



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学 (I)

主 编 王海容
副主编 危洪清
主 审 邓 晖



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学 (I)

主 编 王海容
副主编 危洪清
主 审 邓 晖

内 容 提 要

本套书是根据教育部高等教育司组织制定的普通高等学校理论力学和材料力学教学的基本要求编写而成的，共分为（I）、（II）两册。其中：（I）册为理论力学部分，包括静力学、运动学、动力学的全部必修内容和部分选修内容，共10章；（II）册为材料力学全部必修内容和部分选修内容，包括杆件的轴向拉压、扭转、弯曲、剪切、组合变形、压杆稳定、动载荷、能量方法等，共10章。本书理论严谨，结构紧凑，表述简洁，与后续《弹性力学》、《流体力学》、《机械原理》等课程建立了自然的联系。书末附有附录和习题参考答案。

本书可作为高等院校土木、交通、水利、地矿、材料、能源、动力和机械类专业本科生教材或教学参考书，也可供有关工程技术人员学习参考。

图书在版编目（CIP）数据

工程力学. 1 / 王海容主编. — 北京：中国水利水电出版社，2011.8
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5084-8721-2

I. ①工… II. ①王… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第170721号

书 名	普通高等教育“十二五”规划教材 工程力学（I）
作 者	主 编 王海容 副主编 危洪清 主 审 邓 晖
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sales@waterpub.com.cn 电话：(010) 68367658（营销中心）
经 售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京瑞斯通印务发展有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 10.75印张 255千字
版 次	2011年8月第1版 2011年8月第1次印刷
印 数	0001—4000册
定 价	22.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

本书是根据教育部高等教育司组织制定的普通高等学校理论力学和材料力学教学的基本要求，结合工科类学校学生培养目标和某些专业工程力学少课时的需要，在传统的《理论力学》和《材料力学》教材的基础上，以实用为主、够用为度的原则加以整合而编写的，共分为（Ⅰ）、（Ⅱ）两册。

工程力学既是自然科学的理论基础，又是现代工程技术的理论基础，在日常生活和生产实际中具有非常广泛的应用。它包括理论力学和材料力学两部分，这两部分都是工程设计中最基本的知识。本书是《工程力学》（Ⅰ），为理论力学部分，研究机械运动的一般规律。内容分为静力学、运动学和动力学三部分：静力学主要研究受力物体平衡时作用力所应满足的条件，同时也研究物体受力的分析方法及力系简化的方法等；运动学只从几何观点研究物体的运动规律，而不研究引起物体运动的原因；动力学是研究作用于物体上的力与运动变化之间的关系。

本书共分10章，各章后附有习题供选做，并且书后有习题答案可供参考。本书可作为高等院校土木、交通、水利、地矿、材料、能源、动力和机械类专业本科生教材或教学参考书，也可供有关工程技术人员参考。

本书由教学经验丰富的老师编写，其中王海容编写第5~9章，危洪清编写第1~4章、第10章，由邓晖审稿。在本书的编写过程中得到了邵阳学院机械与能源工程系领导、老师们的大力支持，在此深表感谢！

由于时间仓促，以及编者水平有限，书中难免存在疏漏和不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

2011年5月

目 录

前言

静 力 学

第 1 章 静力学公理和物体受力分析	3
1.1 静力学公理	3
1.2 约束和约束反力	5
1.3 物体受力分析与受力图	8
习题	10
第 2 章 力系简化	13
2.1 力的投影、力矩与力偶	13
2.2 力系的简化	17
2.3 物体的重心、质心与形心	19
习题	24
第 3 章 力系平衡原理	27
3.1 一般力系的平衡原理	27
3.2 物体系统的平衡问题	32
习题	38
第 4 章 摩擦	43
4.1 滑动摩擦	43
4.2 摩擦角和自锁	44
4.3 滚动摩阻	45
4.4 典型摩擦平衡问题分析	46
习题	49

运 动 学

第 5 章 物体运动直接描述方法	55
5.1 点的运动学	55
5.2 刚体的平行移动	61
5.3 刚体的定轴转动	62
5.4 定轴轮系的传动比	65

习题	66
第 6 章 物体运动间接描述法	70
6.1 点的复合运动	70
6.2 刚体的平面运动	75
习题	82

动 力 学

第 7 章 动力学基本方程	91
7.1 质点动力学的基本方程	91
7.2 刚体绕定轴转动的微分方程	94
7.3 转动惯量	96
7.4 刚体平面运动的微分方程	99
习题	101
第 8 章 动力学普遍定理	106
8.1 动量定理	106
8.2 质心运动定理	108
8.3 动量矩定理	109
8.4 动能定理	113
8.5 功率、功率方程和机械效率	120
8.6 动力学普遍定理的综合应用	122
习题	125
第 9 章 达朗贝尔原理	133
9.1 质点的达朗贝尔原理	133
9.2 质点系的达朗贝尔原理	134
9.3 刚体惯性力系的简化	135
9.4 转动刚体的轴承动反力——静平衡和动平衡的概念	137
习题	139
第 10 章 虚位移原理	143
10.1 约束	143
10.2 自由度和广义坐标	145
10.3 虚位移	145
10.4 虚功和理想约束	146
10.5 虚位移原理	147
10.6 虚位移原理的应用	148
习题	151
习题答案	154
参考文献	162

静 ◆ 力 ◆ 学

静力学，是研究物体在力系作用下平衡的普遍规律的科学。

所谓物体的平衡，是指物体相对于惯性参考系（如地球）运动状态不变，即保持静止或匀速直线运动状态。

静力学的研究对象为刚体，刚体是指在力的作用下大小和形状都保持不变的物体。这是物体经过抽象化后得到的一种理想模型。

力是指物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态（外效应）和形状（内效应）发生改变。力对物体的效应取决于三要素：力的大小、力的方向和力的作用点。

静力分析部分主要研究以下问题：

（1）力系的简化（也称力系的合成）。即研究作用在物体上一个复杂力系用简单力系来等效替换寻求其合力的规律。

（2）受力分析。即分析物体共受几个力的作用，以及每个力的方向和作用位置。

（3）力系的平衡。即寻求物体处于平衡状态时作用其上的各种力系应满足的条件。

（4）内力分析。即研究静定结构在外力作用下结构内部各质点间的相互作用力的变化情况。

第 1 章 静力学公理和物体受力分析

1.1 静力学公理

公理 1 二力平衡条件

刚体受两个力作用而处于平衡状态的必要和充分条件是：此二力必大小相等，方向相反，且作用在同一条直线上（即此二力等值、反向、共线）。

此公理揭示了作用于刚体上最简单的力系平衡时必满足的条件，也是推论各力系平衡条件的基础。

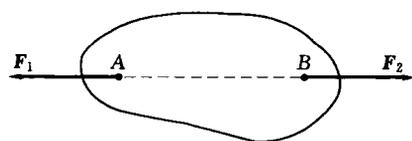


图 1.1

只有两个力作用而平衡的物体，称为二力体或二力构件。由公理 1 可知，二力体不论其形状如何，其所受的两个力的作用线，必沿该两力作用点的连线，如图 1.1 所示二力，表示为：

$F_1 = -F_2$ 。

公理 2 加减平衡力系原理

在作用于刚体的力系中加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。

此公理表明平衡力系对刚体不产生外效应，为力系简化的重要理论依据，根据此公理有下面推论。

推论 1 力的可传性原理

将作用在刚体上的力沿其作用线任意移动到其作用线的另一点，而不改变它对刚体的作用效应。

证明：如图 1.2 所示，在刚体上点 A 作用有作用力 F ，根据加减平衡力系原理，在力的作用线上任取一点 B，加上两个互相平衡的力 F_1 和 F_2 ，使 $F = F_1 = -F_2$ 。由于力 F 和 F_2 也是一个平衡力系，故可去除，这样就只剩下一个力 F_1 ，即相当于原来的力 F 沿其作用线由点 A 移动到了点 B。

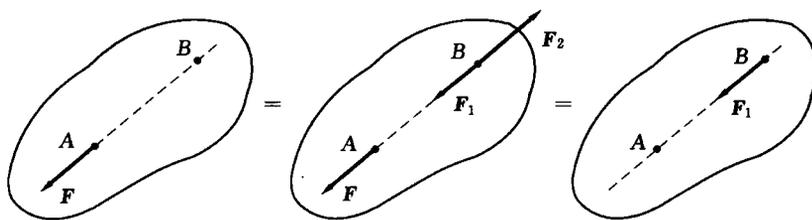


图 1.2

注意，公理 2 和推论 1 都只适用于刚体。

公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点仍在该点，此合力的大小和方向由此二力所构成的平行四边形的对角线确定。

如图 1.3 (a) 所示， F_R 为 F_1 和 F_2 的合力，合力等于两分力的矢量和，即 $F_R = F_1 + F_2$ 。亦可由力的三角形法则来求其合力的大小和方向，如图 1.3 (b) 所示。三角形法则推广之则为力的多边形法则，如图 1.3 (c) 所示，可由力多边形法则求 n 个共点力的合力。

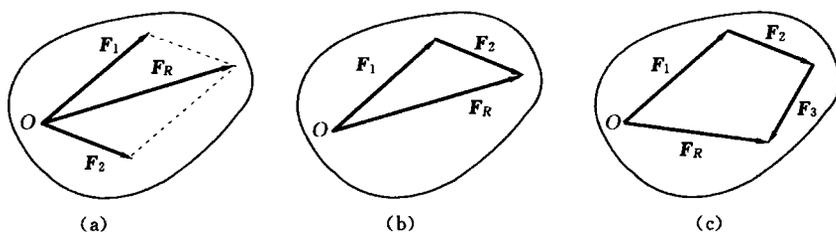


图 1.3

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体在三个力作用下平衡，若其中两个力相交，则这三个力必共面且汇交于一点。

证明：如图 1.4 所示，在刚体 A 、 B 、 C 三点上分别作用有三个互相平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，其中 F_1 和 F_2 作用线相交于 O 点，根据推论 1 力的可传性，将 F_1 和 F_2 移到汇交点 O 点，然后根据力的平行四边形法则，得到此二力的合力 F_{12} 。则 F_3 应和 F_{12} 平衡。由二力平衡公理， F_3 必和 F_{12} 共线，故 F_1 、 F_2 、 F_3 三力共面，且汇交于同一点 O 点。

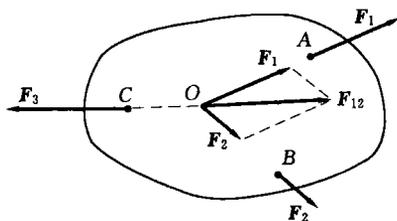


图 1.4

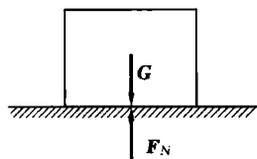


图 1.5

公理 4 作用力与反作用力定律

两物体间的相互作用的力总是成对出现，大小相等、方向相反、沿着同一条直线，且分别作用在这两个物体上。

该公理即牛顿第三定律，不但适用于静力学，也适用于动力学。该公理与二力平衡公理的本质区别在于此二力分别作用在两个物体上。如图 1.5 所示，物块重力 G 和平面的支持力 F_N 互为作用力和反作用力。

公理 5 刚化原理

若变形体在力系作用下处于平衡状态，则将此变形体刚化为刚体时，其平衡状态不变。

该公理建立了刚体平衡和变形体平衡的联系。不过，刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。例如刚体受一对压力可平衡，而绳索受同样压力却不平衡，如图 1.6 所示。

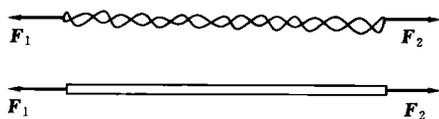


图 1.6

上述五个公理构成了静力学的基础，静力学的定理和公式都可以用它们来证明和推导。

1.2 约束和约束反力

如果一个物体位移不受任何限制，可在空间自由运动（如空中的自由落体等），则此物体称为自由体；反之，如一个物体在空间的位移受到一定的限制（如被绳子悬挂的物体等），则此物体称为非自由体。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束体（简称约束）。例如，沿轨道行驶的机车，轨道限制车辆的运动，轨道就是约束体；摆动的单摆，绳子就是约束体。

约束体阻碍限制物体的自由运动，改变了物体的运动状态，因此约束体必须承受物体的作用力，同时给予物体以等值、反向的反作用力，这种力称为约束反力或约束力，简称为反力，属于被动力。约束反力的方向总是与约束体所能阻止的物体的运动趋势方向相反，这是确定约束反力方向或作用线位置的准则。除约束反力外，物体上受到的其他各种力如重力、风力等，它们促使物体运动或有运动趋势，属于主动力，工程上常称为载荷。在静力学问题中，一般约束反力和其他已知力（如载荷）组成平衡力系，故可由平衡条件来求未知的约束反力。

1.2.1 分布力与集中力

实际物体间的作用力都是分布在一定范围（面积、体积等）内的力，称为分布力，如风力、液压力和重力等。集中力就是作用在一个点上的力。根据具体情况（例如分布力的作用范围和物体尺寸相比很小时）分布力可简化为一个集中力。

1.2.2 常见约束类型及反力

下面将工程中常见的约束理想化，归纳为几种基本类型。

1. 柔索

属于这类约束的有绳索、皮带和链条等。如图 1.7 所示，这类约束的特点是只能限制物体沿着柔索伸长的方向运动，它只能承受拉力。故柔索的约束反力只能是拉力，作用在接触点，方向沿着柔索的轴线背离物体，一般用 F_T 表示。

2. 光滑接触面

这类约束，忽略了接触面间的摩擦。如图 1.8 所示，不论支承接触表面的形状如何，它只能承受压力，而不能承受拉力。所以光滑接触面的约束反力只能是压力，作用在接触处，方向沿接触表面的公共法线指向物体，一般用 F_N 表示。

3. 光滑圆柱形铰链

圆柱形铰链是连接两个构件的圆柱形零件，通常称为销钉，如机器上的轴承，门窗上

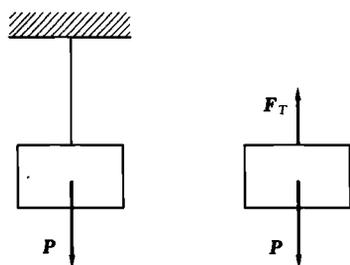


图 1.7

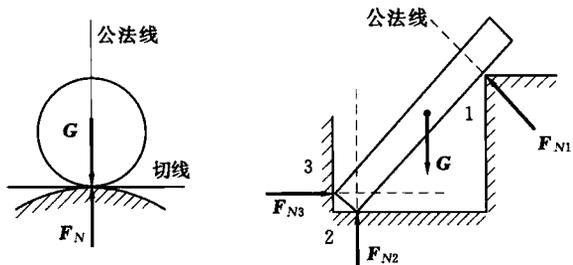


图 1.8

的合叶等。如图 1.9 所示，此类约束忽略了摩擦和圆柱销钉与构件上圆柱孔的余隙，由于圆柱销钉与圆柱孔是光滑曲面接触，则约束反力沿接触线上的一点到圆柱销钉中心的连线且垂直于轴线，因为接触线的位置不能预先确定，所以约束反力的方向不能预先确定。光滑圆柱形铰链约束的反力只能是压力，在垂直于圆柱销钉轴线的平面内，通过圆柱销钉中心，方向不定。在计算时，通常表示为沿坐标轴方向且作用于圆柱孔中心的两个分力 F_x 与 F_y ，如图 1.9 (d) 所示。

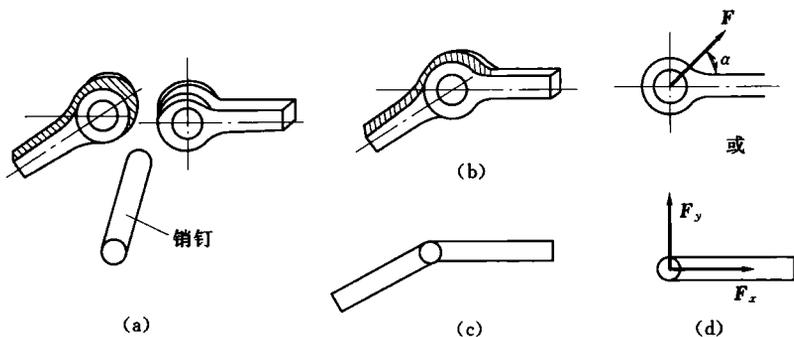


图 1.9

4. 光滑球铰链

球铰链简称球铰，由球和球壳构成，被连接的两个物体可以绕球心作相对转动，但不能相对移动，如图 1.10 所示。若其中一个与地面或机架固定则称为球铰支座，如汽车的操纵杆和收音机的拉杆天线就采用球铰支座。球和球壳间的作用力分布在部分球面上，忽略摩擦，这些分布力均通过球心而形成一空间汇交力系，可合成成一集中力，其大小和方

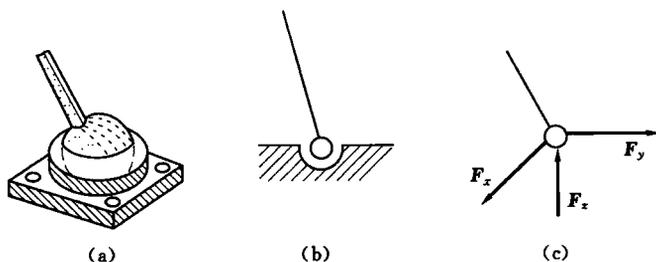


图 1.10

向取决于受约束物体上作用的主动力和其他约束情况，计算时一般用沿坐标轴的 3 个分量 F_x 、 F_y 、 F_z 表示，如图 1.10 (c) 所示。

5. 支座

支座是把结构物或构件支承在墙、地面和机身等固定支承物上面的装置，它将结构物或构件固定，同时把所受的载荷通过支座传给支承物。平面问题中常用的支座有三种，即固定铰支座、可动铰支座和固定支座。

(1) 固定铰支座。用光滑圆柱铰链把结构物或构件与底座连接，并把底座固定在支承物上的支座称为固定铰链支座或固定铰支座，如图 1.11 (a)、(b) 所示，计算简图如图 1.11 (c) 所示。这种支座约束的特点是物体只能绕铰链轴线转动而不能发生垂直于铰链的任何移动，所以固定铰支座的约束反力在垂直于圆柱销轴线的平面内，通过圆柱销中心，方向不定，通常表示为相互垂直的两个分力 F_{Ax} 与 F_{Ay} ，如图 1.11 (d) 所示。

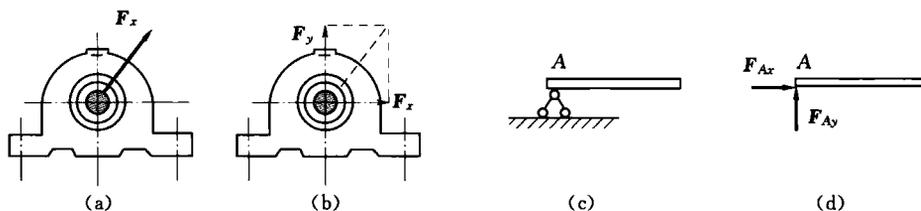


图 1.11

(2) 可动铰支座。如图 1.12 (a) 所示，将构件的支座用辊轴支承在光滑的支承面上，即可动铰支座，其计算简图如图 1.12 (b) 所示。这种支座约束的特点是只能限制物体与圆柱铰连接处沿垂直于支承面的方向运动，而不能阻止物体沿光滑支承面切向的运动，所以可动铰支座的约束反力垂直于支承面，通过圆柱销中心，一般用 F_{Ay} 表示，如图 1.12 (c) 所示。

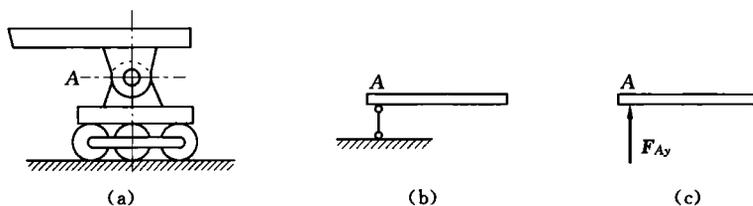


图 1.12

(3) 固定支座。如图 1.13 (a) 所示，非自由体与其约束物体固结在一起的约束称为

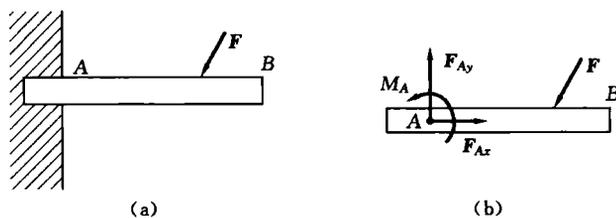


图 1.13

固定端约束，这种约束完全限制了物体在平面内的移动和转动，其约束反力如图 1.13 (b) 所示，一般分解为三个约束反力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 与 M_A 。

6. 链杆约束

两端用光滑铰链与其他构件连接且不考虑自重的刚杆称为链杆，如图 1.14 (a) 中的 AB 杆。根据光滑铰链的特性，AB 杆为二力体，在铰链 A、B 处受有两个约束力 F_A 和 F_B ，根据二力平衡公理，这两个力必共线，且等值、反向。由此可确定 F_A 和 F_B 的作用线应沿 AB 的连线，可能为拉力，如图 1.14 (b) 所示，也可能为压力，如图 1.14 (c) 所示。因此，链杆为二力杆，链杆约束的反力沿链杆两端铰链的连线，指向不能预先确定，通常先假设链杆受拉。

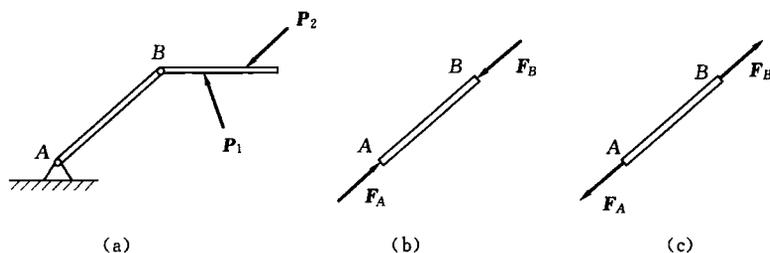


图 1.14

固定铰支座也可以用两根不平行的链杆来代替，如图 1.11 (c) 所示；而可动铰支座可用一根垂直于支承面的链杆来代替，如图 1.12 (b) 所示。

除了以上介绍的几种约束外，还有一些其他形式的约束。在实际问题中所遇到的约束有些并不一定与上面所介绍的形式完全一样，这时就需要略去次要因素，抓住主要因素，对实际约束的构造及其性质进行具体分析。

1.3 物体受力分析与受力图

在解决力学问题时，一般首先需要确定构件共受到几个力作用以及每个力的作用位置 and 力的作用方向，该分析过程称为物体的受力分析。

分析物体的受力，首先需要根据问题的需要，选定其中某个或某部分构件作为研究对象，把它从周围的约束中分离出来，不改变其大小、方位单独画出简图，这个过程叫做取隔离体。然后把作用于研究对象的所有主动力和约束反力全部画出来，这种表示物体受力的简图，称为受力图。将研究对象的约束除去时，代之以相应的约束反力，物体的平衡不受影响，这一原理称为解除约束原理。受力图形象地反映了研究对象的受力情况。

正确地画出受力图，是求解静力学问题的关键。画受力图时要注意，受力图中只画研究对象的简图和所受的全部作用力的方向和作用位置（不用管各力的大小）。每画一个力都要有依据，既不要多画，也不要漏画，研究对象内各部分间相互作用的力（即内力）不画。所画约束力要与除去的约束性质相符合，物体间的相互约束力要符合作用与反作用定律。应特别注意先判断二力体的受力情况，有些情况可应用三力平衡汇交定理判断出铰链处约束反力的方向。

画受力图时，可按下述步骤进行：

- (1) 根据题意选取研究对象。
- (2) 画作用于研究对象上的主动力。
- (3) 画约束反力。依据解除约束原理，逐一在去掉约束处，根据约束的类型相应地画上约束反力。

下面举例说明如何作物体的受力图。

【例 1.1】 均质球重 G ，用绳系住，并靠于光滑的斜面上，如图 1.15 所示。试分析球的受力情况，并画出受力图。

解：(1) 取球为研究对象，去除球上 A 处的柔索约束和 B 处的光滑面接触约束。

(2) 画出主动力 G 。

(3) 由柔索约束特点画出作用在 A 处的约束反作用力 F_T 沿绳索方向背离物体，由光滑面接触约束的特点画出作用在 B 处的 F_N 沿接触处公共法线方向指向物体，如图 1.15 (b) 所示。

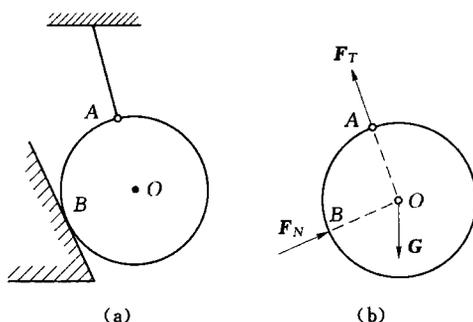


图 1.15

【例 1.2】 如图 1.16 所示，简支梁 AB ，跨中受到集中力 F 作用， A 端为固定铰支座约束， B 端为可动铰支座约束。试画出梁的受力图。

解：(1) 取 AB 梁为研究对象，解除 A 、 B 两处的约束，画出其隔离体简图。

(2) 在梁的中点 C 画主动力 F 。

(3) 在受约束的 A 处和 B 处，根据约束类型画出约束反力。 B 处为可动铰支座约束，其反力通过铰链中心且垂直于支承面，其指向假定如图 1.16 (b) 所示； A 处为固定铰支座约束，其反力可用通过铰链中心 A 并相互垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 表示。受力图如图 1.16 (b) 所示。

注意到该梁只在 A 、 B 、 C 三点受到互不平行的三个力作用而处于平衡，因此，也可以根据三力平衡汇交公理进行受力分析。已知 F 、 F_B 相交于 D 点，则 A 处的约束反力 F_A 也应通过 D 点，从而可确定 F_A 必通过沿 A 、 D 两点的连线，可画出如图 1.16 (c) 所示的受力图。

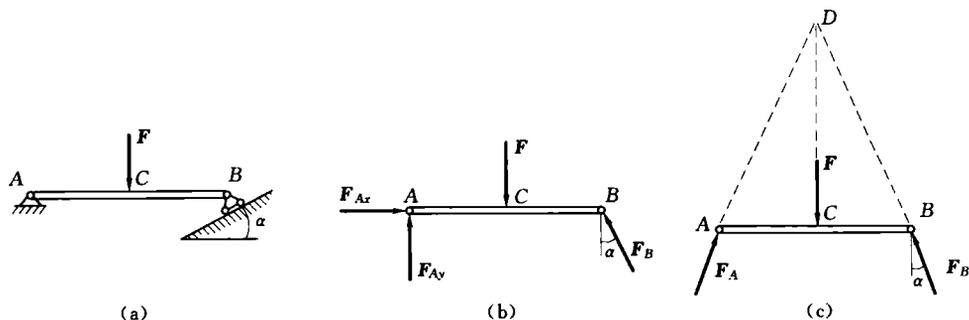


图 1.16

【例 1.3】如图 1.17 所示的结构由杆 ABC、CD 与滑轮 B 铰接组成。物体重 W ，用绳子挂在滑轮上。设杆、滑轮及绳子的自重不计，并不考虑各处的摩擦，试分别画出滑轮 B（包括绳子）、杆 CD、ABC 及整个系统的受力图。

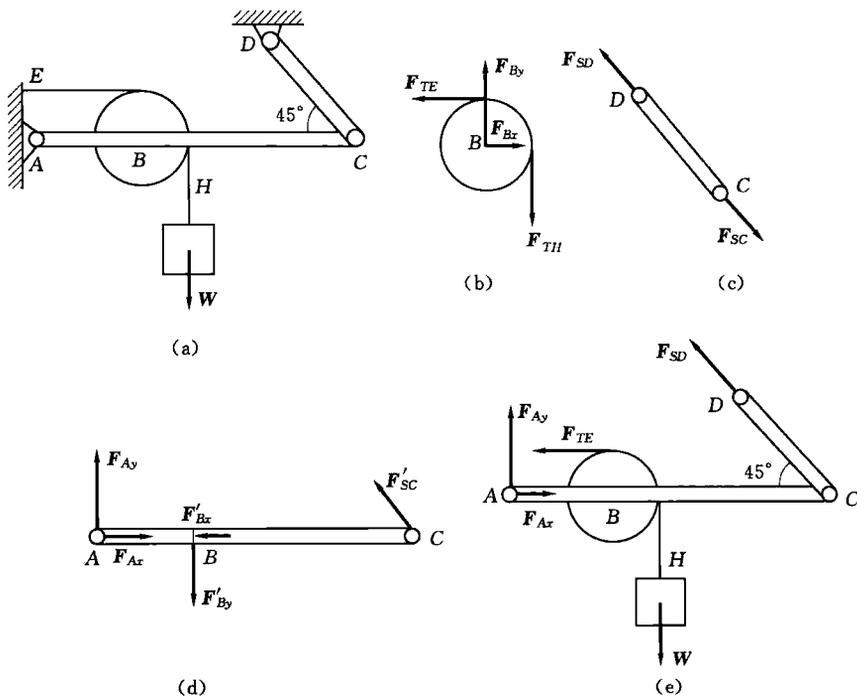


图 1.17

解：(1) 以滑轮及绳子为研究对象，画出隔离体图。B 处为光滑铰链约束，杆 ABC 上的铰链销钉对轮孔的约束反力为 F_{Br} 、 F_{By} ；在 E、H 处有绳子的拉力 F_{TE} 、 F_{TH} ，如图 1.17 (b) 所示， $F_{TE} = F_{TH} = W$ 。

(2) 杆 CD 为二力杆，所以首先对其进行分析。取杆 CD 为研究对象，画出隔离体。从题意可知，设 CD 杆受拉，在 C、D 处画上拉力 F_{SC} 、 F_{SD} ，且有 $F_{SC} = -F_{SD}$ 。其受力图如图 1.17 (c) 所示。

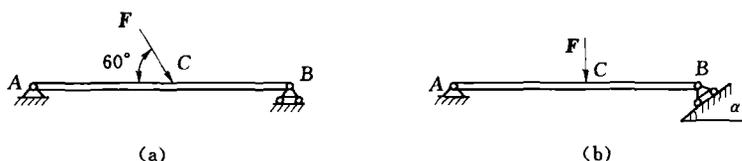
(3) 以杆 ABC（包括销钉）为研究对象，画出隔离体图。其中 A 处为固定铰支座，其约束反力为 F_{Ax} 、 F_{Ay} ；在 B 处画上 F'_{Br} 、 F'_{By} ，它们分别与 F_{Br} 、 F_{By} 互为作用力与反作用力；在 C 处画上 F'_{SC} ，它与 F_{SC} 互为作用力与反作用力。其受力图如图 1.17 (d) 所示。

(4) 以整个系统为研究对象，画出隔离体图。杆 ABC 与杆 CD 在 C 处铰接，滑轮 B 与杆 ABC 在 B 处铰接，这两处的约束反力都为作用力与反作用力，成对出现，在研究整个系统时，不必画出。此时，系统所受的力为：主动力（物体重力） W ，约束反力 F_{SD} 、 F_{TE} 、 F_{Ax} 及 F_{Ay} 。如图 1.17 (e) 所示。



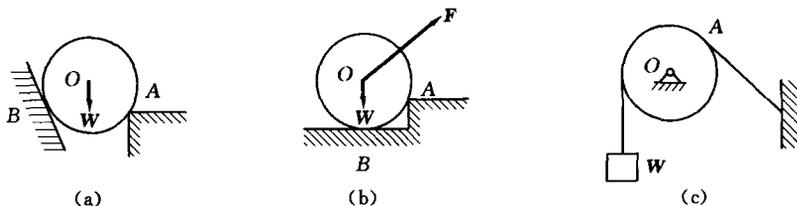
习 题

1-1 画出习题 1-1 图示中 AB 杆的受力图。



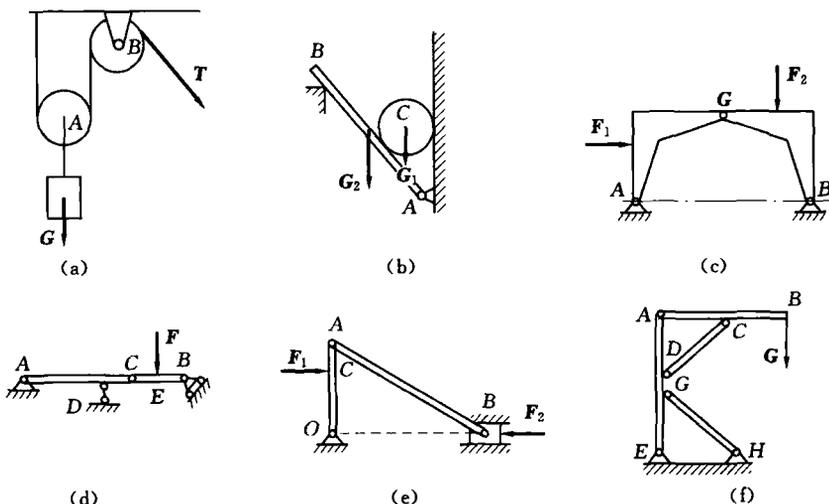
习题 1-1 图

1-2 试画出习题 1-2 图示中圆柱或圆盘的受力图，与其他物体接触处的摩擦力均略去。



习题 1-2 图

1-3 画出习题 1-3 图示中物体系统中指定物体的受力图。（凡未标出自重的物体，重量不计，接触处不计摩擦）(a) 轮 A、轮 B；(b) 杆 AB、球 C；(c) 构件 AC、BC；(d) 梁 AB、CB；(e) 曲柄 OA、滑块 B；(f) 梁 AB、立柱 AE。



习题 1-3 图

1-4 画出习题 1-4 图示中指定物体的受力图（设各接触处均为光滑接触，未画重力的物体均不计重量）：(a) 杆 AB；(b) 轮 O；(c) 杆 AB；(d) 杆 AB；(e) 杆 ABCD；(f) 杆 AC。

1-5 画出习题 1-5 图示中物体系统中指定物体的受力图。(a) 构件 OA、构件 CD 和构件 AB；(b) 杆 AB、杆 CD 和轮 D；(c) 滑轮 A 和 C、杆 AB 和 DF。

1-6 分析习题 1-6 图示中杆 ABC、杆 AE、杆 DB 所受的约束反力，并画出受力图。假设所有接触面都是光滑的，物体的自重不计。