丛书总顾问　杨武▶

《奥赛王》步入“十二五”时期的最新力作

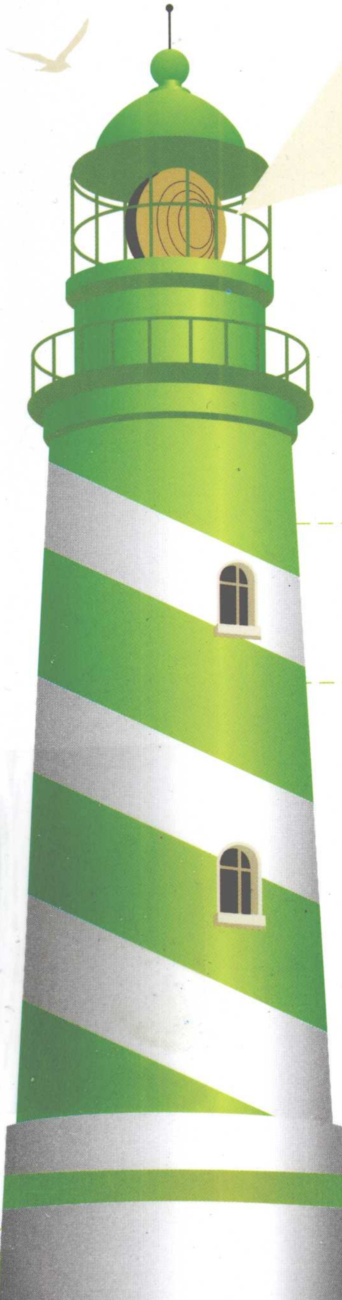
武汉、黄冈、启东一线特高级教师联袂打造

适合各种版本教材

King of the Olympic games

奥赛王

培优新航标



主编　夏永忠

知识+技能+方法=能力全面提升

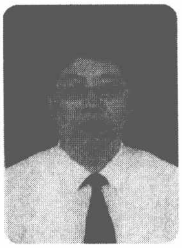
探究+应用+创新=信心深度递增

能力＋信心＝成功

八年级 数学

江苏美术出版社

丛书总顾问　杨武▶



《奥赛王》步入“十二五”时期的最新力作

武汉、黄冈、启东一线特高级教师联袂打造

适合各种版本教材

King of the Olympic games

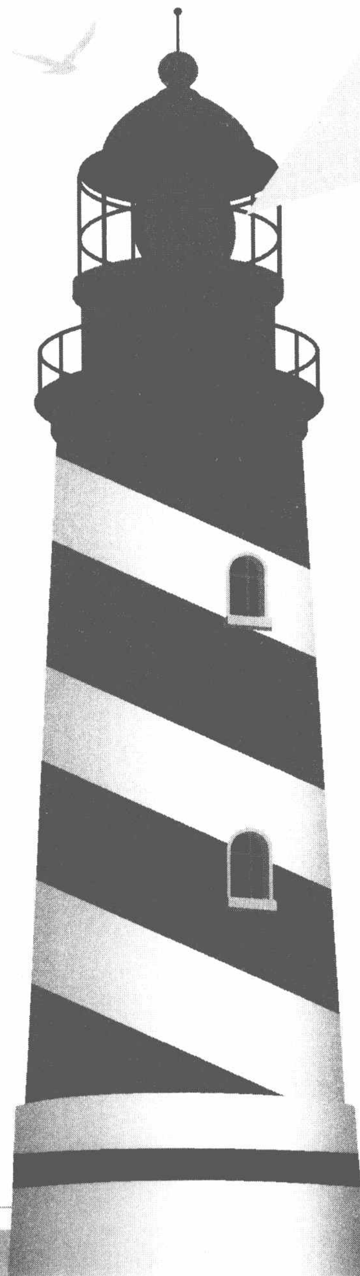
奥赛王

培优新航标

主　编：夏永忠

副主编：鲍桂阳　廖荣坤　招庆香

编　委：鲍桂阳　董俊峰　董严清　范秀红　黄甲锋　廖荣坤
唐彤阳　夏兵成　夏兵阳　王　辉　王正升　曾　涛
(按拼音先后排列)



八年级

数学

江苏美术出版社

图书在版编目(CIP)数据

培优新航标.八年级数学/夏永忠主编.—南京：江苏美术出版社，2011.10

ISBN 978-7-5344-4070-0

Ⅰ.①培… Ⅱ.①夏… Ⅲ.①中学数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 214575 号

出 品 人	周海歌
项目统筹	程继贤 周宇慧
市场统筹	段 炼 刘晓东
责任编辑	王林军 魏申申
特邀编辑	韩 芹
装帧设计	灵动策划
插图设计	黄如驹
责任校对	刁海裕
责任监印	赉 炜

书 名	**培优新航标·八年级数学**
出版发行	凤凰出版传媒集团(南京市湖南路1号A楼 邮编:210009) 凤凰出版传媒股份有限公司 江苏美术出版社(南京市中央路165号 邮编:210009)
集团网址	http://www.ppm.cn
出版社网址	http://www.jsmscbs.com.cn
经 销	凤凰出版传媒股份有限公司
印 刷	南京师范大学印刷厂
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	15
版 次	2011年11月第1版 2011年11月第1次印刷
标准书号	ISBN 978-7-5344-4070-0
定 价	29.80元

营销部电话 025-68155667 68155670 营销部地址 南京市中央路165号5楼

江苏美术出版社图书凡印装错误可向承印厂调换

前　言

当前，教育改革如火如荼。在此背景下，教学方式，特别是学的方式正在受到越来越多师生的关注，对学生学习方式的研究正在深入进行。深化课改的重要理念之一便是倡导以学习者为中心的教学方式，教学中，学生应该拥有更多的学习自主权和获得更多具有活力的学习空间。畅游知识海洋的学子们迫切需要在自主学习的环境中拥有丰富的资源和学习工具。为此，我们《奥赛王》团队在深得广大读者支持和信赖的基础上，借“十二五”开局之年，发挥品牌优势，集合强势资源，精心推出这套最新力作，打造培优教辅中的新航母！

这套丛书的指导思想是，相信每一个学生都有能力学习好，做到凡学习者最终应该是合格者和成功者，从而达到培养大面积优秀者的目的。同时，我们的这套书里更有能让那些优秀者更优秀的指导和训练。我们通过能力训练与培养信心的方式，使学生学会学习，体验快乐，获得成功！这是我们这套书有别于一般者之处。全书强化知识技能的训练和科学方法的指导，使学生的素质能力全面提升；注重探究过程的体验和应用创新的拓展，使学生的信心和创造力深度递增。

丛书的主要栏目如下：

名家导航——倾听生动活泼的导语，讲述引人入胜的故事，带你步入科技前沿，关注社会热点，与大师深度对话……

知识清单——紧紧回扣教材，着力夯实基础，使你学会梳理，获取成功秘笈。

典例视窗——围绕每讲知识点，精选典型例题，揭示规律，引导方法；每道例题后配置一两道“同类尝试”习题，使你能举一反三，触类旁通；例题旁悬置灵活多变的动态栏目，指点迷津，警示误区，归纳中考竞赛热点，获取智慧锦囊，点燃思维火花……

智能升级——对每讲所学知识进行提炼和升华。通过学情的分析，课标的解读，有针对性的聚焦考点，预测考向。这是精华之所在，你领悟透了，有事半功倍之效。

实战演练——训练题成阶梯分布：“基础训练，立足课标”，“技能提升，面向中考”，“赛题链接，冲击金牌”，真题原味呈现，能力全面提升。

另外，本书还利用页脚设置了“轻松一刻”栏目，每则内容不同，正反问答相应，可谓匠心独

具，使你在紧张的遨游涉猎之余能有片刻轻松。

丛书彰显了以下特色：

人文性——本书在每一细微之处无不渗透人文关怀。在编排体例、材料选取、方法指点、语言表述诸方面都是以兴趣为原点，激发读者学习信心和动力。“名家导航”“轻松一刻”能让你感受学习的奇妙与乐趣，“共勉阁”“名师堂”“智慧锦囊”让你受益无穷。

自主性——本书为学生的自主学习提供友好的平台。“知识清单”“同类尝试”“实战演练”“期中(末)训练营”，循序渐进，分级落实；六四对照分栏的创新设计，左栏基础讲解，右栏深入总结，技巧要领齐备，思维训练科学。

基础性——每个学科对各年级知识点进行了有机整合，分专题解读。知识系统化，训练科学化，目标合理化。重难点知识剖析到位，方法规律总结全面。

前瞻性——本书转变了过去以知识立意为导向，而是以发展能力为导向。注重培养《课程标准》提出的三维目标，培养信息时代所需要的新素质。选材紧跟时代，贴近生活，关注前沿，捕捉热点，能力培养到位。

权威性——本书汇聚了众多一线名师多年积累的心血智慧，邀请到许多中考命题专家、全国奥赛金牌教练的积极参与，对最新考纲进行权威解读，让最新资源在书中全真展现。

有效性——本书的创作团队对各版本的教材都有深入的了解，对各地的学情展开了充分的调研，加之从策划、撰稿、审稿到校对诸环节严格把关，书中分享的信息把握精准，考点指向明确。所以本书阅读的群体广，在各地的同步训练、培优竞赛辅导中都非常实用有效。

我们相信，本书一定能给你带来一份惊喜，引导你在驶入知识海洋的航程中，披荆斩棘，乘风破浪，顺利到达成功的彼岸！

尽管我们工作认真负责，但由于时间紧，任务重，编写过程中疏漏和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

2011 年 6 月于黄冈

目录

第一讲 全等三角形

名家导航

拉普拉斯，1749 年 3 月 23 日生于法国西北部卡尔瓦多斯的博蒙昂诺日，曾任巴黎军事学院数学教授.1795 年任巴黎综合工科学校教授，后又在高等师范学校任教授.1799 年他还担任过法国经度局局长，并在拿破仑政府中任过 6 个星期的内政部长.1816 年被选为法兰西学院院士，1817 年任该院院长.1827 年 3 月 5 日卒于巴黎.

拉普拉斯在研究天体问题的过程中，创造和发展了许多数学的方法，以他的名字命名的拉普拉斯变换、拉普拉斯定理和拉普拉斯方程，在科学技术的各个领域有着广泛的应用.

知识清单

1. 能够________的两个图形叫全等形.
2. ________的两个三角形叫做全等三角形.两个全等三角形的________和________一样.$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，记作________.
3. 全等三角形的对应________相等，对应________相等；全等三角形的周长________，面积________，对应边上的________、________相等，对应角的________相等.
4. ________相等的两个三角形全等，简写为“边边边”或“________”.
5. 两边及它们的________对应相等的两个三角形全等.简写为“边角边”或“________”.
6. 两角及它们的________对应相等的两个三角形全等，简写为“角边角”或“________”.
7. 两个角和其中________对应相等的两个三角形全等，简写为“角角边”或“________”.
8. 斜边和一条直角边对应相等的两个________全等，可简写为“________”或 HL.

典例视窗

例 1　如图 1－1，$\angle E=\angle F=90^\circ$，$\angle B=\angle C$，$AE=AF$，给出下列结论：① $\angle 1=\angle 2$；② $BE=CF$；③ $\triangle ACN\cong\triangle ABM$；④ $CD=DN$.其中正确的结论是________.（把你认为正确的所有结论的序号填上）

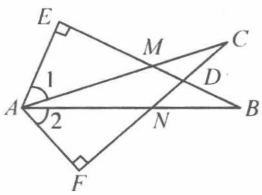


图 1-1

［点击突破口］　先找出明显的一对全等三角形，并发现有用的条件，进而判断推出其他三角形全等.

［完全解答］　在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFC$ 中，$\begin{cases}\angle B=\angle C\\ \angle E=\angle F\\ AE=AF\end{cases}$. $\therefore\triangle AEB\cong\triangle AFC$(AAS).

$\therefore BE=CF$，$\angle EAB=\angle FAC$，故②正确.$\therefore\angle EAB-\angle CAB=\angle FAC-\angle BAC$，即 $\angle 1=\angle 2$，故①正确.又 $\because\angle E=\angle F$，$AE=AF$，$\therefore\triangle AEM\cong\triangle AFN$(ASA).$\therefore AM=AN$.又 $\because\angle CAN=\angle BAM$，$\angle C=\angle B$.$\therefore\triangle ACN\cong\triangle ABM$(AAS)，故③正

◎名师堂◎

能够完全重合的两个三角形叫全等形.判断两个三角形全等的方法有：SAS、ASA、AAS、SSS.对于直角三角形还有 HL.在具体运用时要灵活选择恰当的方法.

轻松驿站

轻松一刻：

有一根棍子，要使它变短，但不许锯断、折断或削短，该怎么办？

确.无法证明 CD、DN 所在三角形全等，且无其它条件得到 $CD=DN$，故④不正确.综上所述，正确的结论是：①②③.

【同类尝试】

1.(2010·天津市)如图 1－2，已知 $AC=FE$，$BC=DE$，点 A、D、B、F 在一条直线上，要使 $\triangle ABC\cong\triangle FDE$，还需添加一个条件，这个条件可以是________________.

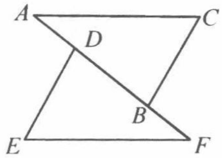


图 1-2

2.下面有四个命题：

①两个三角形有两边及一角对应相等，则这两个三角形全等；

②两个三角形有两角及一边对应相等，则这两个三角形全等；

③两个三角形的三条边分别相等，则这两个三角形全等；

④两个三角形的三个角分别对应相等，则这两个三角形全等.

其中真命题是(　　)

A.②③　　　B.①③　　　C.③④　　　D.②④

例 2　(枣庄中考)两个全等的含 30°，60°角的三角板 ADE 和三角板 ABC 如图 1－4 所示放置，E、A、C 三点在一条直线上，连结 BD，取 BD 的中点 M，连接 ME、MC.试判断 $\triangle EMC$ 的形状，并说明理由.

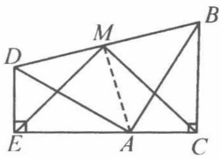


图 1-4

[点击突破口]　根据题目所给的条件，可考虑证明 $\triangle EDM\cong\triangle CAM$，得 $EM=MC$，$\angle DME=\angle AMC$，然后可设法证明 $\angle EMC=90°$，故可得的结论是 $\triangle EMC$ 为等腰直角三角形.

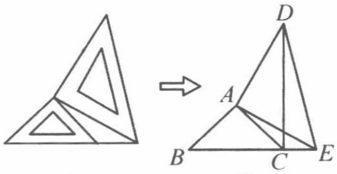
[完全解答]　$\triangle EMC$ 是等腰直角三角形.证明如下：连结 AM.由题意，得 $DE=AC$，$\angle DAE+\angle BAC=90°$，$\angle DAB=90°$.$\because DM=MB$，$\therefore MA=\frac{1}{2}DB=DM$，$\angle MDA=\angle MAB=45°$.$\therefore \angle MDE=\angle MAC=105°$，$\therefore \triangle EDM\cong\triangle CAM$.$\therefore EM=MC$，$\angle DME=\angle AMC$.又 $\angle EMC=\angle EMA+\angle AMC=\angle EMA+\angle DME=90°$.$\therefore CM\perp EM$.$\therefore \triangle EMC$ 是等腰直角三角形.

【同类尝试】

3.(泰安中考)两个大小不同的等腰直角三角形三角板如图 1－5(1)所示放置，图 1－5(2)是由它抽象出的几何图形，B，C，E 在同一条直线上，连结 DC.

(1)请找出图 1－5(2)中的全等三角形，并给予证明(说明：结论中不得含有未标识的字母)；

(2)证明：$DC\perp BE$.



(1)　　(2)

图 1-5

4.(河南中考)如图 1－6，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45°$，$AD\perp BC$ 于 D，点 E 在 AD 上，

◎警示误区◎

有两边和一角对应相等的两个三角形不一定全等，只有这个角是相等两边的夹角时这两个三角形才全等.当相等的角为相等两边中一边的对角时，这两个三角形不一定全等.如图 1－3，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中，AB 公共，$AD=AC$，$\angle ABD=\angle ABC$，但 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 不全等.

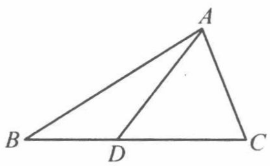


图1-3

轻松一刻答案：

拿一根长棍跟它比

且 $DE=CD$.

求证：$BE=AC$，$BE\perp AC$.

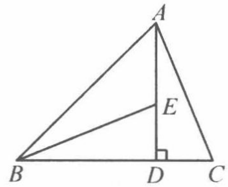


图 1-6

例 3 （太原中考）将一张透明的平行四边形胶片沿对角线剪开，得到图 1－7(1)中的两张三角形胶片$\triangle ABC$和$\triangle DEF$. 将这两张三角形胶片的顶点 B 与顶点 E 重合，把$\triangle DEF$绕点 B 顺时针方向旋转，这时 AC 与 DF 相交于点 O.

(1)当旋转至如图 1－7(2)位置，点 $B(E)$，C，D 在同一直线上时，$\angle AFD$ 与$\angle DCA$ 的数量关系是________；

(2)当$\triangle DEF$继续旋转至如图 1－7(3)位置时，(1)中的结论还成立吗？请说明理由；

(3)在图 1－7(3)中，连接 BO、AD，探索 BO 与 AD 之间有怎样的位置关系，并证明.

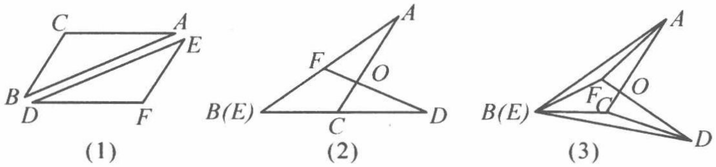


图1-7

[点击突破口] 将问题转化为证明对应三角形全等.

[完全解答] (1)相等

(2)成立. 理由如下：由$\triangle ABC\cong\triangle DEF$可得 $AB=BD$，$BC=BF$，$\angle ABC=\angle DBF$，$\therefore\angle ABF=\angle DBC$，$\therefore\triangle ABF\cong\triangle DBC$(SAS). $\therefore\angle BAF=\angle BDC$. $\therefore\angle FAC=\angle CDF$. 又$\because\angle AOD=\angle AFO+\angle FAC=\angle DCO+\angle CDF$. $\therefore\angle AFD=\angle DCA$.

(3)$BO\perp AD$ 理由如下：由(2)易证$\triangle AOF\cong\triangle DOC$，$\therefore AO=DO$. $\therefore$点 O 在 AD 中垂线上，$\because AB=DB$，$\therefore$点 B 在 AD 中垂线上，$\therefore BO$ 是 AD 中垂线，$\therefore BO\perp AD$.

【同类尝试】

5.（河北中考）如图 1－8(1)，$\triangle ABC$ 的边 BC 在直线 l 上，$AC\perp BC$，且 $AC=BC$；$\triangle EFP$ 的边 FP 也在直线 l 上，边 EF 与边 AC 重合，且 $EF=FP$.

(1)在图 1－8(1)中，请你通过观察、测量，猜想并写出 AB 与 AP 所满足的数量关系和位置关系；

(2)将$\triangle EFP$沿直线 l 向左平移到图 1－8(2)的位置时，EP 交 AC 于点 Q，连接 AP，BQ. 猜想并写出 BQ 与 AP 所满足的数量关系和位置关系，请证明你的猜想；

(3)将$\triangle EFP$沿直线 l 向左平移到图 1－8(3)的位置时，EP 的延长线交 AC 的延长线于点 Q，连接 AP，BQ. 你认为(2)中所猜想的 BQ 与 AP 的数量关

◎思维亮点◎

证明两直线互相垂直，通常的途径：①证所证的角与已知直角相等；②证一三角形两锐角互余，从而得到第三个角为 90°；③证互补的两个角相等，从而证出两直线夹角为 90°.

◎名师堂◎

全等变换（平移、翻折、旋转）只改变图形的位置，不改变图形的形状与大小. 它是我们分析动态几何问题中的图形的位置、数量关系的重要依据.

轻松驿站

轻松一刻：

你能否用 3 跟筷子搭起一个比 3 大比 4 小的数？

系和位置关系还成立吗？若成立，给出证明；若不成立，请说明理由.

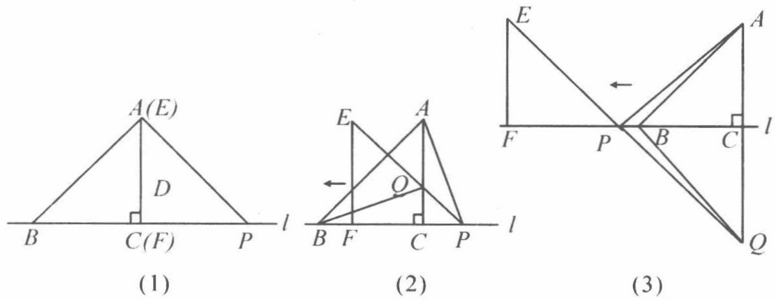


图 1-8

例 4 （北京中考）如图 1－9，已知$\triangle ABC$.

(1)请你在 BC 边上分别取两点 D，E(BC 的中点除外)，连结 AD，AE，写出使此图中只存在两对面积相等的三角形的相应条件，并表示出面积相等的三角形；

(2)请你根据使(1)成立的相应条件，证明 $AB+AC>AD+AE$.

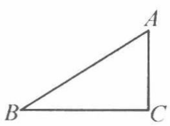


图 1-9

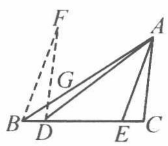


图 1-10

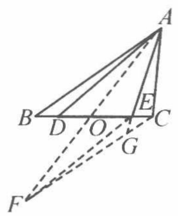


图 1-11

［点击突破口］ 对于(2)可将$\triangle AEC$ 平移到 EC 边与 BD 边重合(在 BC 边上平移)；或取 BC 的中点倍长中线构造全等三角形，把四条边转化在两个不同三角形中证明.

［完全解答］ (1)$BD=CE\neq DE$；面积相等的三角形是$\triangle ABD$ 和$\triangle ACE$，$\triangle ABE$ 和$\triangle ACD$.

(2)证法 1：如图 1－10，分别过点 D，B 作 CA，EA 的平行线，两线交于 F 点，DF 与 AB 交于 G 点，$\therefore \angle ACE=\angle FDB$，$\angle AEC=\angle FBD$. 在$\triangle AEC$ 和$\triangle FBD$ 中，又 $CE=BD$，可证$\triangle AEC\cong\triangle FBD$. $\therefore AC=FD$，$AE=FB$. 在$\triangle AGD$ 中，$AG+DG>AD$；在$\triangle BFG$ 中，$BG+FG>FB$，$\therefore AG+DG-AD>0$，$BG+FG-FB>0$. $\therefore AG+DG+BG+FG-AD-FB>0$，即 $AB+FD>AD+FB$. $\therefore AB+AC>AD+AE$.

证法 2：如图 1－11，取 DE 的中点 O，连结 AO 并延长到 F 点，使得 $FO=AO$，连结 EF，CF.

在$\triangle ADO$ 和$\triangle FEO$ 中，$\angle AOD=\angle FOE$，$DO=EO$，可证$\triangle ADO\cong\triangle FEO$. $\therefore AD=FE$. $\therefore BO=CO$. 同理可证$\triangle ABO\cong\triangle FCO$，$\therefore AB=FC$. 延长 AE 交 CF 于 G 点. 在$\triangle ACG$ 中，$AC+CG>AE+EG$，在$\triangle EFG$ 中，$EG+FG>EF$. 可得 $AC+CG+EG+FG>AE+EG+EF$. $\therefore AC+CG+FG>AE+EF$，即 $AB+AC>AD+AE$.

◎热点探讨◎

构造全等形是全等三角形证题的技巧之一. 常用到以下方法：

(1)倍长中线，构造全等三角形；

(2)将一个三角形进行平移变换，旋转变换形成新三角形与原三角形全等；

(3)根据需要找到目标，即找出全等的两个三角形，一般只需补全相应三角形.

轻松一刻答案：
搭成圆周率"Ⅱ"

【同类尝试】

6. 如图 1－12，$\triangle ABC$ 中，D 为 BC 的中点，$DE\perp DF$ 交 AB、AC 于 E、F. 求证：$BE+CF>EF$.

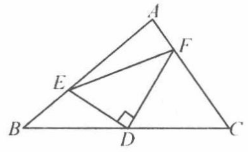


图 1-12

7. 如图 1－13，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，BE 交 AC 于点 E，交 AD 于点 F，且 $AE=EF$，求证：$AC=BF$.

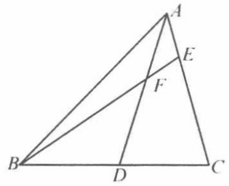


图 1-13

例 5　如图 1－14，已知 $AC\parallel BD$，EA、EB 分别平分 $\angle CAB$ 和 $\angle DBA$，点 E 在 CD 上，求证：$AB=AC+BD$.

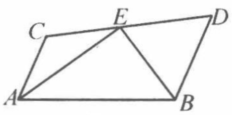


图1-14

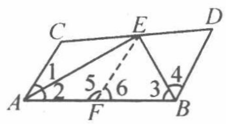


图1-15

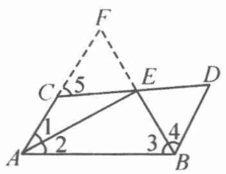


图1-16

［点击突破口］　对这种结论的证明方法，通常采用适当的途径将其转化为证明两线段相等；一种是在“和线段”AB 上截取 $AF=AC$，再证 $BF=BD$，这种方法叫“截长法”；另一种是延长“加数线段”AC 到 F，使 $AF=AB$，再证 $CF=BD$，这种方法叫“补短法”.

［完全解答］　证法 1：（截长法）如图 1－15 所示，在 AB 上截取 $AF=AC$，连接 EF. 在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle AFE$ 中，$\begin{cases}AC=AF,\\ \angle 1=\angle 2,\\ AE=AE,\end{cases}$ 所以 $\triangle ACE\cong\triangle AFE$（SAS），所以 $\angle C=\angle 5$（全等三角形的对应角相等）. 因为 $AC\parallel BD$，所以 $\angle C+\angle D=180°$. 因为 $\angle 5+\angle 6=180°$，所以 $\angle D=\angle 6$. 在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle BED$ 中，$\begin{cases}\angle 6=\angle D,\\ \angle 3=\angle 4,\\ BE=BE,\end{cases}$ 所以 $\triangle BEF\cong\triangle BED$（AAS），所以 $BF=BD$. 所以 $AF+BF=AC+BD$，即 $AB=AC+BD$.

证法 2：（补短法）如图 1－16，延长 AC 至 F，使 $AF=AB$，连接 EF. 易知 F、E、B 三点共线. 在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle AEB$ 中，$\begin{cases}AF=AB,\\ \angle 1=\angle 2,\\ AE=AE,\end{cases}$ 所以 $\triangle AEF\cong\triangle AEB$（SAS）. 所

◎名师堂◎

证明线段的和、差、倍、分关系时，若用全等形来处理，通常是将其转化为证两线段相等.

轻松驿站

轻松一刻：

一张方桌锯掉一个角，还有几个角？

以 $EB=EF$（全等三角形的对应边相等）. 因为 $AC\parallel BD$，所以 $\angle 5=\angle D$，$\angle F=\angle 4$. 在 $\triangle CEF$ 和 $\triangle DEB$ 中，$\begin{cases}\angle F=\angle 4,\\ \angle 5=\angle D,\\ EF=EB,\end{cases}$ 所以 $\triangle CEF\cong\triangle DEB$（AAS）. 所以 $CF=DB$（全等三角形的对应边相等）. 因为 $AB=AC+CF$，所以 $AB=AC+BD$.

【同类尝试】

8.（天津竞赛）如图 1－17，$\angle B=2\angle C$，$AD\perp BC$ 于 D. 求证：$AB+BD=CD$.

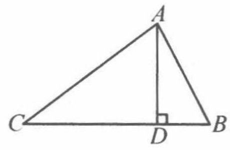


图 1-17

9. 如图 1－18，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，M 是 BC 的中点，过 M 作 $ME\parallel AD$ 交 BA 延长线于 E，交 AC 于 F，求证：$BE=CF=\frac{1}{2}(AB+AC)$.

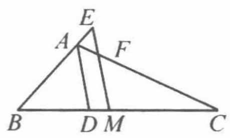


图 1-18

智能升级

全等三角形是平面几何内容的基础，是研究特殊三角形、四边形等图形性质的有力工具，是解决与线段、角相关问题的一个出发点，运用全等三角形，可以证明线段相等、线段的和差倍分关系、角相等、两直线位置关系等常见的几何问题.

实战演练

基础训练·立足课标

1.（2010·宁德中考）如图 1－19，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，在不添加任何辅助线的前提下，要使 $\triangle AED\cong\triangle AFD$. 需添加一个条件是________.

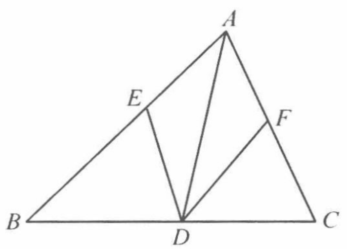


图 1-19

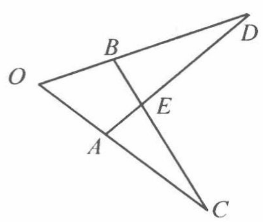


图 1-20

2.（天津中考）如图 1－20，$OA=OB$，$OC=OD$，$\angle O=60°$，$\angle C=25°$. 则 $\angle BED$ 等于________.

3.（济南中考）如图 1－21，$\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB、AC 边翻折 180°形成的，若 $\angle 1:\angle 2:\angle 3=28:5:3$，则 $\angle\alpha$ 的度数为________.

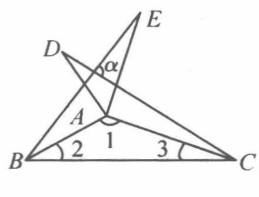


图 1-21

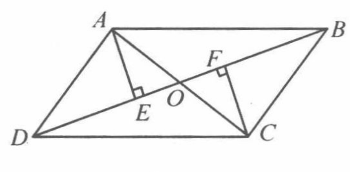


图 1-22

4. 如图 1－22，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，AC 与 BD 相交于 O，$AE\perp BD$ 于 E，$CF\perp BD$ 于 F，那么图中全等三角形有（　　）对.

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5.（2010·镇江中考）如图 1－23，在 $\triangle ABC$ 和

轻松一刻答案：

5 个角或 4 个角或 3 个角。

$\triangle ADE$ 中，点 E 在 BC 边上，$\angle BAC=\angle DAE$，$\angle B=\angle D$，$AB=AD$.

(1)求证：$\triangle ABC\cong\triangle ADE$；

(2)如果$\angle AEC=75°$，将$\triangle ADE$绕着点 A 旋转一个锐角后与$\triangle ABC$重合，求这个旋转角的大小.

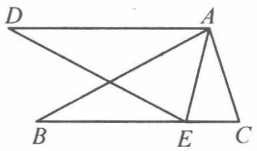


图 1-23

技能提升·面向中考

6.(芜湖中考)如图 1－24，在$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$，$CE\perp AB$，垂足分别为 D、E，AD、CE 交于点 H，已知 $EH=EB=3$，$AE=4$，则 CH 的长是(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

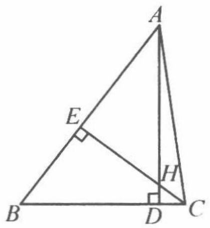


图 1-24

7. 在$\triangle ABC$中，高 AD 和 BE 交于 H 点，且 $BH=AC$，则$\angle ABC=$________.

8. $\triangle ABC$中，$AB=5$，$AC=3$，则 BC 边上的中线 AD 的长的取值范围为________.

9.(2010·潼南中考)如图 1－25，已知点 E，C 在线段 BF 上，$BE=CF$，请在下列四个等式中，①$AB=DE$，②$\angle ACB=\angle F$，③$\angle A=\angle D$，④$AC=DF$. 选出两个作为条件，推出$\triangle ABC\cong\triangle DEF$. 并予以证明.(写出一种即可)

已知：________，________.

求证：$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

证明：

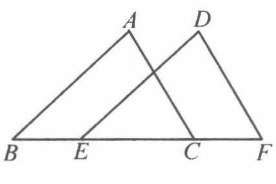


图 1-25

10.(海口中考)在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，直线 MN 经过点 C，且 $AD\perp MN$ 于 D，$BE\perp MN$ 于 E.

(1)当直线 MN 绕点 C 旋转到图 1－26(1)的位置时，求证：$DE=AD+BE$；

(2)当直线 MN 绕点 C 旋转到图 1－26(2)的位置时，求证：$DE=AD-BE$；

(3)当直线 MN 绕点 C 旋转到图 1－26(3)的位置时，试问：DE、AD、BE 有怎样的等量关系？请写出这个等量关系，并加以证明.

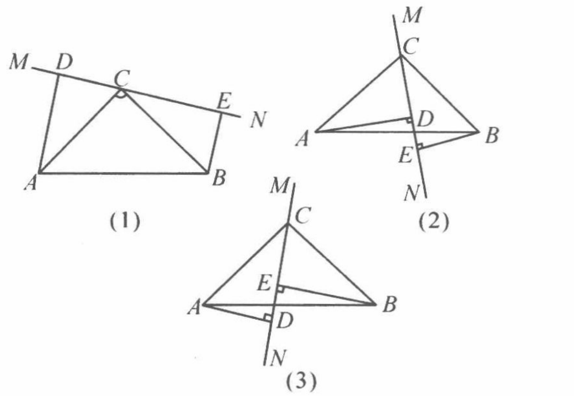


图 1-26

链接赛题·冲击金牌

11.(第 17 届江苏竞赛)如图 1－27，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 平分$\angle BAD$，$AB>AD$，下列结论中正确的是(　　)

A. $AB-AD>CB-CD$

B. $AB-AD=CB-CD$

C. $AB-AD<CB-CD$

D. $AB-AD$ 与 $CB-CD$ 的大小关系不确定

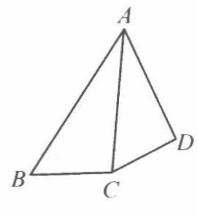


图 1-27

12. 考查下列命题：①全等三角形的对应边上的中线、高、角平分线对应相等；②两边和其中一边上的中线(或第三边上的中线)对应相等的两个三角形全等；③两角和其中一角的角平分线(或第三角的角平分线)对应相等的两个三角形全等；④两边和其一边上的高(或第三边上的高)对应相等的两个三角形全等. 其中正确命题的个数有(　　)

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

轻松驿站

轻松一刻：

把 24 个人按 5 人排列，排成 6 行，该怎样排？

13.(武汉市选拔赛试题)如图1－28,在$\triangle ABC$中,$\angle ABC=60°$. AD、CE分别平分$\angle BAC$、$\angle ACB$. 求证:$AC=AE+CD$.

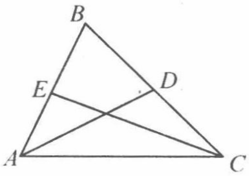


图1-28

14.(全国联赛)如图1－29,在$\triangle ABC$中,$\angle BAC=60°$,$\angle ACB=40°$,P、Q分别在BC、CA上,并且AP、BQ分别为$\angle BAC$、$\angle ABC$的角平分线. 求证:$BQ+AQ=AB+BP$.

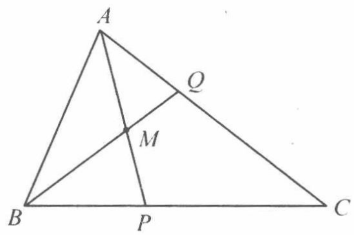


图1-29

15.(北京竞赛)如图1－30,点C在线段AB上,$DA\perp AB$,$EB\perp AB$,$FC\perp AB$,且$DA=BC$,$EB=AC$,$FC=AB$,$\angle AFB=51°$,求$\angle DFE$的度数.

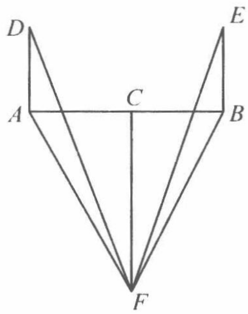


图1-30

★知识清单与同类尝试答案★

【知识清单】

1. 完全重合
2. 完全重合　形状　大小　$\triangle ABC\cong\triangle DEF$
3. 边　角　相等　相等　中线　高　角平分线
4. 三边对应　SSS
5. 夹角　SAS
6. 夹边　ASA
7. 一个角的对边　AAS　8 直角三角形　斜边直角边

【同类尝试】

1. $AB=FD$或$AD=FB$或$\angle C=\angle E$.
2. A
3. (1)可证明$\triangle ABE\cong\triangle ACD$
(2)由(1)得$\angle ACD=\angle ABE=45°$,又$\angle ACB=45°$,$\therefore\angle BCD=\angle ACB+\angle ACD=90°$,$\therefore DC\perp BE$.
4. 证$\triangle BED\cong\triangle ADC$,$\therefore BE=AC$,$\angle EBD=\angle CAD$,又$\angle CAD+\angle C=90°$. $\therefore\angle EBD+\angle C=90°$,$\therefore BE\perp AC$.
5. (1)$AB=AP$　$AB\perp AP$
(2)$BQ=AP$,证$Rt\triangle BCQ\cong Rt\triangle ACP$
(3)成立,仍证$Rt\triangle BCQ\cong\triangle Rt\triangle ACP$.
6. 延长FD至G,使$GD=FD$,连EG、BG. 证$\triangle EGD\cong\triangle EFD$,得$EG=EF$,证$\triangle BGD\cong\triangle CFD$,得$BG=FC$,$\because BG+BE>EG$,$\therefore BE+CF>EF$.
7. 延长AD一倍至G,连BG,易证$\triangle ADC\cong\triangle GDB$,$\therefore AC=BG$,再证$\angle BFG=\angle G$,$\therefore BG=BF$,$\therefore AC=BF$.
8. 延长DB至E,使$BE=BA$,连AE,则$\angle E=\angle C$,再证$\triangle ADE\cong\triangle ADC$,$\therefore CD=DB+BE$,$\therefore CD=AB+BD$.
9. 延长FM至P点,使$PM=FM$,连BP,可证$\triangle FMC\cong\triangle PMB$,$\therefore BP=FC$,$\because ME\parallel AD$,$AD$平分$\angle BAC$,$\therefore\angle BAD=\angle BEM=\angle DAC=\angle AFE$,$\therefore AE=AF$,$\angle BEM=\angle MFC=\angle BPM$,$\therefore BE=BP=FC$. $\therefore AB+AC=AB+AF+FC=AB+AE+FC=BE+FC$,$\therefore BE=CF=\frac{1}{2}(AB+AC)$.

轻松一刻答案:

排成正六边形即可

第二讲 角平分线及垂直平分线

名家导航

狄利克雷(1805～1859)

Dirichlet,Peter Gustav Lejeune 德国数学家.对数论、数学分析和数学物理有突出贡献,是解析数论的创始人之一.1805 年 2 月 13 日生于迪伦,1859 年 5 月 5 日卒于格丁根.中学时曾受教于物理学家 G.S.欧姆;1822～1826 年在巴黎求学,深受 J.—B.—J.傅里叶的影响.回国后先后在布雷斯劳大学、柏林军事学院和柏林大学任教 27 年,对德国数学发展产生巨大影响.1839 年任柏林大学教授,1855 年接任 C.F.高斯在哥廷根大学的教授职位.

在分析学方面,他是最早倡导严格化方法的数学家之一.1837 年他提出函数是 x 与 y 之间的一种对应关系的现代观点.

在数论方面,他是高斯思想的传播者和拓广者.1863 年狄利克雷撰写了《数论讲义》,对高斯划时代的著作《算术研究》作了明晰的解释并有创见,使高斯的思想得以广泛传播.1837 年,他构造了狄利克雷级数.1838～1839 年,他得到确定二次型类数的公式.1846 年,使用抽屉原理.阐明代数数域中单位数的阿贝尔群的结构.

在数学物理方面,他对椭球体产生的引力、球在不可压缩流体中的运动、由太阳系稳定性导出的一般稳定性等课题都有重要论著.1850 年发表了有关位势理论的文章,论及著名的第一边界值问题,现称狄利克雷问题.

知识清单

1.角平分线上的点到角两边的________相等.

2.到角的两边的距离相等的点在________的平分线上.

3.三角形的三条角平分线交于________点,它到三角形三边的距离________.这一点叫三角形的________心.

4.线段垂直平分线上的点与这条线段两个________相等;与一条线段两个端点距离相等的点,在这条线段的________上.

5.三角形三边的垂直平分线交于________点,它到________相等.这个点叫三角形的________心.

典例视窗

例 1 如图 2－1,CP、BP 分别是$\triangle ABC$ 的外角$\angle BCM$.$\angle CBN$ 的平分线,求证:AP 平分$\angle BAC$.

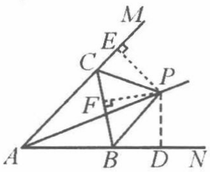


图 2-1

[点击突破口] 欲证 AP 平分$\angle BAC$,可考虑证明点 P 到$\angle BAC$ 两边距离相等,过点 P 作 $PD\perp AN$ 于 D,作 $PE\perp AM$ 于 E,作 $PF\perp BC$ 于 F,即要设法证明 $PD=PE$ 即可.

[完全解答] 过点 P 分别作 $PD\perp AN$,$PE\perp AM$,$PF\perp BC$,垂足分别为 D、E、F.∵点 P 在$\angle BCM$ 的平分线 CP 上,∴$PE=PF$(角的平分线的性质定理).同理 $PD=PF$,∴$PD=PE$.∴AP 平分$\angle BAC$.

◎中考热点◎

如图 2－2(1)、(2)、(3)中,PB、PC 分别为所在角的平分线,则都可得到 PA 为$\angle A$(或$\angle A$ 外角)的平分线.

【同类尝试】

1.如图 2－3,直线 l_1、l_2、l_3 表示三条相互交叉的公路,现要建一个货物中转站,要

轻松驿站

轻松一刻:

一个人在什么情况下,才处于真正的任人宰割的地步?

求它到三条公路的距离相等，则可选择的地址有（　　）

A. 1 处　　B. 2 处　　C. 3 处　　D. 4 处

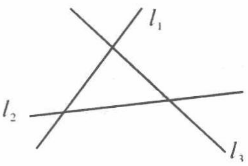


图 2-3

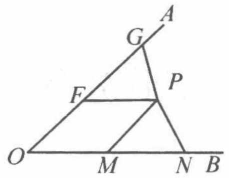


图 2-4

2. 如图 2－4，F、G 是 OA 上两点，M、N 是 OB 上两点，且 $FG=MN$，$S_{\triangle PFG}=S_{\triangle PMN}$，试问，点 P 是否在$\angle AOB$ 的平分线上？

例 2　如图 2－5，AD 是$\angle BAC$ 的平分线，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别为 E、F，连接 EF，EF 与 AD 交于点 G，求证：AD 垂直平分 EF.

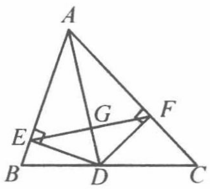


图 2-5

［点击突破口］　综合运用角平分线的性质和中垂线的性质解题.

［完全解答］　证法 1：（定义法）∵ AD 平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，∴ $DE=DF$. 又在 Rt$\triangle AED$ 和 Rt$\triangle AFD$ 中，$AD=AD$，$DE=DF$，∴ Rt$\triangle AED\cong$ Rt$\triangle AFD$（HL）. ∴ $\angle EAG=\angle FAG$，$AE=AF$. 又 $AG=AG$，∴ $\triangle AEG\cong\triangle AFG$（SAS）. ∴ $EG=FG$，$\angle AGE=\angle AGF=90°$. ∴ AD 垂直平分 EF（垂直平分线的定义）.

证法 2：（判定定理）AD 平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，∴ $DE=DF$. 又 $AD=AD$，∴ Rt$\triangle AED\cong$ Rt$\triangle AFD$（HL），∴ $AE=AF$. ∴ 点 A 在 EF 的垂直平分线上. 同理，点 D 也在 EF 的垂直平分线上. ∴ AD 垂直平分 EF（两点确定一直线）.

证法 3：∵ AD 平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，∴ $DE=DF$，$\angle ADE=\angle ADF$，∴ $AE=AF$.（角平分线上一点到角两边距离相等）∴ 点 A 在 EF 的垂直平分线上，又∵ $DE=DF$，∴ 点 D 在 EF 的垂直平分线上，∴ AD 垂直平分 EF.

【同类尝试】

3. 如图 2－6，$BD=DC$，$ED\perp BC$ 交$\angle BAC$ 的平分线于 E，作 $EM\perp AB$，$EN\perp AC$. 求证：$BM=CN$.

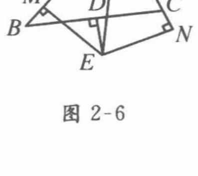


图 2-6

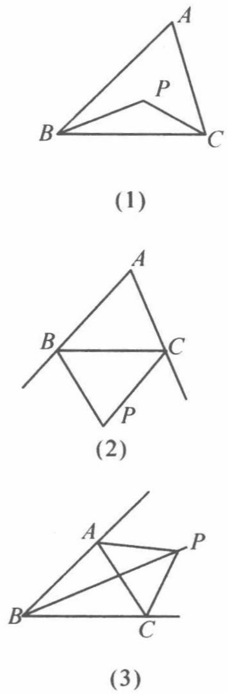


图2-2

轻松一刻答案：

在手术台上时