



高中数学题组 精编

第七册

逻辑用语
数系扩充
推理与证明
导数



高中数学题组精编

GAOZHONG SHUXUE TIZU JINGBIAN

第七册

逻辑用语
数系扩充
推理与证明
导数

图书在版编目(CIP)数据

高中数学题组精编. 第七册 / 石泉主编. —杭州：
浙江教育出版社, 2010.6

ISBN 978-7-5338-8519-9

I. ①高… II. ①石… III. ①数学课—高中—
习题 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 097081 号

责任编辑 胡 星

责任校对 余晓克

封面设计 曾国兴

责任印务 陈 泌

高中数学题组精编 第七册

主 编 石 泉

编 写 屠丰庆 孔祥新

出版发行 浙江教育出版社

(杭州市天目山路 40 号 邮编:310013)

图文制作 杭州富春电子印务有限公司

印 刷 杭州富春印务有限公司

开 本 880×1230 1/32

印 张 5.75

字 数 161 000

印 数 1-10 000

版 次 2010 年 6 月第 1 版

印 次 2010 年 6 月第 1 次印刷

标准书号 ISBN 978-7-5338-8519-9

定 价 10.40 元

联系电话: 0571-85170300-80928

e-mail: zjyy@zjcb.com 网址: www.zjeph.com



栏目设置及使用指南

典例精解

根据高考的考点来布局谋篇，选择经典高考题、模拟题等，选择题、填空题给出解析，解答题给出规范解题步骤。通过题目的变式引申，使每个知识模块的基础知识、基本方法、基本题型实现网络化。

方法点拨

从不同角度、不同方面揭示题目的本质，使学生根据不同情况积极思索，想出解决的办法，培养思维的灵活性。

典题精练

A组考查由例题引伸出的其他重要解题方法、知识点等，一般难度。

B组精心设置原创题、改编题等，引导学生以题攻题，触类旁通。

借题发挥

以例题为载体，将题目的条件加强、条件弱化、结论开放，或者变换结论后得到新题，并配以同一类型的题目，力求达到举一题、会一片，举一法、长一智的目的。

提示

根据变式题易程度分析解题方法，或给出答案。

互动探究

精心设计和选择所要探究的问题，引导学生从多角度、多方面观察分析问题，能运用有关知识对同一问题提出多种多样设想和解决的方法，鼓励学生提出富有创意的见解。

第一章 常用逻辑用语

第一节 命题及其关系

一、命题

真伪判断

例1 判断下列语句是不是命题。若是，判断真假；若不是，说明理由。

【错题发问】

变式1 指出上述语句(1)(5)中的条件和结论，并将其改写成“若 p ，则 q ”的形式。

●关键 是明确命题中的条件和结论。(4)可改写成：若函数 $f(x)$ 是奇

【方法点拨】

(1) 语句中如果含有变量 x 或 y ，在没有给定这些变量的值之前，是无

真伪判断

A 组

4. 已知命题 $p: x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不相等的负根； $q: 4x^2 + 4(m - 2)x + 1 = 0$ 无实数根。若 p, q 中有且仅有一个为真命题，求实数 m 的取值范围。

B 组

6. 已知 m, n 是两条不重合的直线， α, β, γ 是三个两两不重合的平面，给

【互动探究】
练习题 11 是考试的重点题型，同学们可以用已经做过的练习题（如练习 7）进行改编，并反思解题的有效方法。

综合练习

8. **求证：** $y = ax^2 + 2bx + c, y = bx^2 + 2cx + a, y = cx^2 + 2ax + b$ (a, b, c 是互不相等的实数) 三条抛物线中至少有一条与 x 轴有两个交点。

综合练习

综合已经学过的知识精选题目，体现章节内各个知识点之间的联系，以少而精。



浙教社打造了“精编”品牌，“精编”品牌塑造了浙教社的教辅形象。长期以来，浙教社的“精编”风靡大江南北，“精编”传奇演绎了无数学子的精彩人生。本次全新震撼推出的《高中题组精编》共5门学科19个品种，分别为数学、物理、化学、生物和地理，秉承老“精编”的编写理念，沿袭老“精编”的编写风格，在内容和形式上都有很大的创新。

编写依据 本系列以普通高中各学科课程标准和高考考纲为主要编写依据，摒弃了按课时编排、与教科书模块及章节简单同步的常规做法，追求一种大同步，即按照学科课程标准和学科知识体系，对各学科教科书的内容予以适当整合，完美地再现了各学科知识的系统性和连贯性，营造一种理想的高效率的教学、复习氛围。

设计理念 (1) 立足课标，与各学科教科书形成有效补充。教科书追求普适性的特性决定了它难以兼顾到学习者个体的特殊性，这是两难的事情。本系列经过精心设计，专门致力于弥补教科书的这一“不足”，以满足不同地区、不同层次学生学习的需要，消除学情与教科书之间的断层、错位现象。

(2) 题组呈现，方法引领，建构知识。如果一本教辅图书在设计上仅仅满足于简单地提供给读者阅读、模仿和练习，读者知一隅不以三隅反，粗浅地了解一些解题技巧，那么它的功能局限性就太大了。本系列在设计上突出选题的经典性、联系性、发散性，强调原创性、时代性，所设置的“典例精解”、“典题精练”栏目，通过方法引领，使读者举一反三，洞悉这些题目及其变式的来龙去脉、变化奥妙，了解教师制题、高考命题的立意和真谛，日积月累，逐渐建构起个体独一无二的方法知识体系，任凭学海风浪险恶，无往而不胜。

特色聚焦 (1) 引入“题组”概念,以题组形式呈现。

例题及其引申出的子题与练习题捆绑出现,形成题组。题组根据解题规律来选题,围绕重要的方法和知识点编排;同一题组的题目的编排由单一到综合,符合学生的认知规律。学生根据完成题组的情况可以实时准确地了解自己对知识的掌握情况。

(2) 体现联系,以少御多。选择经典高考题、模拟题等作为母题,在精辟讲解的基础上拓展、提高和深化,发散、延伸到子题,并通过解题方法和技巧的迁移,触类旁通,使每个知识模块的基础知识、基本题型和基本方法实现网络化、结构化,体现章节内各个知识点之间的联系,达到以一当十、以少御多的目的。

(3) 规范解题步骤。本系列严格按照高考评分标准,从文字叙述、方程式、演算过程、答案和书写等几个方面给出规范的解题步骤,引导学生养成规范解题的习惯。

(4) 联系生活,提高知识运用能力,培养创新思维和创新能力。本系列在选编习题的过程中非常强调学科知识与生产、生活以及科学技术发展的联系,体现了新课程改革的方向和要求,使学生通过练习,真切地感受到科学知识并非高深莫测、枯燥乏味,它来源于五彩缤纷的生活、生产实践,又反过来造福人类、推动生产力的发展。人类需要科技,科技改变世界。学习的过程也是个体心智成长的过程,使用本书,让知识成为提升学习者人格魅力的强大动力。

读者定位 本系列读者对象定位于高中各年级中、高层次(非竞赛)的学生,也可作为教师教学的补充材料。掌握本书所有内容和方法的读者高考得分率基本能达到85%以上。

浙江教育出版社

2010年5月

目录

第一章 常用逻辑用语		1
第一节	命题及其关系	1
一、命题		1
二、四种命题及四种命题的相互关系		8
综合练习		13
第二节	充分条件和必要条件	15
一、充分条件和必要条件		15
二、充要条件		20
综合练习		25
第三节	简单的逻辑联结词	26
第四节	全称量词与存在量词	32
第二章 推理与证明		39
第一节	合情推理与演绎推理	39
一、合情推理		39
二、演绎推理		48
综合练习		54
第二节	直接证明与间接证明	56
第三节	数学归纳法	63

	第三章 数系的扩充与复数的概念	71
第一节	数系的扩充与复数的概念	71
第二节	复数代数形式的四则运算	75
第三节	复数及其运算的几何意义	81
	第四章 导数及其应用	86
第一节	导数概念及计算	86
第二节	导数在研究函数中的应用	94
	一、函数的单调性、极值、最值与导数	94
	二、方程、不等式与导数	102
	综合练习	114
第三节	生活中的优化问题举例	115
	参考答案	128



第一章 常用逻辑用语

第一节 命题及其关系

一、命题

典例精解

例 1 判断下列语句是不是命题.若是,判断真假;若不是,说明理由.

- (1) 分类讨论是数学的一种重要思想吗?
- (2) 求证:若 $a \leq 0$,则关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实数解.
- (3) 已知 a, b 为正数,若 $\sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$,则 $a > b$.
- (4) 对于奇函数 $f(x)$,必有 $f(0)$ 等于 0.
- (5) 经过平面一条垂线的另一平面与已知平面垂直.
- (6) $|5x-1| > a$.

解 (1) 疑问句无法判断真假,不是命题.

(2) 祈使句,不是命题.

(3) 是命题,且是真命题.

(4) $f(0)$ 可能没有意义,是假命题.

(5) 是命题,且是真命题.

(6) x, a 都是未知数,无法判断真假,不是命题.

回顾 (1) 对定义进行“咬文嚼字”往往是解决数学问题的出发点,能够判断真假的陈述句叫做命题,假命题也是命题.一般地,疑问句、祈使句、感叹句等无法判断真假,不是命题.



(2) 判断命题的真假,首先要明确其中的条件和结论,因此往往需要把命题改写成“若 p ,则 q ”的形式.特别注意不要忽视原命题的大前提,如(3)中的“已知 a,b 为正数”.

【借题发挥】

变式 1 指出上述语句(4)(5)中的条件和结论,并将其改写成“若 p ,则 q ”的形式.

关键点是明确命题中的条件和结论.(4)可改写成:若函数 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(0)$ 等于 0;(5)可改写成:若一个平面经过已知平面的一条垂线,则这两个平面互相垂直.

变式 2 若将变式 1 中语句(4)(5)的条件和结论互换,新构成的语句是不是命题?若是,判断真假;若不是,说明理由.

关键点是命题中的条件和结论具有相对性,条件和结论互换后的(4)是假命题,(5)是真命题.

变式 3 给出下列两个语句, $p: |5x-1|>a$, $q: \frac{1}{2x^2-3x+1}>0$,回答相应问题.

- (1) 语句 q 是不是命题,为什么?
 - (2) 当 $a=-1, 1$ 时,分别回答语句 p 是不是命题.若是,判断真假;若不是,说明理由.
 - (3) 选取适当的实数 a ,使得“若 p ,则 q ”成为真命题.
 - (4) 已知“若 q ,则 p ”为真命题,求实数 a 的取值范围.
- 关键点是(1)语句 q 是开语句,不是命题.
(2)当 $a=-1$ 时,语句 p 是真命题;当 $a=1$ 时,不是命题.
(3)当 $a<0$ 时,语句 p 恒成立;当 $a\geq 0$ 时, $x<\frac{1-a}{5}$ 或 $x>\frac{1+a}{5}$.由语句 q 得 $x<\frac{1}{2}$ 或 $x>1$,显然当 $a=4$ 时,命题成立.(答案不唯一)
(4)实数 a 的取值范围是 $a<0$.

【方法点拨】

(1)语句中如果含有变量 x 或 y ,在没有给定这些变量的值之前,是无法确定语句真假的.这种含有变量的语句叫做开语句(有些书也称之为条件



命题). 开语句不能判断真假, 但当给以具体的限制和约束时可以成为命题. 对于变式 3 第(3)小题, 关键是从两个 x 的范围加以考虑, 即要求 p 中 x 的范围小于(落到) q 中 x 的范围, 变式 3 第(4)小题则相反.

(2) 值得注意的是: 开语句含有变量, 但并非含有变量的语句就是开语句. 如“ $x^2+x+1>0, x$ 为实数”中无论 x 取什么实数都为真, 故它是命题. 这点很容易引起混淆. 实际上, 含变量的恒成立的语句都应看做命题, 如恒等式等.

例 2 设函数 $f(x)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ ($A\neq 0$), 有下列论断:

① $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称;

② $f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ 对称;

③ $f(x)$ 的最小正周期为 π ;

④ $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$ 上为增函数;

⑤ $f(x)$ 有最大值 A .

其中正确的论断有_____.(填序号)

解析 由于 A 的符号不确定, 故 $f(x)$ 的最大值无法确定, ①③正确.

回顾 此类型是高考中考查命题的主要形式, 具有一定的综合性, 往往需要结合其他章节的知识来判断命题真假. 其实判断命题的真假本质就是看知识推理能否进行下去. 本例只要能明确正弦型函数的图象和性质, 问题就能迎刃而解.

【借题发挥】

变式 1 对于同一函数 $f(x)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ ($A\neq 0$), 请至少写出两个正确的命题.

可结合函数图象加以描述, 例如: $f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 对称.

变式 2 设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ ($A>0, \omega>0, -\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$), 若下列命题为真命题:



① $f(x)$ 的值域是 $[-3, 3]$;

② $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称;

③ $f(x)$ 的最小正周期为 4π .

求函数 $f(x)$ 的表达式.

解 由①可得 $A=3$, 由③可得 $\omega=\frac{1}{2}$, 根据②及 φ 的取值范围可得 $\varphi=$

$$-\frac{\pi}{6}.$$

变式 3 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 有下列论断:

① $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称;

② $f(x)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称;

③ $f(x)$ 的最小正周期为 π ;

④ $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, 0]$ 上为增函数.

以其中的两个论断为条件, 剩下的两个论断为结论, 写出你认为正确的
一个命题: 若 _____, 则 _____.(填序号)

解 若②③, 则①④; 或若①③, 则②④.

【方法点拨】

任何章节的内容都可以以命题为载体加以考查, 解答过程中请关注每一
章节中易错、易混淆的知识点, 特别是其中的特殊情况, 例如集合中的空集、
向量中的零向量等.

例 3 已知命题 p : 关于 x 的不等式 $|x-2| \geq m-1$ 的解集为 \mathbf{R} , q :
 $f(x) = \log_{(5m-2)}x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

当 p, q 中有且仅有一个为真命题时, 求实数 m 的取值范围.

解法 1 $\because p, q$ 中有且仅有一个为真命题,

\therefore 当 p 为真命题, q 为假命题时, $\begin{cases} m-1 \leq 0, \\ 5m-2 \leq 1, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} m \leq 1, \\ m \leq \frac{3}{5}, \end{cases}$ 解得 $m \leq \frac{3}{5}$.



当 p 为假命题, q 为真命题时, $\begin{cases} m-1 > 0, \\ 5m-2 > 1, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} m > 1, \\ m > \frac{3}{5}, \end{cases}$ 解得 $m > 1$.

综上所述, 实数 m 的取值范围为 $m \leq \frac{3}{5}$ 或 $m > 1$.

解法 2 若 p 为真命题, 则 $m-1 \leq 0$, 即 $m \leq 1$.

若 q 为真命题, 则 $5m-2 > 1$, 即 $m > \frac{3}{5}$.

∴ 当 p 为真命题, q 为假命题时, $m \leq \frac{3}{5}$;

当 p 为假命题, q 为真命题时, $m > 1$.

综上所述, 实数 m 的取值范围为 $m \leq \frac{3}{5}$ 或 $m > 1$.

回顾 (1) 从题型结构上看, 本例是由分到合的形式, 即两个独立的章节命题, 通过同真同假等方式加以联结, 因此这种题型可以涉及任何章节的内容.

(2) 从解题方法上看, 相对解法 1, 解法 2 首先结合相应知识, 分别单独解决当命题 p, q 为真命题时参数的取值范围, 然后根据题目要求, 即两个命题的关系进行解答, 思路更清晰, 出错率会更小.

【借题发挥】

变式 1 对本例的命题 p, q , 分别按下列要求, 求实数 m 的取值范围.

- (1) 命题 p, q 全为真命题.
- (2) 命题 p, q 全为假命题.
- (3) $\neg p$ 为真命题, $\neg q$ 为假命题.

● (1) $\frac{3}{5} < m \leq 1$. (2) 这样的 m 不存在.

(3) 可转化为 p 为假命题, q 为真命题, $m > 1$.

变式 2 在本例中, 若将命题 p 改为“关于 x 的不等式 $|x-2| + |x| > m^2$ 恒成立”, q 改为“函数 $f(x) = -(7-3m)^x$ 是减函数”, 求实数 m 的取值范围.

● 若 p 为真命题, 则 $|x-2| + |x| > m^2$ 恒成立, $m^2 < (|x-2| + |x|)_{\min} = 2$, 即 $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$; 若 q 为真命题, 则 $7-3m > 1$, 即 $m < 2$.



综上所述,实数 m 的取值范围为 $m \leq -\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2} \leq m < 2$.

变式 3 已知命题 $p: f(x) = \frac{1-x}{3}, |f(m)| < 2; q: \text{集合 } A = \{x | x^2 + (m+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | x > 0\}, A \cap B = \emptyset$. 当 p 为假命题, q 为真命题时,求实数 m 的取值范围.

若 p 为真命题, 则 $\left| \frac{1-m}{3} \right| < 2$ 恒成立, 即 $-5 < m < 7$; 若 q 为真命题, 则方程 $x^2 + (m+2)x + 1 = 0$ 无正实数根, 即无根或只有负实数根, 解得 $m > -4$.

综上所述, 实数 m 的取值范围为 $m \geq 7$.

【方法点拨】

(1) 在本题型的解题过程中要注意两点:

①切勿一开始就一真一假进行讨论;

②注意题中两个命题的关系,例如要看清是 p 还是 $\neg p$, 是两真、两假还是一真一假.

(2) 恒成立问题是考试的重点和难点,解题时往往转化为最值问题加以解决,特别地,不等式 $f(x) > m$ 的解集为 $\mathbf{R} \Leftrightarrow f(x) > m$ 恒成立 $\Leftrightarrow m < f(x)_{\min}$; 不等式 $f(x) < m$ 的解集为 $\mathbf{R} \Leftrightarrow f(x) < m$ 恒成立 $\Leftrightarrow m > f(x)_{\max}$.

典题精练

A 组

1. 给出下列语句:①平行于同一条直线的两条直线互相平行;②求证:方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实数根;③等边三角形的各角不都相等;④ $x+y$ 是有理数,则 x,y 也都是有理数;⑤垂直于同一条直线的两条直线平行吗? 其中有()

- A. 3 个是命题,2 个真命题 B. 4 个是命题,2 个真命题
 C. 3 个是命题,1 个真命题 D. 4 个是命题,1 个真命题

2. 将下面不完整的命题补充完整,使之成为真命题:

若函数 $f(x) = 3 + \log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于_____对称, 则函数 $g(x) =$ _____. (填上你认为可以成为真命题的一种情形即可,不必考



虑所有可能的情形)

3. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbb{N}$), 关于数列 $\{a_n\}$, 有下列三个命题: ①若 $\{a_n\}$ 既是等差数列又是等比数列, 则 $a_n = a_{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$); ②若 $S_n = an^2 + bn$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 则 $\{a_n\}$ 是等差数列; ③若 $S_n = 1 - (-1)^n$, 则 $\{a_n\}$ 是等比数列. 在这些命题中, 真命题是_____.(填序号)

4. 已知命题 $p: x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不相等的负根; $q: 4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实数根. 若 p, q 中有且仅有一个为真命题, 求实数 m 的取值范围.

5. 已知关于 x 的不等式 $p: x^2 + (a-1)x + a^2 > 0$ 与指数函数 $f(x) = (2a^2 - a)^x$, 若命题“ p 的解集为 $(-\infty, +\infty)$ 或 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数”是真命题, 求实数 a 的取值范围.

B 组

6. 已知 m, n 是两条不重合的直线, α, β, γ 是三个两两不重合的平面, 给出下列四个命题: ①若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ②若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ③若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ④若 m, n 是异面直线, $m \subset \alpha, m \parallel \beta, n \subset \beta, n \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$. 其中真命题是()

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ①④

7. 若命题“ $ax^2 - 2ax + 3 > 0$ 恒成立”是假命题, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $a < 0$ 或 $a \geq 3$ B. $a \leq 0$ 或 $a \geq 3$

- C. $a < 0$ 或 $a > 3$ D. $0 < a < 3$

8. 已知三个函数: ① $f(x) = \lg(|x-2|+1)$; ② $f(x) = (x-2)^2$; ③ $f(x) = \cos(x+2)$. 给出下列命题:

命题甲: $f(x+2)$ 是偶函数.

命题乙: $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在区间 $(2, +\infty)$ 上是增函数.

命题丙: $f(x+2) - f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.

能使命题甲、乙、丙均为真命题的函数是_____.(填序号)

9. 给出下列关于圆锥曲线的命题: ①设 A, B 为两个定点, k 为非零常数, $|\overrightarrow{PA}| - |\overrightarrow{PB}| = k$, 则动点 P 的轨迹为双曲线; ②过定圆 C 上一定点 A 作



圆的动点弦 AB , O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, 则动点 P 的轨迹为椭圆; ③方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率; ④双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{35} + y^2 = 1$ 有相同的焦点. 其中真命题是_____.

(填序号)

10. 将下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断其真假.

(1) 正数 a 的平方根不等于 0.

(2) 当 $a > \frac{1}{4}$ 时, 方程 $ax^2 - x + 1 = 0$ 无实数根.

(3) $a > b \Rightarrow ac > bc$.

(4) 两条对角线不相等的平行四边形不是矩形.

(5) 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解是 $x = 3$.

11. 给定两个命题, p : 对任意实数 x , 都有 $ax^2 + ax + 1 > 0$ 恒成立; q : 关于 x 的方程 $x^2 - x + a = 0$ 有实数根.

如果 p, q 中有且仅有一个为真命题, 求实数 a 的取值范围.

【互动探究】

练习题 11 是考试的重点题型, 同学们可以用已经做过的练习题(如练习 7)进行改编, 并反思解题的有效方法.

二、四种命题及四种命题的相互关系

典例精解

例 1 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

(1) 已知 a, b, c 为实数, 若 $ac < 0$, 则 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根.

(2) 若 $ab = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$.

(3) 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为 0.

解 (1) 逆命题: 已知 a, b, c 为实数, 若 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 $ac < 0$. 此命题为假命题.

否命题: 已知 a, b, c 为实数, 若 $ac \geq 0$, 则 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有两个不相等的实数根. 此命题为假命题.

逆否命题: 已知 a, b, c 为实数, 若 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有两个不相等的实数根, 则 $ac \geq 0$. 此命题为真命题.

(2) 逆命题: 若 $a=0$ 或 $b=0$, 则 $ab=0$. 此命题为真命题.

否命题: 若 $ab \neq 0$, 则 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$. 此命题为真命题.

逆否命题: 若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$, 则 $ab \neq 0$. 此命题为真命题.

(3) 逆命题: 若 x, y 全为 0, 则 $x^2 + y^2 = 0$. 此命题为真命题.

否命题: 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 x, y 不全为 0. 此命题为真命题.

逆否命题: 若 x, y 不全为 0, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$. 此命题为真命题.

回顾 (1) 命题的四种形式与相互关系:

原命题: 若 p , 则 q ;

逆命题: 若 q , 则 p ;

否命题: 若 $\neg p$, 则 $\neg q$;

逆否命题: 若 $\neg q$, 则 $\neg p$.

(2) 从四种命题的相互关系看, 要解决此类问题首先必须明确命题中的条件和结论.

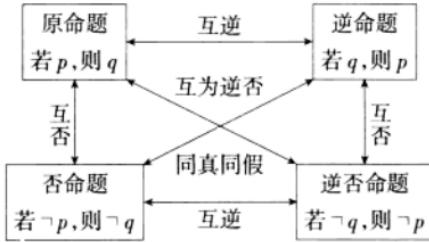


图 1-1

中都涉及语句的否定, 下表给出常见词的否定:

词语	等于	大于	小于	是	都是	至多一个	至少一个
否定	不等于	不大于	不小于	不是	不都是	至少两个	一个没有
词语	任意的	所有的	至多 n 个	任意两个	且	或	
否定	某个	某些	至少 $n+1$ 个	某两个	或	且	

【借题发挥】

变式 1 将命题“斜率乘积等于 -1 的两条直线互相垂直”改写成“若 p , 则 q ”的形式, 写出逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

① 首先必须明确命题的条件和结论, 原命题为: 若两条直线斜率乘积