普通高等教育“十一五”国家级规划教材
高等学校电工电子课程改革系列教材

电工电子技术教程

（中册：集成数字电子技术基础）

邹逢兴　主编
丁文霞　关永峰　史美萍　编著

Electrical Technology
&
Electrical

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等学校电工电子课程改革系列教材

电工电子技术教程

(中册:集成数字电子技术基础)

邹逢兴　主编

丁文霞　关永峰　史美萍　编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内容简介

本书为普通高等教育"十一五"国家级规划教材，是作者所在单位长期以来进行电工电子系列课程统筹改革成果的结晶。全书分三册，上册：电工与电路基础，中册：集成数字电子技术基础，下册：集成模电基础。经过精心设计，各册既有相对独立性、完整性，又是一个内容既不脱节又不重叠、相互协调呼应、有机联系的统一体。

本册以上册"电工与电路基础"为基础，以数字电子技术和数字电路设计技术的最新发展成果为起点，从培养学生分析、设计实用数字电路的能力出发，主要介绍逻辑分析与设计基础、数字系统基本 SSIC 逻辑器件、基于 SSIC 的逻辑分析与设计、数字系统常见 MSIC 逻辑器件、基于 MSIC 的逻辑分析与设计、基于 LSIC/VLSIC 的逻辑分析设计与数字 EDA，以及 D/A、A/D 转换电路等内容。

本书从体系到内容都有很大创新，重点放在基于集成电路的分析设计上，突出实用性和论例结合，非常适合于作为各级、各类高等学校理工科专业的本、专科生新一代教材。对于电子信息领域的科学研究和工程技术人员，本书也是一本很好的实用参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电工电子技术教程. 中册：集成数字电子技术基础/邹逢兴主编. —北京：电子工业出版社，2011.6
普通高等教育"十一五"国家级教材规划
ISBN 978-7-121-13652-8

Ⅰ. ①电… Ⅱ. ①邹… Ⅲ. ①电工技术—高等学校—教材②电子技术—高等学校—教材③数字集成电路—电子技术—高等学校—教材 Ⅳ. ①TM②TN

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 100469 号

策划编辑：陈晓莉
责任编辑：陈晓莉
印　　刷：
装　　订：三河市鑫金马印装有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编：100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：20　字数：512 千字
版　　次：2011 年 6 月第 1 次印刷
印　　数：4000 册　定价：39.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。联系及邮购电话：(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010)88258888。

前　言

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是作者所在单位长期以来进行电工电子系列课程统筹改革成果的结晶。

随着电子技术和电子设计技术的发展，目前的电子工程师或工科各专业从事硬件电路开发的人员，已很少用分立元件去搭建各类电子系统了，一般都是基于不同规模的 IC 芯片去设计和构造实际系统。因此，作为学校教育，应该顺应技术发展潮流，适应行业工作现状，把电子技术课程教学的起点提高到集成电路芯片上，重点转移到基于集成芯片的分析与设计能力的培养上，没必要再从分立元件和基于分立元件的最基础电路讲起了。这是一个方面。另一方面，即使基于集成电路的数字、模拟电子系统分析与设计，也还是需要有基本电路分析理论作支撑，所以以电路分析基础类课程作为电子技术课程的前修课仍是必要的。但是，传统的电路分析基础类课程，往往是仅基于集总 R、C、L 元件论原理的居多，与“模电”、“数电”实际电路特别是集成电子电路的结合很少，其结果使理论与实际脱节，几门课的整体效率不高，综合效果不好，教学效时比偏低。

正是基于上述两方面考虑，我们从 20 世纪 90 年代开始，就将这几门课作为一个系列课程，从理论与实践的结合上，统筹考虑其内容和体系结构的改革，取得了较好的教学成效。在此基础上，进入 21 世纪后，我们将电工电子技术基础的内涵整合成“电工电子技术导论”、“集成数字电子技术”、“集成模拟电子技术”和“EDA 技术与设计实践”4 门课，并策划设计了一套由与之同名的四本书构成的电工电子类课程改革系列教材。前三本书于 2005 年在电子工业出版社正式出版。从几年的自用和他用反馈的意见看，该系列教材的特色优势得到了本单位和诸多用书院校教师的高度认同，本人还因此多次应邀在国内相关教学学术研讨会和经验交流会上作专题报告，有关课程改革及教材编写思想引起了同行专家的广泛共鸣。但同时也暴露出三本书在具体内容的有机融合、统筹兼顾、前后呼应方面还存在不足。

本书在很大程度上是对上述系列教材的改进和修订。修订后，融入了作者所在学校近年来相关课程教学研究、教学改革的新思维、新理念、新成果，也吸收了用户对原书反馈的一些建设性意见，还吸取了近年来出版的一些同类教材的精华，尤其针对原来的不足做了较多改进。为体现原三本书是一个统一整体，这次将它们统一在《电工电子技术教程》一个书名下各成一册，并按学科发展内涵和教育、教学规律，从内容上到体系上对它们作出优化整合、处理：一方面，将“模电”、“数电”的必要基础知识与基本电路理论、基本电工原理有机融为一体，构成“上册：电工与电路基础”，其中各章均以电路分析理论应用举例等形式，融入了较多实用电路和典型电子电路，为后面的“数电”、“模电”课程奠定了基础和埋下了伏笔；另一方面，将原来的“数电”和“模电”改为以上册为基础，直接从 IC（集成电路）切入，直奔基于集成电路的数字/模拟电路分析与设计，而且从 SSIC 到 MSIC 再到 LSIC/VLSIC，集成规模越大，越把它作为介绍的重点，最后都归结到基于 LSIC/VLSIC 的数字/模拟 EDA，从而形成“中册：集成数字电子技术基础”和“下册：集成模拟电子技术基础”。与此同时，特别注意三册的水乳交融、有机融合和承

前启后、协调呼应。这样，既可保持学科内容上的科学性、基础性、完整性，又可体现电子技术的先进性、实用性，较好地反映和适应电子设计技术发展的现状和趋势，还可以用较少的学时数实现上述“五性”的统一，提高教学效时比。

本书将“集成数电”作为中册，而将“集成模电”作为下册，是基于这样一种考虑：学完“电工与电路基础”后，最好把“集成数字电子技术基础”课安排在“集成模拟电子技术基础”课前面上，这样有利于将必须以“数电”为先修课的“计算机硬件技术基础”（或“微机原理与接口技术”）类课程尽早开，从而有利于实现本科四年“计算机应用不断线”的改革理念，也使学生有条件、有能力尽早参加电子设计、计算机应用方面的创新实践活动和学科竞赛，更好地培养工程实践能力和科技创新能力。

本册为全书中册，共7章。以数字电子技术和数字电路设计技术的最新发展成果为起点，从培养学生分析、设计实用数字电路的能力出发，分七章先后介绍了逻辑分析与设计基础、数字系统基本SSIC（小规模集成电路）逻辑器件、基于SSIC的逻辑分析与设计、数字系统常见MSIC（中规模集成电路）逻辑器件、基于MSIC的逻辑分析与设计、基于LSIC/VLSIC（大规模/超大规模集成电路）的逻辑分析设计与数字EDA，以及D/A、A/D转换电路等内容。

全书由邹逢兴主编，策划、提出了全书内容及组织结构，确定了编写思想，撰写了三级目录，审读修改、协调统一了全部书稿。丁文霞、关永峰、史美萍三人参加了本册编写/修订工作。国防科技大学先后从事本系列课程教学的许多教师，如刘少克教授、李云钢教授、刁节涛副教授、刘国福副教授、潘孟春教授、胡助理副教授、唐莺副教授、李季副教授、陈隶湘副教授、刘安芝副教授、陆珉副教授、张玘教授、翁飞兵副教授、高广珠副教授、黄春琳副教授、计科峰副教授、刘希顺副教授、陈绍荣讲师等，参加了对本册内容和结构的讨论，提出过许多很好的建议。尤其是我国著名电子学专家、原国家教委电子技术课程教学指导小组组长、华中科技大学教授康华光老先生，在对原系列教材给予较高评价并为出版作序的同时，也对其后的修订改进提出了中肯的指导性意见。在此一并向他们表示衷心的感谢！

由于本书从体系到内容都有较大创新，把重点放在基于集成电路的分析设计上，突出了实用性和论例结合，非常适合于作为各级各类高等学校理工科专业的大学生新一代教材。对电子信息领域的科学研究和工程技术人员，本书也是一本很好的实用参考书。又由于本书在确保贯彻改革创新思维的前提下，从体系到内容还做了一些其他方面的精心设计，使上、中、下三册的内容既相互协调呼应、有机联系，又有各自相对的独立性、完整性。因此，配套选用三册作为三门课教材自然最好，但单独选用某一册也未尝不可。

尽管本书力求改得更好，但毕竟内容取舍和结构模式都具有探索性，加之作者水平、经验有限，一定还存在不少缺陷，敬请读者不吝赐教。

邹逢兴
2011年4月于长沙

目　　录

第 1 章　逻辑分析与设计基础

本章导读信息

在本书上册：电工与电路基础或相关课程中，大家已经了解了数字信号与模拟信号、数字电路与模拟电路、算术运算与逻辑运算等概念，同时也学习了有关三种基本逻辑运算及逻辑门、数制与码制等方面的内容。事实上，这些都是我们进行逻辑分析与设计的基础知识，所以必须熟练地掌握。但要想很好地进行逻辑分析与设计，仅仅学会这些还远远不够。为此，本章将从逻辑代数出发，进一步讨论有关逻辑分析与设计的理论基础。

1. 内容提要

本章介绍了数字逻辑电路的数学基础，内容主要包括逻辑代数概念及其公式与定理、逻辑函数及其几种常用表示方法、逻辑函数的公式法和卡诺图法化简方法等。

2. 重点难点

【本章重点】

(1) 逻辑代数的三个常用公式和三个基本定理；

(2) 逻辑函数的两种标准形式以及各种表示方法之间的转换；

(3) 逻辑函数的公式法化简和卡诺图法化简；

(4) 无关项的含义及其在逻辑函数化简中的应用。

【本章难点】

(1) 卡诺图的画法及其化简技巧；

(2) 无关项的含义及其在逻辑函数化简中的应用。

1.1　逻辑代数概述

逻辑代数(Logic Algebra)是一种以二值元件为基础，按一定规律进行逻辑运算的代数。由于它是由英国一位数学家乔治·布尔（George Boole)在总结前人研究成果的基础上，先后于 1847 年和 1854 年在他的论文和著作中首先提出的，所以最初被称为布尔代数(Boolean Algebra)。后来，大约经过了一个世纪，到 1938 年，麻省理工学院研究生香农(Shannon)将布尔代数应用到电话交换系统中继电器开关电路的设计，获得了成功，所以又被称为开关代数(Switching Algebra)。现在，随着数字技术的发展，逻辑代数被广泛用于数字逻辑电路和计算机电路的分析和设计上，成为数字逻辑电路的重要理论基础。

逻辑代数和普通代数一样，都是研究函数与变量之间的关系，且都是用字符(如 A、B、F、Z 等)表示变量的。但它们所支持的变量取值范围和基本运算种类大不相同，如表 1.1 所示。

表 1.1　逻辑代数与普通代数的区别

区别	普通代数	逻辑代数
基本运算种类	加、减、乘、除、乘方、开方、对数……	与、或、非
变量取值范围	$-\infty \sim +\infty$	要么 0，要么 1，没有第三种可能。且这里的 0、1 代表的是两种不同的逻辑状态，而不再表示具体的数量大小。例如，用 1 和 0 可以表示是和非、真和假、高和低、有和无、开和关等。

由表 1.1 可以看出，逻辑代数只有**与**、**或**、**非**三种基本逻辑运算(这也正是“电工电子技术导论”课程中讲到的三种基本逻辑运算)。这就是说，不管一个逻辑系统多么复杂，一般都是用开关元件通过这三种基本运算关系组成的。所以，**与**、**或**、**非**这三种基本运算具有逻辑运算的完整性，即这三者组成一个完整逻辑集。

综上所述，逻辑代数也可用一集合论的式子来定义，即

$$B=\{k,x\cdot y,x+y,\bar{x}\,|\,x,y\in k\},\quad \text{其中 } k=\{0,1\}\text{有限集合。}$$

当然，实际中的逻辑门，并不仅仅是只有完成**与**、**或**、**非**这三种基本运算的门。为使用方便，也常采用复合门来完成一些复合运算。常用的复合门有**与非**门、**或非**门、**与或非**门、**同或**门、**异或**门等。它们的逻辑功能都是由**与**、**或**、**非**三种基本运算功能组成的。

此外，还需要说明的是，一个实际的逻辑电路往往是比较复杂的，是由许多基本运算所组成，即由许多门所组成。这样一来，如何分析它的功能，如何设计出这些电路，则需要我们进一步来讨论有关逻辑代数运算自身的规律，例如逻辑代数的一些公式和定理。熟悉这些公式和定理，可以大大简化运算过程、提高运算速度和增加运算的准确性。下面，我们首先学习逻辑代数的主要公式及基本定理。

1.2 逻辑代数的公式与基本定理

1.2.1 基本公式

根据**与**、**或**、**非**三种基本运算的规律，可得到一组基本公式，如表 1.2 所示。

表 1.2 逻辑代数的基本公式

公式编号	表达式	名称	运算规律
1-1	$A+1=1$	0-1 律	变量与常量的关系
1-2	$A\cdot 0=0$		
1-3	$A+0=A$	自等律	
1-4	$A\cdot 1=A$		
1-5	$A+A=A$	重叠律	逻辑代数特殊规律
1-6	$A\cdot A=A$		
1-7	$A+\overline{A}=1$	互补律	
1-8	$A\cdot\overline{A}=0$		
1-9	$\overline{\overline{A}}=A$	还原律	
1-10	$A+B=B+A$	交换律	与普通代数规律相同
1-11	$A\cdot B=B\cdot A$		
1-12	$(A+B)+C=A+(B+C)$	结构律	
1-13	$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$		
1-14	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$	分配律	
1-15	$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$		逻辑代数特殊规律
1-16	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$	反演律(狄·摩根定律)	
1-17	$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$		

不难看出，上述基本公式中，某些公式与普通代数中的公式形式相同，但某些公式却是逻辑代数中所特有的。这里需着重指出两点：一是公式(1-15)，称为加对乘的分配律，这一公式

在普通代数中是不成立的，它是逻辑代数中特有的、非常有用的公式。二是表中的反演律，又称狄·摩根定律，是逻辑运算和逻辑变换中非常有用的一条定律，利用它可使逻辑加和逻辑乘在一定条件下相互转换。为便于记忆，狄·摩根定律可概括为两句话，即"或非等于非的与"、"与非等于非的或"。

以上17个基本公式也是逻辑代数的基本定律，它们的正确性均可用列真值表的方法加以证明。例如要证明反演律$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$和$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$，首先列出等式两边的真值表，如表1.3所示。

表 1.3 反演律的真值表

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{A\cdot B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0

从表1.3可以看出，$\overline{A+B}$与$\overline{A}\cdot\overline{B}$在变量A、B所有可能的取值组合下结果完全一致，同样，$\overline{A\cdot B}$与$\overline{A}+\overline{B}$也如此，故公式$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$和$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$得证。

值得提醒的是，从表1.3还可以看出，$\overline{A+B}\neq\overline{A}+\overline{B}$，$\overline{A\cdot B}\neq\overline{A}\cdot\overline{B}$，对此需特别予以注意。

1.2.2 几个常用公式

以表1.2中所示的基本公式为基础，又可以推出一些常用公式，如表1.4所示。直接运用这些导出的公式，可以给逻辑函数化简带来很大方便。

表 1.4 逻辑代数的常用公式

公式编号	表 达 式	名 称
1	$A+AB=A$	吸收律
2	$A+\overline{A}B=A+B$	消因律
3	$AB+A\overline{B}=A$	并项律
4	$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$	消项律
5	$\overline{AB+\overline{A}C}=A\overline{B}+\overline{A}\overline{C}$	求反函数法

现对表1.4中的公式证明如下：

① 常用公式1　$A+AB=A$

证：$A+AB=A(1+B)=A\cdot 1=A$

该式说明，在一个与或表达式中，若其中一项包含了另一项，则该项是多余的。

② 常用公式2　$A+\overline{A}B=A+B$

证：$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=1\cdot(A+B)=A+B$

该式说明，在一个与或表达式中，若一项取反后是另一项的因子，则此因子是多余的，可以消去。

③ 常用公式3 $AB+A\overline{B}=A$

证：$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$

该式说明，在一个与或表达式中，若两项中除去一个变量相反外，其余变量都相同，则可用相同的变量代替这两项。

④ 常用公式 4　$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

证:$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C+BC(A+\bar{A})=AB+\bar{A}C+ABC+\bar{A}BC$

$$=AB(1+C)+\bar{A}C(1+B)=AB\cdot 1+\bar{A}C\cdot 1=AB+\bar{A}C$$

推论:$AB+\bar{A}C+BCDE\cdots=AB+\bar{A}C$

证:$AB+\bar{A}C+BCDE+\cdots=AB+\bar{A}C+BC+BCDE+\cdots=AB+\bar{A}C+BC(1+DE+\cdots)$

$$=AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$$

公式 4 及其推论说明,在一个与或表达式中,若两项中分别包含了某变量的原变量和反变量,而这两项的其余变量又都包含于第三项中,则第三项是多余的,可以消去。

⑤ 常用公式 5　$\overline{AB+\bar{A}C}=A\bar{B}+\bar{A}\bar{C}$

证:$\overline{AB+\bar{A}C}=\overline{AB}\cdot\overline{\bar{A}C}=(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})=\bar{A}A+\bar{A}\bar{C}+A\bar{B}+\bar{B}\bar{C}$

$$=A\bar{B}+\bar{A}\bar{C}+\bar{B}\bar{C}=A\bar{B}+\bar{A}\bar{C}$$

该式说明,在一个与或表达式中,如其中一项含有原变量(AB 中的 A),另一项含有反变量($\bar{A}C$ 中的$\bar{A}$),那么将这两项其余部分各自求反,则可得到这两项的反函数。

可见,公式 5 给我们提出了一种求反函数的方法,且求出的反函数与原函数一样,都是与或表达式形式。

上述逻辑代数的 17 个基本公式和逻辑代数的 5 个常用公式有时又叫逻辑代数的运算定律。

1.2.3　三个基本定理

1. 代入定理

任一个含有某变量的等式,如将所有出现该变量的地方都代之以一个函数,则等式仍成立。这就是代入定理。

因为逻辑变量值仅有 0 和 1 两种,而逻辑函数的取值也一样,所以代换过程中的等式自然成立。

例如,已知等式 $A(B+E)=AB+AE$,若以$(C+D)$代替等式中的 E,则可得新等式

$$A[B+(C+D)]=AB+A(C+D)$$

可见,运用代入定理,可扩大前述每个公式的应用范围。

再如,对于摩根定律

$$\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$$

若用 BC 替代等式中的 B,则可得

$$\overline{A\cdot BC}=\bar{A}+\overline{BC}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$$

由此可见,利用代入定理,摩根定律还能推广到含有三个以上变量的等式,即

$$\overline{A+B+C+\cdots}=\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdot\cdots$$

$$\overline{A\cdot B\cdot C\cdot\cdots}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots$$

注意,在对复杂的逻辑表达式进行运算时,仍需遵守与普通代数一样的运算优先顺序,即先运算括号里的内容,其次运算乘法,最后运算加法。

2. 反演定理

对于任意一个逻辑函数式 F,如果将 F 中所有的“·”(注意,在逻辑表达式中不致混淆的地方,“·”常被省略)换成“+”,“+”换成“·”,“0”换成“1”,“1”换成“0”,“原变量”换成“反变

量”，“反变量”换成“原变量”，且保持原先的逻辑优先顺序，则可得 F 函数的反函数$\overline{F}$。这个规律叫做反演定理。

反演定理实际上就是狄·摩根(DE. Morgan)定律的进一步推广。它的意义在于利用它可以方便地求出一个逻辑函数的反函数，并且在求反过程中，使逻辑加和逻辑乘在一定的条件下相互转化。例如，n 个变量的摩根定理为$\overline{A_1+A_2+\cdots+A_n}=\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\cdots\cdot\overline{A_n}$，如果按反演定理将 $F=A_1+A_2+\cdots+A_n$ 中的“+”换成“·”，将“原变量”A_i 换成“反变量”$\overline{A_i}$，同样可得到表达式$\overline{F}=\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\cdots\cdot\overline{A_n}$。

【例 1.1】已知函数 $F=\overline{A}\,\overline{B}C+ACD+0$，求$\overline{F}$。

解 由反演定理可得

$$\overline{F}=(A+B+\overline{C})\cdot(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})\cdot 1$$

【例 1.2】已知函数 $F=\overline{AB+\overline{C}D}+DEF$，求$\overline{F}$。

解 由反演定理可得

$$\overline{F}=\overline{(\overline{A}+\overline{B})\cdot(C+\overline{D})}\cdot(\overline{D}+\overline{E}+\overline{F})$$

结合上面两例不难看出，在利用反演定理时一定要注意两点：

① 要遵守“先括号，再乘，最后加”的运算顺序。反演前后运算顺序不能变。

② 不是单变量上的反号要保留。

3. 对偶定理

首先定义对偶式：对于任意一个逻辑函数式 F，如果将 F 中所有的“·”换成“+”，“+”换成“·”，“0”换成“1”，“1”换成“0”，但“原变量”和“反变量”都不变，并保持原先的逻辑优先顺序，则所得新函数式称为原函数 F 的对偶式 F'，也称对偶函数。例如

若 $F=A\cdot(B+C)$，则 $F'=A+B\cdot C$；

若 $F=A+B+\overline{C}$，则 $F'=A\cdot B\cdot\overline{C}$；

若 $F=(A+0)\cdot(B\cdot 1)$，则 $F'=(A\cdot 1)+(B+0)$。

必须注意，F 的对偶式 F' 和 F 的反演式$\overline{F}$是不同的，在求 F' 时不需要将原变量和反变量互换。

对偶定理：如果两逻辑表达式 $L=G$，则它们的对偶式也相等，即 $L'=G'$。

可见，利用对偶定理，可使逻辑代数中的定律和公式的证明和记忆数目减半。当证明了两个表达式相等后，根据对偶定理，它们的对偶式也必然相等。例如，相应前述 5 个常用公式，根据对偶定理可求得 5 个对偶常用公式，具体如表 1.5 所示。

表 1.5　5 个对偶常用公式

公式编号	表 达 式
1′	$A\cdot(A+B)=A$
2′	$A\cdot(\overline{A}+B)=A\cdot B$
3′	$(A+B)(A+\overline{B})=A$
4′	$(A+B)(\overline{A}+C)(B+C)=(A+B)(\overline{A}+C)$
5′	$\overline{(A+B)(\overline{A}+C)}=(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{C})$

在运用对偶定理时，同样要注意千万不能改变原函数的逻辑运算顺序，应合理加上括号，否则将会出错。

最后再说明两点：

① 根据反函数和对偶函数的定义，可得到这两者之间的关系，即

$$F'=\overline{F}(\overline{A},\overline{B},\overline{C},\cdots)$$

将对反函数的全部变量求反，即得其对偶式。反之也一样，即

$$\overline{F}=F'(\overline{A},\overline{B},\overline{C},\cdots)$$

② 若在一个函数式中包含有“$\oplus$”和“$\odot$”运算符，则求其反函数及对偶函数时，除上述规则外，还要求将运算符“$\oplus$”换成“$\odot$”，“$\odot$”换成“$\oplus$”。如

已知 $$F=A\oplus B\odot 1$$

则有 $$\overline{F}=\overline{A}\odot\overline{B}\oplus 0,\quad F'=A\odot B\oplus 0$$

上面介绍的逻辑代数的一些公式和基本定理，统称为逻辑代数的运算规律或运算法则。这些运算规律构成了整个逻辑代数系统，任何逻辑问题都可以用它们来描述、推导和变换。因此，它们是数字逻辑分析和设计的最基本的基础知识。具体地说，利用这些逻辑运算规律，主要可以做两件事：一是用来证明逻辑等式；二是对逻辑表达式进行化简和变换。

1.2.4 逻辑代数和普通代数的比较

综上所述，逻辑代数和普通代数的运算有着本质的不同，前者是逻辑运算，后者是算术运算。从运算规律的形式上看，两者又有相同或相似的地方，也有似是而非的地方，还有完全不同的地方，所以，希望大家能够归纳一下两者的异同点，千万不要把一些普通代数的定理错误地用到逻辑代数中，而应该严格地从逻辑变量的二值性和三种基本逻辑运算出发来理解和处理逻辑运算问题。

这里特别强调一点：在逻辑代数中，只有与、或、非三种基本运算，没有普通代数中的减法和除法运算。所以在逻辑代数中，不能任意消去等式两端相同的项或相同的因子。

例如，从等式 $A+A=A$ 不能推出 $A=0$，从等式 $A\cdot A=A$ 也不能推出 $A=1$。

又如，等式$\overline{A}B+A\,\overline{B}+AB=A+B+AB$ 经过证明是正确的，但是若消去等式两边相同的 AB 项，则等式将不成立，即$\overline{A}B+A\,\overline{B}\neq A+B$。

1.3 逻辑函数及其表示方法

1.3.1 逻辑函数的定义

逻辑函数的定义与普通代数中“函数”的定义极为相似，可叙述如下：

如果一组输入逻辑变量 A、B、C……和某一个输出逻辑变量 F 之间存在着一定的对应关系，即当输入变量取定任意一组值时，输出变量 F 的值也就唯一地被确定了，便称 F 为 A、B、C……的逻辑函数，记为

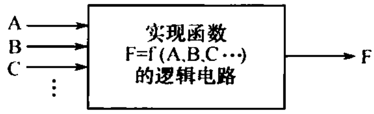

图 1.1 函数 F=f(A,B,C···) 的示意框图

$$F=f(A,B,C,\cdots)$$

式中，逻辑变量与逻辑函数的取值都只可能是 0 或 1，但相对某一逻辑电路(如图 1.1 所示)而言，逻辑变量的取值是“自行”变化的，而逻辑函数的取值则是由逻辑变量的取值和电路本身的结构决定的。

逻辑函数又称布尔函数或开关函数。

1.3.2 逻辑函数的表示方法

逻辑函数反映的是实际逻辑问题中输入逻辑变量与输出逻辑变量之间的因果关系，可用文字描述、逻辑函数表达式、真值表、逻辑图、波形图和卡诺图等方法来表示，具体如表 1.6 所示。

表 1.6 逻辑函数的常用表示方法

编号	名称	定义	备注
1	文字描述	用文字来描述逻辑函数的逻辑功能。如“与”逻辑可以描述为：只有决定某事件的全部条件都具备时，这件事才能发生，缺少其中任一条件，该事件都不能发生	通常情况下，数字电路要实现的逻辑功能首先是由某种文字描述给出的
2	逻辑函数表达式	按照对应的逻辑关系，把输出变量表示为输入逻辑变量的与、或、非三种运算组合的表达式。如“异或”逻辑可表示为 $F=\overline{A}B+A\overline{B}$	同一个逻辑函数可以有不同形式的表达式，常见的有与或式、或与式、与非－与非式、或非－或非式和与或非式 5 种。各种形式表达式之间可以互相转换
3	真值表	将输入逻辑变量的各种可能取值和相应的函数值排列在一起而组成的表格。 由于每个输入变量均有 0 和 1 两个取值，所以，对于 n 个输入变量，则有 2^n 种不同的输入变量取值	对于一个确定的逻辑函数，其真值表是唯一的。所以可利用真值表来检验两个看上去不一样的逻辑表达式是否相等
4	逻辑图	一种用逻辑符号构成的变量流程图，它可表示变量间的逻辑关系	由于逻辑函数的表达式形式不唯一，而不同形式的表达式可直接用相应的门电路实现，所以与其对应的就可能有多个逻辑图
5	波形图	指各个逻辑变量的逻辑值随时间变化的规律图，所以又称时序图	对于一个确定的逻辑函数，其波形图是唯一的
6	卡诺图	是根据逻辑函数的真值表或最小项表达式按逻辑上的循环邻接特性画出来的一种方块图	由于真值表和最小项表达式均可以唯一地表示逻辑函数，所以卡诺图必然也可用来表示逻辑函数，并具有唯一性

在各种表示方法中，对于同一逻辑函数，其真值表、卡诺图和波形图等具有唯一性，而逻辑函数表达式和逻辑图则具有多样性。

需要说明的是，表 1.6 中提到的卡诺图，实际上是一种图形化的真值表，有关它的构成特点，以及如何用它来表示逻辑函数等，将在后面 1.4.3 节做专门介绍。

1.3.3 各种表示方法之间的相互转换

既然上述各种方法都可用来表示同一逻辑函数，那么它们之间必然存在着内在联系，相互间可以进行转换。事实上，数字电路的逻辑设计本质上就是由逻辑功能的文字描述向真值表、进而向逻辑函数表达式、最后向逻辑图的转换过程；而由逻辑图到逻辑方程、再到真值表、进而理解电路的逻辑功能则称为数字电路分析。

1. 逻辑表达式与真值表的相互转换

(1) 逻辑表达式⇒真值表

方法：按表达式，对输入变量的各种可能取值进行运算，求出相应函数值，再把全部变量取值和函数值一一对应列成表格，即可得到真值表。

【例 1.3】 试列出 $F=\overline{A}B+C$ 的真值表，并画出相应的波形图。

解 该函数中有三个输入变量 A、B、C，所以共有 $2^3=8$ 种不同的输入变量组合，把它们分别代入表达式中进行运算，然后，将得到的函数值与输入变量取值组合一一对应列出，即可得到表 1.7 所示的真值表。

根据表 1.7 所示的真值表，不难画出其相应的波形图，如图 1.2 所示。

表 1.7 $F=\overline{A}B+C$ 的真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

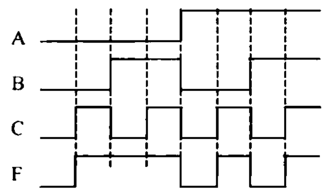

图 1.2 $F=\overline{A}B+C$ 的波形图

值得注意的是，在列真值表时，输入变量的取值组合应按照二进制数递增的顺序排列，这样做既不易遗漏，也不会重复。由此，可归纳出一般真值表的列法如下：

先在左边栏中列出按二进制计数规律由小到大给出的所有输入变量取值，再在右边栏中填上每组变量取值所对应的输出逻辑变量值，由此即可得到真值表。

(2) 真值表⇒逻辑表达式

方法：把真值表中函数 F 值等于 1 的所有输入变量组合挑出来，变量值为 1 的写成原变量，为 0 的写成反变量，每组变量内部相乘，各组变量之间相加，这样就可得到相应的逻辑表达式——"与或"式。

【例 1.4】 试列出两个 1 位二进制数的加法运算真值表，并写出进位及本位和的逻辑表达式。

解 设 A 和 B 分别为两个 1 位二进制数，S 和 CO 分别为本位和与进位，则根据二进制加法运算规则，可列出二进制加法运算真值表如表 1.8 所示。

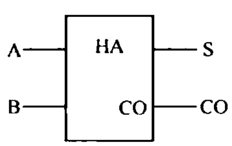

图 1.3 半加器的逻辑符号

表 1.8 二进制加法运算真值表

输入(加数)		输　出	
A	B	S(本位和)	CO(进位)
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

由真值表可知，在输入变量取值组合分别为 AB=01 和 10 时，本位和 S 等于 1。按照变量值为 1 写成原变量、为 0 写成反变量的原则，这两种输入变量组合分别对应 $\overline{A}B$ 和 $A\overline{B}$ 两个乘积项，将这两个乘积项进行逻辑加，即可得出和数 S 的逻辑表达式为

$$S=\overline{A}B+A\overline{B}$$

对于进位 CO，由真值表可知，只有当 AB=11 时，CO=1，所以 CO 的逻辑表达式可表示为

$$CO=AB$$