



普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

数字信号处理

焦瑞莉 罗倩 汪毓铎 顾奕 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

数字信号处理

焦瑞莉 罗 倩 汪毓铎 顾 奕 编著

应启珩 主审

机械工业出版社

本书系统地讲述数字信号处理的基本概念、基本原理及基本分析方法。全书共8章(不含绪论部分),分别为离散时间信号和系统的时域分析、离散时间信号和系统的频域复频域分析、离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、数字滤波器结构、无限长脉冲响应数字滤波器设计、有限长脉冲响应数字滤波器设计和有限字长效应。

本书强调知识体系与学科基础,注重理论和实际的结合。同时本书恰当地以图形化方式展示基本理论与方法,既便于学生理解又可以引导学生掌握图解的科学方法与手段。各章核心内容使用 MATLAB 对复杂理论加以图形化展现及释疑,使学生易于理解和接受,同时引导学生学习掌握 MATLAB 软件工具。

本书适合作为高等院校理工科电类各专业数字信号处理课程的本科生教材,也可作为从事数字信号处理的科技人员的基础性参考书。

为了便于教与学,与本书配套的学习指导和实验及课程设计指导将相继成书。学习指导包括数字信号处理知识要点、典型习题解答、自测题及提高题。实验及课程设计指导包括 MATLAB 基础、数字信号处理实验指导及课程设计指导等内容。

本书将免费提供配套电子教案,购买本书的教师可届时登录出版社教育服务网 www.cmpedu.com 下载。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/焦瑞莉等编著. —北京:机械工业出版社,2011.9
普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材
ISBN 978-7-111-35921-0

I. ①数… II. ①焦… III. ①数字信号处理-高等学校-教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 191843 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑:闫晓宇 责任编辑:闫晓宇 责任校对:陈秀丽
封面设计:张 静 责任印制:杨 曦
北京京丰印刷厂印刷
2011 年 10 月第 1 版·第 1 次印刷
184mm×260mm·20.5 印张·507 千字
标准书号:ISBN 978-7-111-35921-0
定价:43.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前言

在计算机技术与信息科学飞速发展的今天,数字信号处理技术已得到广泛应用,社会对数字信号处理技术人才需求剧增。因此,数字信号处理作为电子信息工程专业、通信工程专业以及其他电类专业的一门重要专业基础课,受到广大教师及学生的重视。

四位作者是长期从事数字信号处理课程教学、课程建设及相关的科研工作的一线教师,以往的教学与科研经验积累为教材的编写奠定了较好的基础。

本书的内容遵循数字信号处理学科理论架构和实际应用,强调基础,注重理论和实际的结合,是在作者的教学讲义、实验讲义以及课程设计讲义基础上,并经过广泛调研后编写而成的。本书在内容设计上适用不同学时教学要求。章节后没有标注*或**号的内容适于48学时的教学,在此基础上,加入标注*号章节适于56学时的教学,再加入标注**号章节则适于64学时的教学。

全书共8章。第1章、第2章涵盖离散时间信号和系统的基本理论,是全书的理论基础,并通过大量综合例题,进一步提高读者运用基本概念和基本理论分析处理问题的能力。第3章的内容为离散傅里叶变换,是数字信号处理中对信号做谱分析的理论基础。在阐述离散傅里叶变换的应用时,引入时间分辨率概念,分析离散傅里叶变换进行谱分析的局限性,为进一步学习信号的时频分析等现代信号处理技术做了理论上的准备。在多抽样率信号处理部分,介绍原理及应用实例,为读者在不同领域中用多抽样率处理信号打下良好的基础。第4章快速傅里叶变换,详细介绍基-2 FFT算法的基本原理、算法规律及编程思想,同时介绍混合基、分裂基算法,形成比较完整的快速算法内容体系。线性调频 z 变换以其变换的灵活性在很多场合得到了广泛的应用,本章对线性调频 z 变换进行介绍,并与 z 变换、离散傅里叶变换进行比较。第5章介绍数字滤波器实现的不同结构。第6章为无限长脉冲响应数字滤波器设计部分,重点介绍借助模拟滤波器设计数字滤波器的设计原理及步骤。第7章为有限长脉冲响应数字滤波器设计部分,分别介绍有限长脉冲响应数字滤波器的窗函数设计法和频率抽样设计法。第8章的内容为有限字长效应,介绍A-D转换、数字滤波器系数及数字滤波器运算中的有限字长效应,它是数字信号处理软件实现或硬件实现中误差分析控制的理论基础。

书中每章都包含了丰富的例题和习题,便于读者理解、巩固所学的概念和方法,了解基本理论的应用,提高分析问题和解决问题的能力。

本书第1、2章由罗倩执笔,第3、4章由焦瑞莉执笔,第6、7章由汪毓铎执笔,绪论、及第5、8章由顾奕执笔。全书由焦瑞莉统稿。

学习本书内容可为读者了解和掌握数字信号处理的理论及工程应用打下扎实的基础,提高应用理论解决实际问题的能力。

清华大学应启珩教授对原稿做了详细的审阅，并提出很多宝贵的改进意见。在此，对应教授严谨的科学态度表示由衷的敬意，对应教授辛勤的付出表示真诚的感谢。

由于水平所限，书中难免有误漏或不当之处，敬请广大读者批评指正。

作 者
于北京

目 录

前言

绪论	1
第 1 章 离散时间信号和系统的时域分析	6
1.1 离散时间信号	6
1.1.1 典型离散时间信号	7
1.1.2 离散时间信号的运算	10
1.2 离散时间系统	14
1.2.1 离散时间系统的定义和描述方法	14
1.2.2 离散时间系统的特性	14
1.2.3 线性时不变系统的特性	20
习题	22
第 2 章 离散时间信号和系统的频域、复频域分析	25
2.1 离散时间傅里叶变换	25
2.1.1 离散时间傅里叶变换的定义	25
2.1.2 离散时间傅里叶变换的性质	29
2.1.3 离散时间傅里叶变换的应用	32
2.2 周期序列的离散傅里叶级数及傅里叶变换	34
2.2.1 周期序列的离散傅里叶级数	34
2.2.2 离散傅里叶级数的性质	36
2.2.3 周期序列的傅里叶变换	40
2.3 z 变换	41
2.3.1 z 变换的定义及收敛域	41
2.3.2 z 反变换	47
2.3.3 z 变换的性质	52
2.3.4 z 变换与其他变换的关系	58
2.4 z 变换的应用	61
2.4.1 利用 z 变换解差分方程	61
2.4.2 系统函数	63
2.4.3 利用 z 变换分析系统的频率响应特性	67
2.4.4 系统的各种描述方法及相互转换	72
2.4.5 几种特殊系统*	75
习题	79

第3章 离散傅里叶变换	82
3.1 傅里叶变换的四种形式	82
3.1.1 连续时间傅里叶变换	82
3.1.2 周期信号的傅里叶级数	83
3.1.3 离散时间傅里叶变换	84
3.1.4 周期序列的傅里叶级数	85
3.1.5 四种形式的傅里叶变换的关系与比较	87
3.2 离散傅里叶变换的定义	88
3.2.1 离散傅里叶变换的定义	88
3.2.2 离散傅里叶变换与离散时间傅里叶变换和 z 变换的关系	90
3.3 离散傅里叶变换的性质	98
3.3.1 线性性质	98
3.3.2 移位性质	98
3.3.3 Parseval 定理	99
3.3.4 对称性质	99
3.3.5 卷积性质	102
3.4 离散傅里叶变换的应用	104
3.4.1 计算线性卷积	104
3.4.2 信号的谱分析	107
3.4.3 信号的时频分析*	110
3.4.4 多抽样率数字信号处理*	111
习题	116
第4章 快速傅里叶变换	119
4.1 引言	119
4.2 基-2 FFT 算法	120
4.2.1 时间抽取基-2 FFT 算法	120
4.2.2 时间抽取基-2 FFT 算法的运算规律及编程思想**	128
4.2.3 频率抽取基-2 FFT 算法	130
4.2.4 离散傅里叶反变换的高效算法	135
4.3 其他快速算法	137
4.3.1 混合基算法*	137
4.3.2 分裂基算法**	142
4.4 线性调频 z 变换*	149
4.4.1 线性调频 z 变换的定义	149
4.4.2 线性调频 z 变换的计算	151
习题	153
第5章 数字滤波器的结构	155
5.1 数字滤波器的基本概念	155
5.2 数字滤波器的信号流图描述方法	157
5.3 IIR 数字滤波器的基本结构	158

5.3.1 直接型结构	158
5.3.2 级联型结构	160
5.3.3 并联型结构	161
5.3.4 转置型结构	163
5.4 FIR 数字滤波器的基本结构	164
5.4.1 横截型(卷积型、直接型)结构	164
5.4.2 级联型结构	164
5.4.3 频率抽样型结构	165
5.4.4 FIR 线性相位数字滤波器结构	169
5.5 数字滤波器的格型结构**	172
5.5.1 全零点数字滤波器的格型结构	172
5.5.2 全极点数字滤波器的格型结构	174
5.5.3 零极点数字滤波器的格型结构	175
习题	177
第 6 章 无限长脉冲响应数字滤波器设计	180
6.1 引言	180
6.1.1 数字滤波器的分类	180
6.1.2 数字滤波器的频率响应	181
6.1.3 数字滤波器的设计指标	182
6.1.4 IIR 数字滤波器的设计	183
6.2 模拟滤波器的设计	184
6.2.1 模拟低通滤波器的设计指标	184
6.2.2 巴特沃兹模拟低通滤波器的设计	185
6.2.3 切比雪夫模拟低通滤波器的设计	189
6.2.4 椭圆模拟低通滤波器的设计	195
6.3 模拟滤波器的数字化方法	198
6.3.1 脉冲响应不变法	200
6.3.2 双线性变换法	203
6.4 滤波器的频带变换	208
6.4.1 模拟频带变换	208
6.4.2 数字频带变换	216
6.5 其他设计方法简介**	224
6.5.1 IIR 数字滤波器的直接设计法	224
6.5.2 IIR 数字滤波器的优化设计法	230
习题	234
第 7 章 有限长脉冲响应数字滤波器设计	237
7.1 引言	237
7.2 线性相位滤波器的条件和特点	238
7.2.1 FIR 数字滤波器的线性相位条件	238
7.2.2 FIR 线性相位数字滤波器的幅频响应函数	240
7.3 窗函数设计法	244

7.3.1	设计原理	244
7.3.2	各种窗函数介绍	248
7.3.3	FIR 数字滤波器的窗函数法设计步骤	255
7.3.4	设计举例	256
7.4	频率抽样设计法	260
7.4.1	设计原理	260
7.4.2	线性相位的约束	261
7.4.3	频率抽样的两种方法	262
7.4.4	阻带及过渡带的优化设计	267
7.4.5	FIR 数字滤波器的频率抽样法设计步骤	268
7.5	IIR 和 FIR 滤波器的比较	272
习题		272
第 8 章	有限字长效应	275
8.1	引言	275
8.1.1	数的表示方法	276
8.1.2	尾数的处理方法	277
8.2	A-D 转换的有限字长效应	278
8.2.1	量化误差的统计分析	279
8.2.2	量化噪声通过线性系统	281
8.3	数字滤波器系数的有限字长效应	282
8.3.1	系数量化误差对滤波器稳定性的影响	282
8.3.2	系数量化误差对滤波器零极点位置的影响	284
8.4	数字滤波器运算中的有限字长效应	287
8.4.1	定点运算 IIR 滤波器的有限字长效应	287
8.4.2	定点运算 FIR 滤波器的有限字长效应	296
习题		298
部分习题参考答案		301
附录		314
附录 A	巴特沃兹模拟低通滤波器参数表格	314
附录 B	切比雪夫模拟低通滤波器参数表格	315
附录 C	常用术语的英汉对照	318
参考文献		319

绪 论

数字信号处理 (Digital Signal Processing, DSP) 是把数字或符号表示的序列, 通过计算机或专用处理设备, 用数字的方式去处理, 以达到更符合人们要求的信号形式。例如, 对信号的滤波、提取, 增强信号的有用分量、削弱无用分量, 或是估计信号的某些特征参数。总之, 凡是用数字方式对信号进行滤波、变换、增强、压缩、估计、识别等都是数字信号处理的研究内容。

1. 数字信号处理的学科概貌

数字信号处理在理论上所涉及的范围极其广泛。在数学领域中的微积分、概率统计、随机过程、高等代数、数值分析和复变函数等都是它的基本工具, 网络理论、信号与系统等均是它的理论基础。在学科发展上, 数字信号处理和最优控制、通信理论、故障诊断等紧密相连, 近年来已成为人工智能、模式识别、神经网络等新兴学科的理论基础之一, 其算法的实现和计算机学科及微电子技术密不可分。因此, 可以说数字信号处理是把经典的理论体系 (如数学、系统) 作为自己的理论基础, 同时又使自己成为一系列新兴学科的理论基础。

在国际上, 一般把 1965 年快速傅里叶变换的问世作为数字信号处理这一新学科的开端。在近 50 年的发展中, 数字信号处理自身已基本形成一套较为完整的理论体系。内容包括以下 10 个部分:

- 1) 信号的采集 (A-D 转换技术、抽样定理、多抽样率、量化噪声分析等)。
- 2) 离散信号的分析 (时域及频域分析、各种信号特征的描述等)。
- 3) 离散系统分析 (系统的描述、系统的单位抽样响应、转移函数及频率响应等)。
- 4) 信号处理中的快速算法 (快速傅里叶变换、快速卷积与相关)。
- 5) 滤波技术 (各种数字滤波器的设计与实现)。
- 6) 信号的估值 (各种估值理论、相关函数与功率谱估计等)。
- 7) 信号的建模 (最常用的有 AR、MA、ARMA、PRONY 等模型)。
- 8) 信号处理中的特殊算法 (如抽取、插值、奇异值分解、反卷积、信号重建等)。
- 9) 信号处理技术的实现 (软件实现与硬件实现)。
- 10) 信号处理技术的应用。

数字信号处理中所涉及的信号包括确定性信号、平稳随机信号、时变信号、一维及多维信号、单通道及多通道信号。所涉及的系统包括单通道系统和多通道系统。对每一类特定的

信号与系统, 上述概念的各个方面有不同的内容。

本书只涉及上述数字信号处理内容的前五部分, 其框架结构如图 0-1 所示。其中, 离散时间线性时不变系统理论和离散傅里叶变换是数字信号处理领域的理论基础, 数字滤波和频谱分析是数字信号处理的两个基本分支。

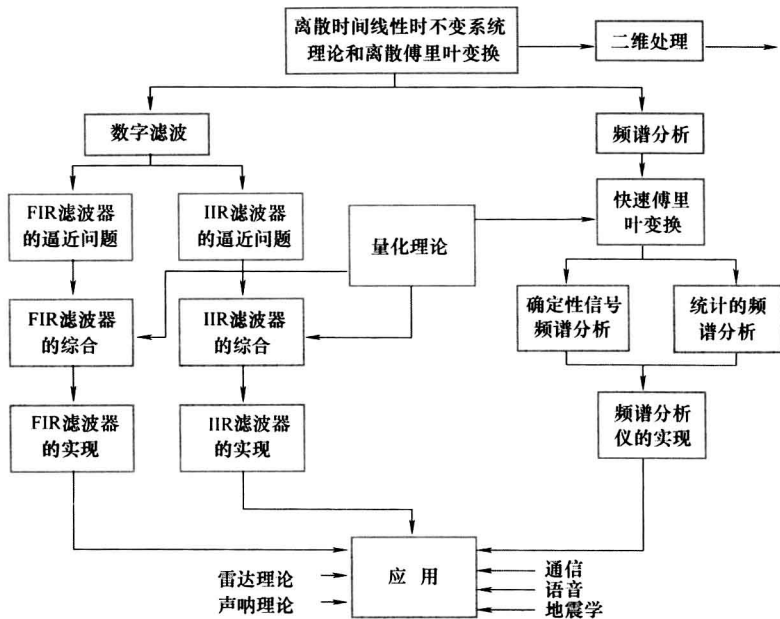


图 0-1 数字信号处理的框架结构

数字滤波分为无限长脉冲响应 (Infinite Impulse Response, IIR) 数字滤波器和有限长脉冲响应 (Finite Impulse Response, FIR) 数字滤波器两部分内容, 包括它们的数学逼近问题、综合问题 (包括选择滤波器结构及选择运算字长) 以及具体的硬件或计算机软件实现问题。

频谱分析包括两部分内容:

- 1) 确定信号的频谱分析, 这可采用离散傅里叶变换来进行分析, 或者对于较复杂的情况, 可采用线性调频 z 变换。
- 2) 随机信号的频谱分析, 这就是统计的谱分析方法。实际谱分析技术中都要用到快速傅里叶变换和一些快速卷积算法。快速傅里叶变换还可用来实现有限长脉冲响应数字滤波运算, 而统计频谱分析法又可用来研究数字信号处理系统的量化噪声效应。

2. 数字信号处理系统的基本组成

下面讨论模拟信号的数字化处理系统。该系统先把模拟信号变化为数字信号, 然后用数字技术进行处理, 最后再还原成模拟信号。这一系统的框图如图 0-2 所示。

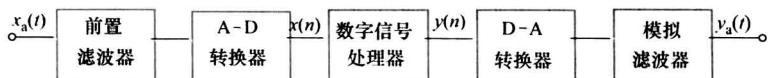


图 0-2 数字信号处理系统框图

1) 前置滤波器: 又称为抗混叠滤波器 (或限带滤波器), 它将输入的模拟信号 $x_a(t)$ 中高于某一频率的部分滤除, 从而保证进入下一阶段处理的信号的最高频率限制在一定数值之内。

2) A-D 转换器: 将模拟信号转化成数字信号, 完成对模拟信号的抽样、量化、编码, 最后输出是数字信号。

3) 数字信号处理器: 是整个系统的核心部分, 可以是一台通用计算机, 或一个专用处理器, 或数字硬件等。对其输入的数字信号序列 $x(n)$ 按预定的要求进行加工处理, 得到输出数字信号序列 $y(n)$ 。

4) D-A 转换器: 将数字信号转化为模拟信号, 是 A-D 的逆过程, 这是产生模拟信号的第一步。

5) 模拟滤波器: 用于滤除 D-A 输出的模拟量中不必要的高频分量, 将阶梯波形平滑为所期望的输出信号 $y_a(t)$, 所以, 该滤波器又叫平滑滤波器。

上面给出的是模拟信号数字化处理系统, 而实际的系统并不一定要包括它的所有部分。例如, 有的系统只需数字输出, 可直接以数字形式显示或打印, 就不需要 D-A 转换器了; 有的系统的输入就是数字量, 因而就不需要前置滤波器和 A-D 转换器部分了。

纯数字系统只需要数字信号处理器这一核心部分。

数字信号处理的实现可分为软件实现、硬件实现和软硬件结合实现三大类。

软件实现是指在通用计算机上用软件来实现信号处理的算法。这种实现方式多用于教学及科学研究, 如产品开发前期的算法研究与仿真。这种实现方式的速度较慢, 一般无法实时实现。目前有关数字信号处理的最强大的软件工具是 MATLAB 及相应的信号处理工具箱。

硬件实现是用基本的数字硬件组成专用的处理机或用专用数字信号处理芯片作为数字信号处理器 (Digital Signal Processor, DSP), 实现对信号的处理。这种方法的优点是可以进行实时处理, 但是由于是专用的处理机或芯片, 因此只能实现某一特定功能。

软硬件结合实现是指采用通用 DSP 芯片或现场可编程门阵列 (FPGA) 构成满足数字信号处理任务要求的目标系统。DSP 芯片内部带有硬件乘法器、累加器, 采用流水线工作方式及并行结构, 多总线, 速度快, 配有适于信号处理的指令等。目前市场上的 DSP 芯片以美国德州仪器公司 (TI) 的 TMS320 系列为主。FPGA 内包含了大量可通过编程连接的逻辑门, 因此 FPGA 提供了具有可变字长的、灵活的、具有潜在并行处理能力的架构, FPGA 在数据/算术吞吐量和灵活性上远远优于 DSP 芯片 (后文简称为 DSP)。但是 DSP 设计流程更加简单并且更容易理解, 而且某些算法在 DSP 上实现比用 FPGA 实现更简单。有些 FPGA 还包含 DSP 处理内核来执行通用的 DSP 算法, 由于 FPGA 的灵活性, 可通过使用不同的方法在 FPGA 上实现算法以满足特定的应用。目前用于数字信号处理的 FPGA 产品主要有 Xilinx 公司的 Spartan-DSP 系列和 Altera 公司的 Stratix 系列。

3. 数字信号处理系统的特点

数字信号处理系统具有以下明显优点:

1) 精度高: 模拟系统的精度由元器件决定。模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} 以上, 而数字系统只要 14 位字长就可达到 10^{-4} 的精度。在高精度系统中, 有时只能采用数字系统。

2) 灵活性高: 数字系统的性能主要由乘法器的系数决定, 而系数是存放在系数存储器中的, 只需改变存储的系数, 就可得到不同的系统, 比改变模拟系统方便得多。

3) 可靠性强: 因为数字系统只有两个信号电平——“0”、“1”, 因而受周围环境温度以及噪声的影响较小。而模拟系统, 各元器件都有一定的温度系数, 且电平是连续变化的, 易受温度、噪声、电磁感应等的影响。如采用大规模集成电路, 数字系统可靠性就更高。

4) 容易大规模集成: 这是由于数字部件有高度规范性, 便于大规模集成、大规模生产, 对电路参数要求不严, 故产品成品率高。尤其是对于低频信号, 例如地震波分析, 需要过滤几赫兹到几十赫兹信号, 用模拟系统处理时, 电感、电容元件的数值、体积和重量都非常大, 性能也不能达到要求, 而数字系统在这个频段却非常优越。

5) 时分复用: 利用数字系统同时处理多通道的信号。每一路信号的相邻两个抽样值之间存在着很大的时间空隙, 因此可在同步器的控制下, 在此时间空隙中送入其他路信号, 每路信号只占用其中一小段时间空隙, 各路信号利用同一个信号处理器, 逐路处理。处理器运算速度越高, 能处理的信道数目也就越多。

6) 可获得高性能指标: 例如, 对信号进行频谱分析时, 模拟频谱仪在频率低端只能分析到 10Hz 以上频率, 且难于做到高分辨率 (足够窄的带宽), 但在数字系统的谱分析中, 已能做到 10^{-3} Hz 的谱分析; 又如, 有限长脉冲响应数字滤波器, 可实现准确的线性相位特性, 这在模拟系统中是很难做到的。

7) 二维与多维处理: 利用庞大的存储单元, 可以存储一帧或数帧图像信号, 实现二维甚至多维信号的处理, 包括二维或多维滤波、二维及多维谱分析等。

当然, 数字信号处理系统也有一些缺点, 表现在:

1) 系统的复杂性增加: 例如用数字方法处理模拟信号需要较多的数字-模拟接口器件, 增加系统的复杂性。

2) 应用的频率范围受到限制: 由于 A-D 转换频率受限, 因而像通信设备的前端高频部分难以数字化。

3) 系统的功率消耗比较大: 随着数字系统集成化程度的提高, 功率消耗也会增加。

4. 数字信号处理的应用领域

由于数字信号处理的突出优点, 因而在通信、语音、雷达、地震测报、地质勘探、航空航天、电力系统、声呐、遥感、生物医学、电视、故障检测、仪器中得到越来越多的应用。

1) 通信: 如调制解调、自适应均衡、数据压缩、回波对消、多路复用、扩频通信、纠错编码、TDMA 等。

2) 滤波与变换: 如数字滤波、自适应滤波、快速傅里叶变换、频谱分析、卷积等。

3) 消费电子: 如数字音频、数字视频、音乐合成、音调控制、玩具与游戏、远程电视电话等。

4) 自动控制: 如机器人控制、飞行器控制技术、自动驾驶等。

5) 图形图像: 如二维和三维图形处理、图像压缩增强与描绘、模式识别、计算机视觉、固态处理、电子地图、电子出版、动画等。

6) 语音: 如语音编码、语音合成、语音识别、语音增强、说话人识别、语音邮件等。

7) 仪器仪表: 如信号产生、锁相技术、模式匹配、地震波处理等。

8) 医疗: 如 CT 扫描、核磁共振、超声设备、病人监护等。

9) 军事: 如加密解密、雷达处理、声呐处理、导航、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形成、阵列天线信号处理等。

总之, 数字信号处理技术得到了极为广泛的应用, 凡是需要对信号进行处理或控制的领域, 都会从数字信号处理技术中得到帮助。随着信息时代和数字世界的发展和进步, 数字信号处理应用会越来越广泛。

第1章

离散时间信号和系统的时域分析

1.1 离散时间信号

信号是信息的表现形式，是传递信息的载体，是反映信息的物理量。信号一般表示为一个或多个自变量的函数。例如，语音信号可以表示为时间的函数，静止图像可以表示为两个空间变量的亮度函数。

信号有以下几种：

1) 连续时间信号：在连续时间范围内定义的信号，信号的幅值可以是连续数值，也可以是离散数值。当幅值连续时，这样的信号又常称为模拟信号。实际中连续时间信号与模拟信号常常通用，共同说明同一信号。

2) 离散时间信号（又称序列）：若时间离散，即时间变量被量化了，而幅度连续，则称为抽样数据信号（又称抽样信号）。若时间离散，幅度被量化，则称为数字信号。

通常，在实际中碰到的大多数信号都是模拟信号。随着计算机技术的发展，现代计算机的高速处理能力使得数字信号处理得到了广泛的应用。人们致力于将模拟信号转换到数字领域中，应用数字信号处理技术进行处理。

本教材主要讨论的是抽样数据信号，其性质也适用于数字信号，为方便统一称为离散时间信号。而作为数字信号处理不能避免的幅度量化所带来的性能变化，将在第8章中讨论。

离散时间信号只在离散时间上具有函数值，是时间上不连续的序列。一般，离散时间的间隔是均匀的，以 T_s 表示，故用 $\{x(n T_s)\}$ 表示离散时间信号在时刻 $n T_s$ 上的值， n 为整数，变化范围是从 $-\infty \sim +\infty$ 。为了方便起见，一般用 $\{x(n)\}$ 表示第 n 个离散时间点的序列值，经常也直接表示为 $x(n)$ 。注意， $x(n)$ 只在 n 为整数时才有意义， n 不是整数时没有定义。

离散时间信号（或离散时间序列）可以用上述集合符号来描述，例如当 $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ 时， $x(n) = \{\dots, -1, 0, 0, 1, 0, 2, 0, \dots\}$ ，就是用集合符号表示的离散时间信号。离散时间序列 $x(n)$ 也可以用随时间变化的函数来描述，例如： $x(n) = 0.5^{|n|}$ ， $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ，还可以用图形来表示，如图 1-1 所示。图中虽然横轴是连续直线，但只在 n 为整数时才有意义，纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

1.1.1 典型离散时间信号

离散时间信号（序列）有一些常用的基本信号，任意信号都是由基本信号组成的，因此，研究基本信号可以为任意信号的研究奠定基础。

1. 单位脉冲序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

单位脉冲序列 $\delta(n)$ 在离散时间系统中的应用与连续时间系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ 类似，但是应该注意它们之间的区别。 $\delta(n)$ 是一个确定的物理量，而 $\delta(t)$ 不是确定的物理量，是一种数学抽象。 $\delta(n)$ 是在 $n=0$ 时取值为 1、在其余离散时间点上取值为 0 的一个离散时间序列。单位脉冲序列 $\delta(n)$ 如图 1-2 所示。

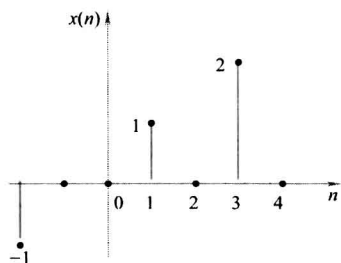


图 1-1 离散时间信号的图形表示

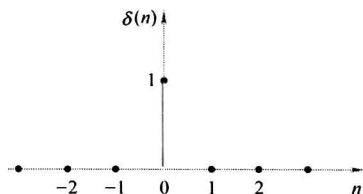


图 1-2 单位脉冲序列 $\delta(n)$

单位脉冲序列的移位为

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1 & n=k \\ 0 & n \neq k \end{cases} \quad (1-2)$$

利用式 (1-2)，对于任意离散时间序列，下式成立：

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (1-3)$$

式 (1-3) 是一个重要的表达式，它表明，任何序列都可以表示成单位脉冲序列及其移位的加权和。

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

$u(n)$ 在离散时间系统中的应用类似于连续时间系统中的单位阶跃函数 $u(t)$ 。不过， $u(t)$ 在 $t=0$ 时通常不给予定义，或定义为 $1/2$ 。而 $u(n)$ 在 $n=0$ 时，定义为 $u(0)=1$ ，如图 1-3 所示。

$\delta(n)$ 与 $u(n)$ 的关系可以表示为

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-5)$$

和

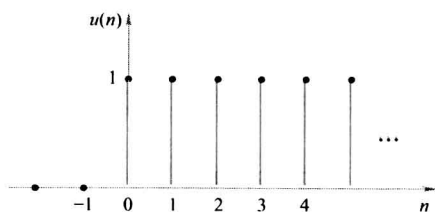


图 1-3 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(k) \quad (1-6)$$

有时式(1-6)也可表示为

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1-7)$$

3. 矩形序列 $R_N(n)$

矩形序列定义为

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1-8)$$

如图 1-4 所示。

$R_N(n)$ 和 $\delta(n)$ 、 $u(n)$ 的关系为

$$\begin{aligned} R_N(n) &= u(n) - u(n-N) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \delta(n-k) \end{aligned} \quad (1-9)$$

4. 实指数序列

实指数序列定义为

$$x(n) = a^n \quad -\infty < n < \infty \quad (1-10)$$

当 $n < 0$, $x(n) = 0$ 时, 式 (1-10) 可以表示

为

$$x(n) = a^n u(n) = \begin{cases} a^n & 0 \leq n < \infty \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-11)$$

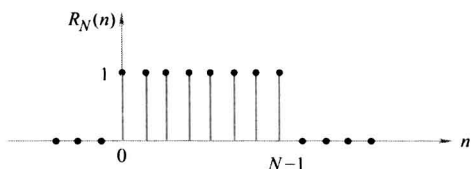


图 1-4 矩形序列 $R_N(n)$

式中, a 为实数。

图 1-5 示出了 $a^n u(n)$ 的图形。

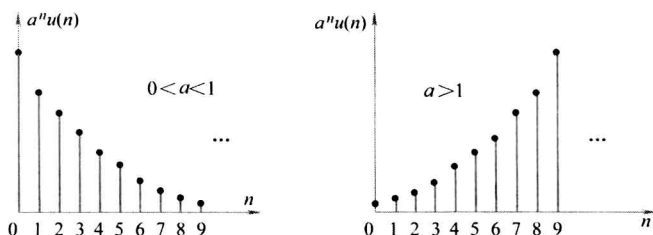


图 1-5 实指数序列 $a^n u(n)$

5. 复指数序列

复指数序列定义为

$$x(n) = e^{(\sigma + j\omega)n} \quad (1-12)$$

式中, ω 为数字角频率, 单位为 rad。

当 $\sigma = 0$ 时, 式 (1-12) 可表示为

$$x(n) = e^{j\omega n} \quad (1-13)$$

式 (1-12) 还可写成

$$x(n) = e^{\sigma n} (\cos \omega n + j \sin \omega n) = e^{\sigma n} \cos \omega n + j e^{\sigma n} \sin \omega n \quad (1-14)$$

如果用极坐标表示, 则有