及技巧,提示重难点的解题思路及切入点。章节后用大量的习题对所学内容进行巩固,复习,以帮助学生深刻领悟相应知识点,逐步建立灵活解题的思路和能力,其中少量难度较高的试题将对学生的思维进行良好的拓展,使学生在考试中立于不败之地。

虽然作者在编写过程中认真负责,但难免有错误及疏漏,恳请广大读者批评指正,以利于再版时修正及完善。

本套书由湖北、山东、广东等地的特级教师和一线教师骨干联合编写。主编:汪学毅。副主编:赵新、王庆平。参加各册编写的有:刘心红、张高庆、万江波、陈永定、曾庆平、何芳平、杨定军、刘亚东、胡敏、王宝成、王友志、肖平宇、夏冬阳、周新平、陈国庆、杨爱民、赵建军、孙晓新、张小兰、徐冬生。

本书编写组

2011年6月

目录

第一章	算法初步	1
	1.1 算法与程序框图	1
	1.2 基本算法语句	19
	1.3 算法案例	34
	第一单元质量评估	39
第二章	统计	41
	2.1 随机抽样	41
	2.2 用样本估计总体	52
	2.3 变量间的相关关系	62
	第二单元质量评估	67
第三章	概率	69
	3.1 随机事件的概率	69
	3.2 古典概型	81
	3.3 几何概型	88
	第三单元质量评估	96
参考答案		98

第一章 算法初步

本章的主要内容是算法的概念、程序框图、算法的三种基本逻辑结构和框图表示以及基本算法语句,本章还介绍了中国古代数学中的三个算案例.全章共分为三大节,第一节是算法的概念、程序框图、算法的三种基本逻辑结构和框图表示;第二节学习赋值、输入和输出语句、条件语句和循环语句等算法基本语句的意义、应用规则,并通过例子学习如何编写对应的 BASIC 程序以及在计算机上实现算法;第三节介绍中国古代数学中的三个算案例:求两个正整数最大公约数的“等值算法”,求多项式的值的秦九韶算法和进位制.

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

目标导航



基础知识

1. 体会算法思想,了解算法含义;
2. 会用数学语言描述简单问题的算法步骤.

学习方法

1. 体会算法的基本思想即解决一类问题;
2. 在具体的实际问题中,会写出解决它的算法步骤;
3. 抓住算法的特性,更好地去理解算法.

重点难点

1. 对算法概念的理解;
2. 学会借助已有的数学问题的解决方法和步骤设计算法;
3. 通过解决具体问题的实例感受、理解算法的特性,体会算法的基本思想.

重难点冲刺



一、算法概念及特性

1. 概念

在数学中,算法通常是指按一定规则解决某一类问题的明确和有限的步骤.

2. 特性

- 有穷性**——一个算法的步骤是有限的,它应在有限步操作之后停止,而不能是无限的.
- 确定性**——算法中的每一步应该是确定的并且能有效地执行和得到确定的结果,而不应当模棱两可.比如让学生求 $\sqrt{3}$ 的近似值却没有要求近似的精度,不同的学生会得到不同的结果,或者说该问题根本不能求解.
- 有序性**——算法从初始步骤开始,分为若干明确的步骤,每一个步骤只能有一个确定的后继步骤,前一步是后一步的前提,只有执行完前一步才能进行下一步,并且每一步都要准确无误,才能解决问题.
- 不唯一性**——求解某一个问题的算法不是唯一的,对于一个问题可以有不同的算法.
- 普遍性**——很多具体的问题都可以设计合理的算法去解决,如心算、计算器计算都要经过有限的、事先设计好的步骤加以解决.

知识点拨

(1)在数学中,“算法”一词源于算术,算术方法的原意是一个由已知推求未知的运算过程,后来人们把它推广到一般情况,指在有限步骤内求解某一问题所使用的一组定义明确的规则.现代意义上的“算法”通常是指可以用计算机来解决某一类问题的程序或步骤,这些程序或步骤必须是明确和有效的,而且能够在有限步之内完成.

(2)通俗点说,算法就是计算机解题的过程,在这个过程中,无论是形成解题思路还是编写程序,都是



在实施某种算法,前者是推理实现的算法,后者是操作实现的算法.

(3)算法一般是机械的,有时要进行大量重复的计算,只要按部就班地去做,总能算出结果.

例 1 下列关于算法的说法,正确的个数有 ()

- ①求解某一类问题的算法是唯一的;
②算法必须在有限步操作之后停止;
③算法的每一步操作必须是明确的,不能有歧义或模糊;

④算法执行后一定产生确定的结果.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

导析 运用算法概念及特性求解.

解析 由于算法具有可终止性、明确性和确定性,因而②③④正确,而解决某类问题的算法不一定唯一,从而①错.故选 C.

说明

算法在中学课程中是一个新概念,算法实际上就是解决问题的一种程序性方法,它通常指向某一类问题,而解决的过程是程序性和构造性的.算法又可以看成解决问题的特殊的有效方法,中学课程中的算法更强调具体算法所蕴涵的算法思想,重点在于培养学生的算法意识.

拓展 给出下列四个语句:

①某人从济南到莫斯科,可以先乘火车到北京,再坐飞机抵达莫斯科;

②利用三角形面积公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (其中 a, b, c 表示三角形的三边长, $p = \frac{a+b+c}{2}$), 计算三边长分别为 2, 3, 4 的三角形面积;

③解不等式 $x^2 - 3x > 2$;

④求过两点 $A(-1, 0), B(3, -2)$ 的直线方程,可先计算直线 AB 的斜率,再根据点斜式求得直线方程.

其中是算法的是 ()

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

解析 算法实际上是解决问题的一种程序性方法,一般是机械的,按部就班地执行,通常能解决一个或一类问题.③不能解决一类问题,故错误.

答案

B

二、设计算法

1. 设计要求

(1)写出的算法,必须能解决一类问题(如判断一个任意整数 n 是否为质数,求任意一个函数式的近似解),并且能够重复使用;

(2)要使算法尽量简单,步骤尽量少,算法从初始步骤开始,每一个步骤只能有一个后继步骤,从而组成一个步骤序列,序列的终止表示问题得到解答或指出问题没有解答;

(3)算法过程要能一步一步执行,每一步执行的操作,必须确切,不能含糊不清,而且在有限步后能得出结果.

2. 设计步骤

认真分析问题,找出解决此问题的一般数学方法

借助有关变量或参数对算法加以表述

将解决问题的过程划分为若干步骤

用简练的语言将这个步骤表示出来

3. 表示方法

S1 第一步

S2 第二步

⋮

⑤ 知识点拨

写一个算法应遵循由粗到细的处理问题的方法,先确定大的框架,也就是先将问题划分为几个大的模块,再根据情况具体化,这是设计算法和编写程序时普遍采用的方法.

例 2 设计一个算法,对任意 3 个数 a, b, c , 求出其中的最小数.

导析 先把 a, b 进行比较,得最小数,再与 c 比较得最小数.

解析 算法步骤如下:

S1 $\min = a$.

S2 如果 $b < \min$ 则 $\min = b$.

S3 如果 $c < \min$ 则 $\min = c$.

S4 $\min$ 就是 a, b, c 中的最小数.

说明

任给有限个数,求其中的最大数、最小数的算法在数不是很多的情况下,就可以采用这种逐一比较的办法.

拓展 把此例题改为求最大数、设计算法.

解析 S1 $\max = a$.

S2 如果 $b > \max$ 则 $\max = b$.

S3 如果 $c > \max$ 则 $\max = c$.

S4 $\max$ 就是 a, b, c 中的最大数.

例 3 设计一个解二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的算法 ($a \neq 0$).

导析 对于一元二次方程解法有十字相乘法、配方法等,但只有求根公式是解决这个问题的通法,可以解这类问题中的所有方程.

解析 设计算法步骤如下:

S1 输入 a, b, c 的值.

S2 计算 $A = b^2 - 4ac$.

S3 计算 $B = \sqrt{A}$.

S4 计算 $C = -b + B, D = -b - B$.

S5 计算 $x_1 = \frac{C}{2a}, x_2 = \frac{D}{2a}$.

S6 输出 x_1, x_2 .

说明

设计算法一定要解决一类问题,即解决这一问题的通法,切忌只解决题目中的一个问题,那不是算法.算法步骤要简练,每一步不要进行太多操作,复杂问题拆成多个步骤去解决.

拓展 设计算法解二元一次方程组

$$\begin{cases} ax + by = mL, & ① \\ cx + dy = nL. & ② \end{cases} \quad (\text{其中 } x, y \text{ 为未知量})$$

解析 S1 假定 $a \neq 0$, 由 $① \times (-\frac{c}{a}) + ②$ 得

$$(d - \frac{cb}{a})y = (n - \frac{cm}{a})L, \text{ 即方程组化为}$$

$$\begin{cases} ax + by = mL, & ③ \\ (ad - cb)y = (an - cm)L. & ④ \end{cases}$$

S2 如果 $ad - cb \neq 0$, 解方程④得到 $y = \frac{an - cm}{ad - cb}L$. ⑤

S3 将⑤代入①得到 $x = \frac{dm - bn}{ad - cb}L$.

S4 输出结果 x, y .

例 4 设计一个算法计算函数 $y =$

$$\begin{cases} -x^2 - 1, & (x \leq -1) \\ x^2, & (x > -1) \end{cases} \text{ 的函数值.}$$

导析 先判断自变量的取值,然后代入相应解析式求函数值.

解析 算法如下:

S1 输入 x 的值.

S2 当 $x \leq -1$ 时,

计算 $y = -x^2 - 1$,

否则执行 S3.

S3 计算 $y = x^2$.

S4 输出 y .

说明

输入自变量的值,如果是分段函数,那么在设计算法时,要对输入的自变量的值根据已知条件去判断,分类求值.

拓展

$$\text{已知函数 } y = \begin{cases} 2^x - 1, & (x \leq -1) \\ \log_2(x+1), & (-1 < x < 2) \\ x^2, & (x \geq 2) \end{cases}$$

设计一个计算此函数值的算法.

解析 算法如下:

S1 输入 x 的值.

S2 当 $x \leq -1$ 时,计算 $y = 2^x - 1$, 否则执行 S3.

S3 当 $x < 2$ 时,计算 $y = \log_2(x+1)$, 否则执行 S4.

S4 计算 $y = x^2$.

S5 输出 y .

巩固练习

一、选择题

1. 下列说法正确的是

- A. 一个程序的算法步骤是可逆的
- B. 一个算法可以无止境地运算下去
- C. 完成一件事情的算法有且只有一种
- D. 设计算法要本着简单方便的原则

2. 算法:

S1 输入 $n (n \in \mathbb{N})$

S2 判断 n 是否是 2, 若 $n = 2$, 则 n 满足条件; 若 $n > 2$, 则执行下一步

S3 依次从 2 到 $n-1$ 检验能不能整除 n , 若不能整除 n , 则 n 满足条件

满足上述条件的 n 是 ()

A. 质数 B. 奇数

C. 偶数 D. 合数

3. 下列语句表达中是算法的有 ()

① 利用公式 $S = \frac{1}{2}ah$ 计算底为 1, 高为 2 的三角形的面积;



②解不等式 $\frac{1}{2}x > 2x + 4$;

③求 $M(1, 2)$ 与 $N(-3, -5)$ 两点连线的方程可先求 MN 的斜率, 再利用点斜式方程求得.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 0 个

4. 计算下列各式中的 S 值, 能设计算法求解的是

① $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$;

② $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 + \dots$;

③ $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n (n \geq 1 \text{ 且 } n \in \mathbb{N})$.

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③

二、填空题

5. 以下有六个步骤:

①拨号; ②等拨号音;

③提起话筒(或免提功能);

④开始通话或挂机(线路不通);

⑤等复话方信号; ⑥结束通话.

试写出打一个本地电话的算法 _____.
(只写编号)

6. 以下是解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y + 6 = 0, & \text{①} \\ x + y + 3 = 0 & \text{②} \end{cases}$ 的

一个算法, 请将该算法补充完整.

S1 ①②两式相加得 $3x + 9 = 0$. ③

S2 由③式可得 _____. ④

S3 将④式代入①式得 $y = 0$.

S4 输出方程组的解 _____.

三、解答题

7. 如下算法:

S1 输入 x 的值.

S2 若 $x \geq 0$ 成立, 则 $y = x$, 否则执行 S3.

S3 $y = x^2$.

S4 输出 y 的值.

若输出结果 y 的值为 4, 求输入的 x 的值.

8. 求底面边长为 $4\sqrt{2}$, 侧棱长为 5 的正四棱锥的体积, 给出解决该问题的一个算法.

尖子生题库

9. 韩信是汉高祖刘邦手下的大将, 他英勇善战, 智谋超群, 为建立汉朝立下了汗马功劳, 据说他在点兵的时候, 为了不让敌人知道自己部队的实力, 采用下述点兵方法: 先令士兵从 1 到 3 报数, 结果最后一个士兵报 2; 再令士兵从 1 到 5 报数, 结果最后一个士兵报 3; 又令士兵从 1 到 7 报数, 结果最后一个士兵报 4. 这样, 韩信很快就算出了自己部队士兵的总数. 请设计一个算法, 求出士兵至少有多少人.

答案

1. [解析] A 不满足有序性; B 不满足有穷性; C 不满足不唯一性; 故选 D.

[答案] D

2. [解析] S_2 中最小质数 2, 满足条件, S_3 中为大于 2 的自然数找因数, 找不到则为质数. S_4 这样的 n 为质数.

[答案] A

3. [解析] 由算法概念、特性可知, ①③能够解决一类问题, 故选 B.

[答案] B

4. [解析] ①可以; ②不满足有穷性; ③可以. 故选 B.

[答案] B

5. [解析] 按着先后顺序排列.

[答案] ③②①⑤④⑥

6. [解析] 由③得即解方程 $3x + 9 = 0$, $x = -3$. 将④式代入①式得 $2 \times (-3) - y + 6 = 0$. 所以 $y = 0$.

[答案] $x = -3 \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}$

7. [解析] 由所给的算法可知, 该算法执行的功能

是给定 x , 求分段函数 $y = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$ 对应的函数值.

当 $y = 4$ 时, 若 $x \geq 0$, $x = 4$;

若 $x < 0$, $x^2 = 4$, 得 $x = -2$.

综上, 满足条件的 x 值为 -2 和 4 .

8. [解析] 第一步: 取 $a =$

$4\sqrt{2}$, $l = 5$.

第二步: 计算 $R = \sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}$.

第三步: 计算 $h = \sqrt{l^2 - R^2}$.

第四步: 计算 $S = a^2$.

第五步: 计算 $V = \frac{1}{3}Sh$.

第六步: 输出运算结果.

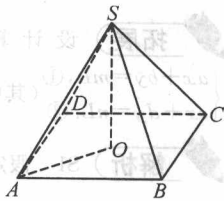
9. [解析] S1 确定最小的除以 3 余 2 的正整数: 2.

S2 依次加 3 就得到所有除以 3 余 2 的正整数: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, ……

S3 在上列数中确定第一个除以 5 余 3 的正整数: 8.

S4 然后依次加上 15, 得到 8, 23, 38, 53, ……

S5 在第四步得到的一系列数中找出满足除以 7 余 4 的最小数 53, 这就是我们要求的数.



1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

第1课时 程序框图、顺序结构

目标导航

⑤ 基础知识

1. 理解程序框图的概念；
2. 掌握框图符号的用法和含义；
3. 理解顺序结构的功能，并能用它描述简单问题。

⑤ 学习方法

1. 在理解算法概念的基础上，结合具体问题，体验程序框图在解决问题中的作用；
2. 通过实例，探索学习设计程序框图表达解决问题的过程，进一步体会算法思想。

⑤ 重点难点

1. 框图符号的含义及用法；
2. 画程序框图的规则；
3. 顺序结构程序框图的基本结构及特点。

重难点冲刺

一、基本概念及框图符号

1. 程序框图

又称流程图，是一种用程序框图、流程线及文字说明来表示算法的图形。

2. 框图符号

图形符号	名称	符号表示的意义
	终端框（起止框）	表示一个算法的起始和结束
	输入、输出框	表示一个算法输入输出的信息
	处理框（执行框）	赋值、计算
	判断框	判断某一条件是否成立，成立时在出口处标明“是”或“Y”，不成立时标明“否”或“N”
	流程线	连接程序框图
	连接点	连接程序框图的两部分

3. 框图符号的作用：

- ①起、止框用“”表示，是任何流程不可少的，

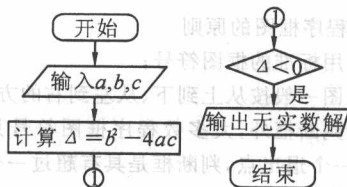
表明程序的开始或结束；

②输入、输出框用“”表示，可用在算法中任何需要输入、输出的位置，需要输入的字母、符号、数据都填在框内；

③处理框用“”表示，算法中处理数据需要的算式、公式等可以分别写在不同的用以处理数据的处理框内，另外，对变量进行赋值时，也用到处理框；

④当算法要求你对两个不同的结果进行判断时，需要将实现判断的条件写在判断框内，判断框用“”表示；

⑤一个算法步骤到另一个算法步骤用流程线连接，如果一个程序框图需要分开来画，要在断开处画上连接点，并标出连接的号码（如下图所示）。



⑤ 知识点拨

每个框图符号都有其固定规则和作用，在用的时候不能乱用，该用什么框就用什么框，这样画出的程序框图才规范美观。

例1 下列关于程序框图的说法中正确的个数有（ ）

- ①用程序框图表示算法直观、形象，容易理解；
- ②程序框图能够清楚地展现算法的逻辑结构，也就是通常所说的一图胜万言；
- ③在程序框图中，起止框是任何流程不可少的；
- ④输入和输出框可用在算法中任何需要输入、输出的位置。

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

导析 根据各个框图符号作用进行判断。

解析 ①②是程序框图的优点，正确；
③④分别是起止框和输入、输出框的功能，正确。

答案 D

说明

框图符号有其使用的原则，该用什么框就用什么框，不能混淆。



拓展 在画程序框图时所需要遵循的规则中,下列说法错误的是()

- A. 使用标准的框图符号
 B. 在程序框图中,大多数框图符号只有一个进入点和一个退出点,判断框是具有超过一个退出点的其中的一个符号
 C. 一种判断框是“是”与“不是”两分支的判断,而且有且仅有两个结果,另一种是多分支判断,有几种不同的结果
 D. 在图形符号内描述的语言要非常简练、清楚

解析 程序框图中不同的图形符号有不同的名称,并表示不同的意义,B项中的“其中”应为“唯一”.

答案 B

二、画程序框图

1. 画程序框图的原则

- (1) 使用标准的框图符号;
 (2) 框图一般按从上到下、从左到右的方向画;
 (3) 除判断框外,大多数程序框图符号只有一个进入点和一个退出点,判断框是具有超过一个退出点的唯一符号;
 (4) 一种判断框是二选一形式判断,有且仅有两种可能结果;另一种是多分支判断,可能有几种不同的结果;

(5) 在图形符号内描述的语言要非常简练清楚.

2. 如何画程序框图

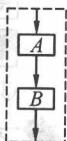
用程序框图表达算法的优点是直观、形象、容易理解,能够清楚地展现算法的逻辑结构,便于学习和交流.要画好框图,应当是先设计好算法,再按照画框图的要求(画流程图的规则)画出框图.

3. 程序框图的三种基本逻辑结构

- (1) 顺序结构;
 (2) 条件分支结构;
 (3) 循环结构.

4. 顺序结构程序框图

(1) 顺序结构是最简单的算法结构,语句与语句之间,框与框之间按从上到下的顺序进行,它由若干个依次执行的处理步骤组成,它也是任何一个算法都离不开的一种算法结构,可以用右图所示的虚线框表示顺序结构的示意图,其中A和B两个框是依次执行的,只有在执行完A框所指定的操作后,才能接着执行B框所指定的操作.



- (2) 特点:
 a. 中间没有“转弯”,也没有“回头”;
 b. 是任何一个算法程序框图都离不开的基本结构;

c. 只能够解决一些简单问题.

知识点拨

由画程序框图的原则及方法,在具体问题中把设计好的算法一步一步地画成程序框图.注意每个框图的开始和结束都要用到终端框,主流程线一定要画在一条直线上,这样才工整美观.

例2 设计一个算法,求长为 a ,宽为 b 的矩形的面积,并用程序框图表示出来.

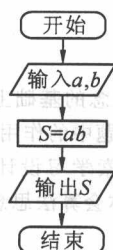
导析 先设计算法再画框图.

解析 S1 输入 a, b .

S2 计算面积 $S=ab$.

S3 输出矩形的面积 S .

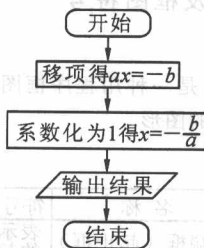
程序框图如下.



说明

将 a, b 代入面积公式计算即可,画框图时必须规范,特别是开始和结束的圆角矩形.

拓展 一个算法的程序框图如下图所示,简单描述此算法的功能.



解析 按照流程线的顺序一步一步执行可知此算法功能为解一元一次方程,即求方程 $ax+b=0$ ($a \neq 0$)的解.

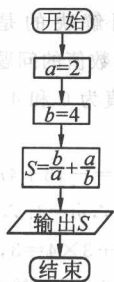
巩固练习

一、选择题

1. 符号表示的意义是()
 A. 流程图的开始或结束
 B. 数据的输入或输出
 C. 根据给定条件判断

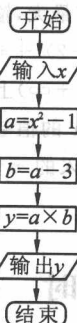
D. 赋值执行语句结果的传递

2. 如图所示, 程序框图的输出结果是 ()



- A. 2 B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

3. 阅读如下图所示的程序框图.



若输入 $x=3$, 则输出的 y 值为 ()

- A. 24 B. 25 C. 30 D. 40
4. 如下图所示的是一个算法的流程图, 已知 $a_1=3$, 输出的结果为 7, 则 a_2 的值是 ()



- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

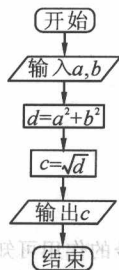
二、填空题

5. 在程序框图中, 图形符号  的名称是 , 符号表示的意义是 . 在程序框图中, 是任何流程不可少的, 表示程序的 .

6. 读程序框图, 回答下列问题:

(1) 图甲的算法功能是 $(a>0, b>0)$;

(2) 图乙的算法功能是 .



三、解答题

7. 写出求 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点之间距离的算法, 并画出程序框图.

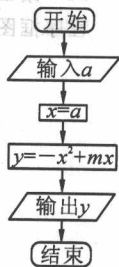
8. 已知一个三角形的三边长分别是 a, b, c , 它的面积可用海伦-秦九韶公式计算:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ 其中 } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

为计算机设计一个算法, 输入三角形的三条边长 a, b, c , 输出三角形的面积 S .

尖子生题库

9. 如图所示的框图是解决某个问题而绘制的程序框图, 仔细分析各图框内的内容及图框之间的关系, 回答下面的问题.



- 框中 $x=a$ 的含义是什么?
- 框中 $y=-x^2+mx$ 的含义是什么?
- 该程序框图解决的是怎样的一个问题?
- 若输入的 x 值为 0 和 4 时, 输出的值相等, 则
 - 当输入的 x 值为 3 时, 输出的值为多大?
 - 要想使输出的值最大, 输入的 x 值应为多少?
 - 按照这个程序框图, 当输入的 x 的值都大于 2 时, x 值大的输出的 y 值反而小, 为什么?

答案

1. [解析] 此为判断框, 故选 C.

[答案] C

2. [解析] $S = \frac{4}{2} + \frac{2}{4} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

故选 C.

[答案] C

3. [解析] $a=3^2-1=8$,

$$b=8-3=5,$$

$$y=8 \times 5=40,$$

故选 D.

[答案] D



4. [解析] $b=3+a_2$,

$$b = \frac{3+a_2}{2},$$

$$\text{则输出 } b = \frac{3+a_2}{2} = 7,$$

$$\text{解得 } a_2 = 11.$$

[答案] C

5. [解析] 根据框图符号的作用可知.

[答案] 流程线;连接程序框图;终端框;开始和结束.

6. [解析] 甲以 a, b 为直角边 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, 所以 c 为斜边. 乙是把 a, b 作和 $S = a + b$, 用 S 输出.

[答案] (1)求以 a, b 为直角边的三角形的斜边长
(2)求两个实数 a, b 的和

7. [解析] 算法如下:

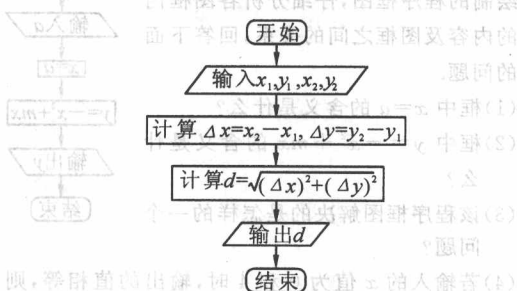
S1 给两点的坐标赋值 $x_1 = ?, y_1 = ?, x_2 = ?, y_2 = ?$.

S2 计算 $\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1$.

S3 计算 $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

S4 给出两点间的距离 d .

程序框图如图所示.



8. [解析] 算法步骤如下:

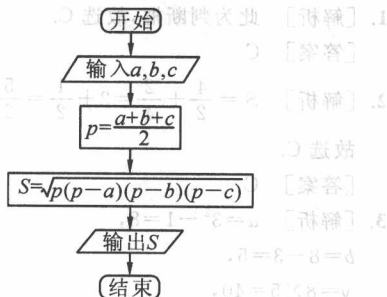
第一步,输入三角形三条边长 a, b, c .

第二步,计算 $p = \frac{a+b+c}{2}$.

第三步,计算 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

第四步,输出 S .

程序框图如下图所示.



9. [解析] (1)图框中 $x=a$ 表示把 a 值赋给变量 x .

(2)图框中 $y = -x^2 + mx$ 的含义是:在执行该图框

的前提下,即当 $x=a$ 时计算 $-x^2 + mx$ 的值,并把这个值赋给 y .

(3)该程序框图解决的是求二次函数 $f(x) = -x^2 + mx$ 的函数值的问题.

(4)当输入的 x 值为 0 和 4 时,输出的 y 值相等,即 $f(0) = f(4)$.

$$\because f(0) = 0, f(4) = -16 + 4m,$$

$$\therefore -16 + 4m = 0, \therefore m = 4. \therefore f(x) = -x^2 + 4x.$$

$$\textcircled{1} \because f(3) = -3^2 + 3 \times 4 = 3,$$

$\therefore$ 当输入的 x 值为 3 时,输出的 y 值为 3.

$$\textcircled{2} \because f(x) = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4,$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } f(x)_{\max} = 4,$$

$\therefore$ 要想使输出的值最大,输入的 x 值应为 2.

$$\textcircled{3} \because f(x) = -(x-2)^2 + 4,$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是减函数.

$\therefore$ 在 $[2, +\infty)$ 上, x 的值越大,对应的函数值 y 反而越小,从而当输入的 x 值大于 2 时, x 值大的输出的 y 值反而小.

第 2 课时 条件结构

目标导航

基础知识

1. 理解条件结构的形式;
2. 理解条件结构的功能;
3. 会用条件结构描述简单问题.

学习方法

1. 掌握条件结构的基本形式,体会判断框在条件结构中的作用.

2. 通过具体实例体会,学习条件结构的画法.

重点难点

1. 对条件结构的理解.
2. 用条件结构去描述数学问题.

重难点突破

一、概念

条件结构:在一个算法中,经常会遇到一些条件判断,算法的流程根据条件是否成立有不同流向.条

件结构就是处理这种过程的结构。

二、条件结构的两种形式及特征

名称	双条件结构	单条件结构
结构形式		
特征	两个步骤 A、B 根据条件选择一个执行	根据条件是否成立选择是否执行步骤 A

三、条件结构应用时应注意的问题

(1) 条件结构是程序框图的重要组成部分,其特点是:先判断后执行;

(2) 在利用条件结构画程序框图时要注意两点:一是需要判断条件是什么,二是条件判断后分别对应着什么样的结果;

(3) 凡是必须先根据条件作出判断然后再进行哪一个步骤的问题,在画程序框图时,必须引入一个判断框应用条件结构。

知识点拨

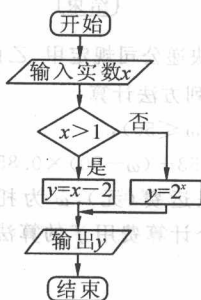
1. 退出时两条流程线,其实只执行一条,要看判断条件是什么,所以“是”“否”一定要标正确,不能弄反了。

2. 两种基本形式要记清、活学活用。

例 1 画出计算函数 $y = \begin{cases} x-2 & (x>1) \\ 2^x & (x\leq 1) \end{cases}$ 的函数值的程序框图。

导析 x 取一个值时,计算 y 值,要判断 $x>1$ 还是 $x\leq 1$,这样就要用条件结构。

解析 程序框图如下图所示:



说明

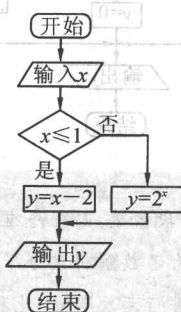
计算分段函数的函数值,画程序框图时要采用条件结构,这是条件结构一个最典型的应用。

拓展 此例题中函数如果换为

$$y = \begin{cases} 2^x & (x>1) \\ x-2 & (x\leq 1) \end{cases}$$

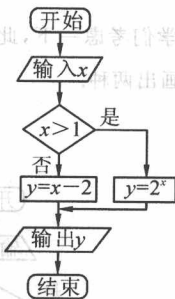
画出计算此函数值的程序框图,并比较所画框图与例题中的区别。

解析 方法一:



判断条件发生了变化。

方法二:



“是”“否”互换了位置,判断框中内容也发生了变化。

例 2 已知函数 $y = \begin{cases} -x^2 & (x>0), \\ 0 & (x=0), \\ x^2 & (x<0), \end{cases}$ 写出求该

函数值的算法及程序框图。

导析 分三段的分段函数,因为要判断两次 x 的值是在哪一段上,所以需要两个判断框实现。

解析 算法如下:

S1 输入 x 。



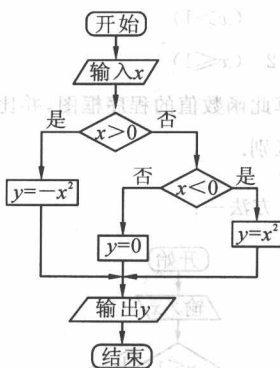
S2 如果 $x > 0$, 那么 $y = -x^2$,

如果 $x < 0$, 那么 $y = x^2$,

如果 $x = 0$, 那么 $y = 0$.

S3 输出函数值 y .

程序框图如图所示.

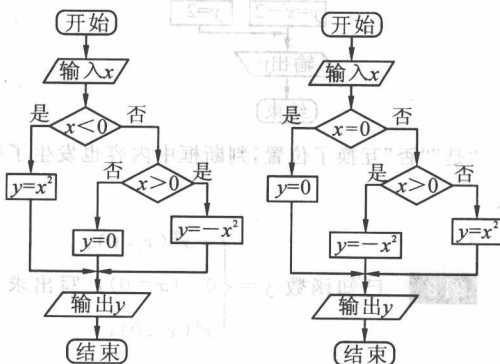


说明

该函数是分段函数,画程序框图时,必须采用条件结构.又因为函数解析式分了三段,所以需要两个判断框,即进行两次判断.此种结构又叫做条件嵌套结构,即条件结构里又有条件结构.

拓展 请同学们考虑一下,此题还有没有其他不同画法,若有请画出两种.

解析

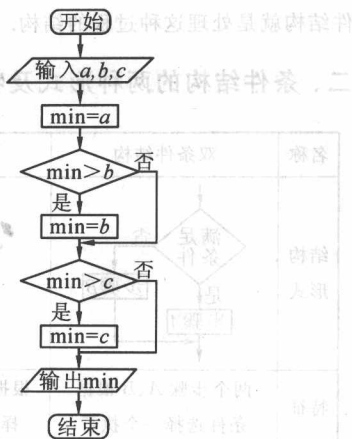


例 3 画出一个找出 a, b, c 中最小数的程序框图

导析 此题算法我们在第一课时已经设计过,只需把这个算法画成程序框图即可.

解析

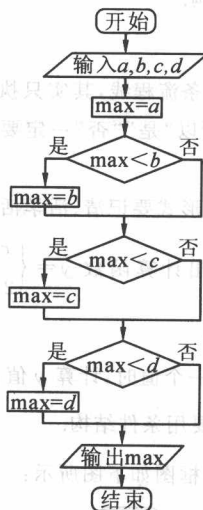
根据题意,画出程序框图,如下:



说明

注意此题中也用到两个判断框,但结构与例 2 中的结构不同,本例中判断框是上一判断框结束以后才开始,而例 2 中的第二个判断框是在第一个判断的一个分支内.例 2 中的结构类似于物理上的“并联电路”,本例中的类似于物理上的“串联电路”.

拓展 此例题中如果把条件改成求四个数 a, b, c, d 的最大数,画出程序框图.



例 4 某快递公司规定甲、乙两地之间物品的托运费根据下列方法计算:

$$f = \begin{cases} 0.53\omega (\omega \leq 50), \\ 50 \times 0.53 + (\omega - 50) \times 0.85 (\omega > 50). \end{cases}$$

其中 f 为托运费(元), ω 为托运物品的质量(kg),试写出一个计算费用 f 的算法,并画出相应的程序框图.

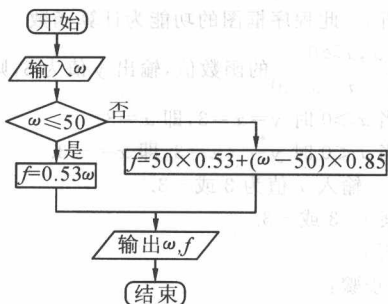
导析 分段函数和函数值的算法,根据变量的不同范围代入不同的解析式运算,画出程序框图.

解析 算法如下:

第一步,输入物品质量 ω .

第二步,如果 $\omega \leq 50$, 则 $f = 0.53\omega$; 否则, $f = 50 \times 0.53 + (\omega - 50) \times 0.85$.

第三步,输出物品质量 ω 和托运费用 f .
相应的程序框图如下图所示.



说明

1. 判断框中的条件是“ $\omega \leq 50$ ”,当然也可以是“ $\omega > 50$ ”,要分清楚当条件满足时,按哪个式子求解计算.

2. 注意判断框输出的两支“是”或“否”分别对应的下一步算法,不要颠倒.

拓展 在音乐唱片超市里,每张唱片售价 25 元,顾客如果购买 5 张以上(含 5 张)唱片,则按照九折收费;顾客如果购买 10 张以上(含 10 张)唱片,则按照八五折收费.请设计一个完成计费工作的算法.画出程序框图.

解析 算法为: S1 输入 a .

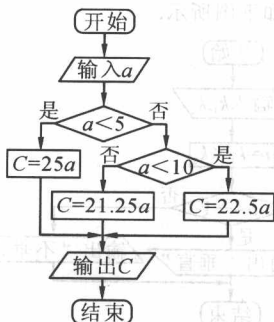
S2 若 $a < 5$, 则 $C = 25a$, 执行 S5; 否则, 执行 S3.

S3 若 $a < 10$, 则 $C = 22.5a$, 执行 S5; 否则, 执行

S4.

S4 $C = 21.25a$.

S5 输出 C .



巩固练习

一、选择题

1. 下列关于条件结构的说法中,正确的是 ()

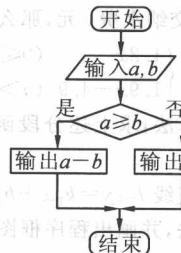
- A. 条件结构的程序框图有一个入口和两个出口
- B. 无论条件结构中的条件是否满足,都只能执行两条路径之一
- C. 条件结构中的两条路径可以同时执行
- D. 对于一个算法来说,判断框中的条件是唯一的

2. 下面的问题中必须用条件结构才能实现的个数是 ()

- ① 已知三角形三边长,求三角形的面积;
- ② 求方程 $ax + b = 0$ (a, b 为常数) 的根;
- ③ 求三个实数 a, b, c 中的最大者.

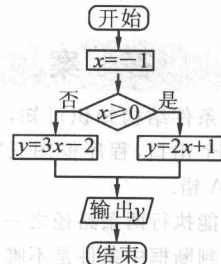
A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

3. 给出如图所示的流程图,其功能是 ()



- A. 求 $a - b$ 的值
- B. 求 $b - a$ 的值
- C. 求 $|a - b|$ 的值
- D. 以上都不对

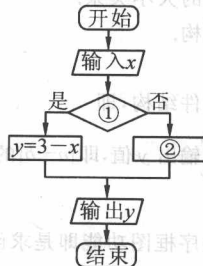
4. 如下程序框图描述的算法的运行结果是 ()



A. -5 B. 5 C. -1 D. -2

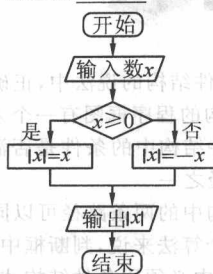
二、填空题

5. 已知函数 $f(x) = |x - 3|$, 程序框图表示的是给定 x 值求其相应函数值的算法, 请将该程序框图补充完整. 其中①处应填 _____, ②处应填 _____.





6. 设计一算法,程序框图如下图所示.若输出结果为3,则输入的 x 的值为_____.



三、解答题

7. 为了加强居民的节水意识,某市制定了以下生活用水收费标准:每户每月用水量未超过7立方米时,每立方米收费1.0元,并加收0.2元的城市污水处理费;超过7立方米的部分,每立方米收费1.5元,并加收0.4元的城市污水处理费.设某户每月用水量为 x 立方米,应交纳水费 y 元,那么 y 与 x 之间的函数关系式为: $y = \begin{cases} 1.2x & (0 \leq x \leq 7), \\ 1.9x - 4.9 & (x > 7). \end{cases}$

请你设计一个算法,求上述分段函数值,并画出程序框图.

8. 写出判断两条直线 $l_1: y = k_1x + b_1$, $l_2: y = k_2x + b_2$ 是否垂直的算法,并画出程序框图.

尖子生题库

9. 写出解方程 $px + q = 0$ (其中 p, q 为常数) 的一个算法,并画出算法的程序框图.

答案

1. [解析] 由条件结构知识可知,只有判断框有一个入口和两个出口,程序框图只有一个入口和一个出口,故 A 错.

条件结构只能执行两条路径之一,故 B 对 C 错.

条件结构中判断框中条件是不唯一的,故 D 错.

[答案] B

2. [解析] 需要进行判断时就必须用条件结构.

①不需要,顺序性结构.

②需要判断 a 是否为 0.

③需要判断值的大小关系.

②③是条件结构.

[答案] C

3. [解析] 双条件结构,即

$y = \begin{cases} a-b, a \geq b \\ b-a, a < b \end{cases}$ 输出 y 值,即 $|a-b|$ 的值,故 C 正确.

[答案] C

4. [解析] 此程序框图功能即是求函数

$$y = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 0, \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases} \text{ 的函数值.}$$

$x = -1$ 时,代入 $y = 2x+1$,得 $y = -1$,故选 C.

[答案] C

5. [解析] $f(x) = \begin{cases} x-3, x > 3 \\ 3-x, x \leq 3 \end{cases}$

根据程序框图,判断框条件满足时为 $3-x$,则判断框内条件应为 $x \leq 3$,不满足时填 $y = x-3$.

[答案] $x \leq 3; y = x-3$.

6. [解析] 此程序框图的功能为计算函数

$$y = \begin{cases} x, x \geq 0 \\ -x, x < 0 \end{cases} \text{ 的函数值,输出 } y \text{ 值为 } 3, \text{ 则}$$

(1)当 $x \geq 0$ 时 $y = x = 3$,即 $x = 3$;

(2)当 $x < 0$ 时 $y = -x = 3$,即 $x = -3$.

综上 输入 x 值为 3 或 -3.

[答案] 3 或 -3.

7. [解析]

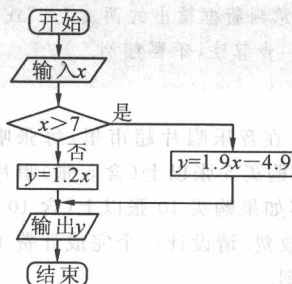
算法步骤:

第一步,输入每月用水量 x .

第二步,判断输入的 x 是否超过 7. 若 $x > 7$,则应交纳水费 $y = 1.9x - 4.9$; 否则,应交纳水费 $y = 1.2x$.

第三步,输出应交纳的水费 y .

程序框图如下图所示.



8. [解析]

算法如下:

S1 输入 k_1, k_2 的值.

S2 计算 $u = k_1 \times k_2$.

S3 若 $u = -1$,则直线 l_1 与 l_2 垂直; 否则, l_1 与 l_2 不垂直.

S4 输出信息“垂直”或“不垂直”.

程序框图如下图所示.

