



第二次修订

君子曰：学不可以已。青，取之于蓝而青于蓝；冰，水为之而寒于水。木直中绳，揉以为轮，其曲中规，虽有槁暴，不复挺者，鞣使之然也。故木受绳则直，金就砺则利，君子博学而日参省乎己，则知明而行无过矣。青，取之于蓝，而青于蓝；冰，水为之，而寒于水。木直中绳，揉以为轮，其曲中规，虽有槁暴，不复挺者，鞣使之然也。故木受绳则直，金就砺则利，君子博学而日参省乎己，则知明而行无过矣。

读者出版集团

甘肃少年儿童出版社



总主编◎李朝东

JINGLUN XUEDIAN

重难点 详尽解读 各种题型 一网打尽

教材解析

人教版

数学

八年级(下)



YZLI0890144607



总主编◎李朝东
JINGLUN XUEDIAN

教材解析



本册主编：孙 振 何春华



YZLI0890144607

人教版

数 学
八年级(下)



读者出版集团
甘肃少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

教材解析:人教版. 八年级数学. 下/李朝东总主编.
—兰州:甘肃少年儿童出版社, 2011. 8

ISBN 978-7-5422-2967-0

I. ①教… II. ①李… III. ①中学数学课—初中—
教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 164817 号

责任编辑:王 辉

封面设计:杭永鸿

教材解析·八年级数学(下)

人教版

李朝东 总主编

甘肃少年儿童出版社出版发行

(730030 兰州市读者大道 568 号)

0931-8773255

安徽宣城海峰印刷包装有限公司

开本 880 毫米×1230 毫米 1/32 印张 10 字数 200 千

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

印数:1~5 000

ISBN 978-7-5422-2967-0 定价:18.00 元

使用说明 SHUOMING

SHIYONG

教材是学习之本，由于篇幅所限，它不能将知识点详尽阐述。教师在课堂教学中受教学时间限制，也不能弥补此缺陷。本书填补了教材和课堂教学的不足。它有两个突出功能。

一、课前预习和课后复习整理之用，有助于提高课堂学习效果。对于上课没听懂的同学，使用本书等于把一个优秀教师请回了家。

二、中等水平以上学生都有这样的感觉：平时学习感觉不错，可是一到考试，总是有一些题目做不出来。究其原因就是考试内容比教材要求要难一些。本书就是填补教材与考试之间的差距，以考试的要求，对教材知识进行全面的挖掘和提升，使同学们在考试时能居高临下，得心应手。

各个学科都有自身特点，我们力求体现个性化特征。

本书主要特点是：穷尽例题类型、归纳解题方法。

本书的例题选题是根据知识点的不同呈现方式进行选择，一种类型设置一道例题。因此例题不仅涵盖了本节所有知识点，而且也包括了这些知识所有呈现方式，学生在考试中遇到的每一题都可以在例题中找到类似题型。

例题的讲解由“解析”“答案”“点评”三部分组成。

“解析”着重分析题目的解题思路，解题的策略，以及最优方法的选择。

“答案”是本题标准的解题过程。

“点评”就本题拓展出去，以点带面，举一反三，就同类问题进行方法归纳和规律总结。

本书每一节主要分“知识详解”和“典型题解”两个版块。“知识详解”侧重课本内容。“典型题解”瞄准考试，例题难度较大。

本书历经一年时间精心打磨，在此对参与其需求调研、栏目设计等工作的广大教师和学生一并致谢。更请亲爱的读者提出批评建议，我们将真诚地吸纳您的宝贵意见。

欢迎登录：www.jing-lun.cn

编者

读者反馈表

尊敬的读者：

您好！感谢您使用《经纶学典·教材解析》！

为了不断提高图书质量，恳请您写下使用本书的体会与感受，我们将真诚地吸纳。在修订时将刊登您的意见，并予以一定的奖励，以表达我们诚挚的谢意。

读者 简 介	姓 名		性 别		年 级、学 科、版 本	
	所在学校			通 讯 地 址		
	联系方式	(H): _____ (O): _____				
一、您对本书编写体例的评价。 1. 对栏目数目的评价: 过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐ (请在 ☐ 内画“√”) 2. 你认为较好的栏目 _____; 可有可无的栏目 _____; 应取消的栏目 _____ (请在横线上填入相应的栏目名称)						
二、您对本书的例题、习题设计有何评价? (请在 ☐ 内画“√”) 例题: 1. 选题: 典型 ☐ 一般 ☐ 2. 难度: 偏难 ☐ 适中 ☐ 偏易 ☐ 3. 数量: 偏多 ☐ 适中 ☐ 偏少 ☐ 4. 解析: 充分到位 ☐ 过简 ☐ 与题不符 ☐ 习题: 1. 难易梯度: 合理 ☐ 不合理 ☐ 2. 题型设置: 恰当 ☐ 不当 ☐ 3. 超纲试题: 有 ☐ 无 ☐ 4. 题量: 过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐ 5. 过于陈旧试题: 有 ☐ 无 ☐ 6. 习题解析: 详细到位 ☐ 过简 ☐						
三、您之所以选用本套丛书是因为 (请在 ☐ 内画“√”) 1. 《教材解析》书名 ☐ 2. 栏目设置 ☐ 3. 选材广泛、新颖 ☐ 4. 教材内容诠释 ☐ 5. 重要知识的分析与归纳 ☐ 6. 封面设计 ☐ 7. 图书价格 ☐ 8. 售后服务 ☐						
四、您对本书是否还有其他的建议或意见?						

欢迎登录: www.jing-lun.cn

通信地址: 南京红狐教育传播研究所 (南京市租用 16-02"信箱) 邮编: 210016

目 录

第十六章 分式

16.1 分式 1

A 知识详解 1

B 典型题解 7

C 趁热打铁 13

D 详解答案 17

E 数学故事 19

F 课后练习题解题指导 20

16.2 分式的运算 22

A 知识详解 22

B 典型题解 26

C 趁热打铁 33

D 详解答案 37

E 数学故事 38

F 课后练习题解题指导 39

16.3 分式方程 41

A 知识详解 41

B 典型题解 44

C 趁热打铁 52

D 详解答案 57

E 数学故事 59

F 课后练习题解题指导 60

本章总结 62

A 知识网络归纳 62



B 最新中考热点聚焦	62	E 数学故事	111
C 中考热题选讲	62	F 课后练习题解题指导	112
D 常错题剖析	68	本章总结	113
E 课后复习题解题指导	73	A 知识网络归纳	113
第十七章 反比例函数		B 最新中考热点聚焦	113
17.1 反比例函数	75	C 中考热题选讲	113
A 知识详解	75	D 常错题剖析	123
B 典型题解	81	E 课后复习题解题指导	125
C 趁热打铁	87	第十八章 勾股定理	
D 详解答案	93	18.1 勾股定理	126
E 数学故事	95	A 知识详解	126
F 课后练习题解题指导	95	B 典型题解	129
17.2 实际问题与反比例函数		C 趁热打铁	139
.....	97	D 详解答案	144
A 知识详解	97	E 数学故事	148
B 典型题解	100	F 课后练习题解题指导	150
C 趁热打铁	105	18.2 勾股定理的逆定理	151
D 详解答案	108	A 知识详解	151

B 典型题解	153	F 课后练习题解题指导	194
C 趁热打铁	158	19.2 特殊的平行四边形	196
D 详解答案	161	A 知识详解	196
E 数学故事	163	B 典型题解	206
F 课后练习题解题指导	164	C 趁热打铁	215
本章总结	165	D 详解答案	221
A 知识网络归纳	165	E 数学故事	223
B 最新中考热点聚焦	165	F 课后练习题解题指导	223
C 中考热题选讲	165	19.3 梯形	227
D 常错题剖析	171	19.4 课题学习 重心	227
E 课后复习题解题指导	174	A 知识详解	227
第十九章 四边形		B 典型题解	233
19.1 平行四边形	175	C 趁热打铁	242
A 知识详解	175	D 详解答案	246
B 典型题解	180	E 数学故事	248
C 趁热打铁	187	F 课后练习题解题指导	249
D 详解答案	191	本章总结	250
E 数学故事	193	A 知识网络归纳	250
		B 最新中考热点聚焦	250



C 中考热题选讲	250	A 知识详解	290
D 常错题剖析	263	B 典型题解	294
E 课后复习题解题指导	265	C 趁热打铁	298
第二十章 数据的分析		D 详解答案	301
20.1 数据的代表	267	E 数学故事	302
A 知识详解	267	F 课后练习题解题指导	302
B 典型题解	272	本章总结	304
C 趁热打铁	280	A 知识网络归纳	304
D 详解答案	285	B 最新中考热点聚焦	304
E 数学故事	286	C 中考热题选讲	304
F 课后练习题解题指导	287	D 常错题剖析	310
20.2 数据的波动	290	E 课后复习题解题指导	312

第十六章 分 式

16.1 分 式

A 知识详解

知识点一 分式的概念

一般地,如果 A, B 表示两个整式,并且 B 中含有字母,那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式,

其中, A 叫做分式的分子, B 叫做分式的分母.

友情提醒 (1) 分式的分子可以含有字母,也可以不含字母,但分式的分母必须含有字母,这是整式与分式最本质的区别,也是分式有别于整式的根本特征.

(2) 分式 $\frac{A}{B}$ 表示的意义是 $A \div B$, 其中“—”叫做分数线,相当于除号的作用. 当

A, B 是多项式时,它又具有括号和运算顺序的作用.

例 1 在下列式子中哪些是整式,哪些是分式?

$$-3x, \frac{x}{y}, \frac{x+y}{3\pi}, \frac{2}{3}x^2y, -7xy^2, -\frac{1}{8}x, \frac{3}{5+y}, \frac{x-y}{5}, \frac{a-1}{a}, -5, \frac{1}{y}, \frac{4a}{a}.$$

解析 分式与整式的根本区别就是分式的分母中含有字母,而整式不含有. 分式有三个要素:(1)形如 $\frac{A}{B}$ 的式子;(2) A, B 为整式;(3)分母 B 中含有字母,三个条件缺一不可.

解 整式有 $-3x, \frac{x+y}{3\pi}, \frac{2}{3}x^2y, -7x^2y, -\frac{1}{8}x, \frac{x-y}{5}, -5$.

分式有 $\frac{x}{y}, \frac{3}{5+y}, \frac{a-1}{a}, \frac{1}{y}, \frac{4a}{a}$.

友情提醒 (1) π 是一个常数, 不是一个字母, 所以 π 即使在分母上, 只要没有其他字母, 那么这个有理式就是一个整式而不能把它看作是一个分式.

(2) 分式是一个形式定义, 因此判断一个代数式是不是分式, 不能从原式的化简结果来判断, 而只需看原式的本来面目是否符合分式的定义进行判断. 比如 $\frac{4a}{a}$, 就是分式.

知识点二 分式有意义、无意义及值为 0 的条件

(1) 分式有意义的条件: 分式的分母不等于 0;

(2) 分式无意义的条件: 分式的分母等于 0;

(3) 分式值为 0 的条件: 分式的分子等于 0, 且分母不等于 0.

例 2 当 x 取什么值时, 下列分式有意义?

$$(1) \frac{x+1}{2x}; (2) \frac{2x+3}{3x-5}; (3) \frac{2}{|x|-1}; (4) \frac{x+2}{x^2+2}.$$

解析 对于一个分式来说, 当分母不等于 0 时, 分式有意义.

解 (1) 当 $2x \neq 0$, 即 $x \neq 0$ 时, 分式 $\frac{x+1}{2x}$ 有意义.

(2) 当 $3x-5 \neq 0$, 即 $x \neq \frac{5}{3}$ 时, 分式 $\frac{2x+3}{3x-5}$ 有意义.

(3) 当 $|x|-1 \neq 0$, 即 $x \neq \pm 1$, 分式 $\frac{2}{|x|-1}$ 有意义.

(4) 因为 x 无论取什么值, $x^2+2 > 0$, 所以 x 取任何实数, 分式 $\frac{x+2}{x^2+2}$ 都有意义.

例 3 当 x 取何值时, 下列分式的值为 0?

$$(1) \frac{x+2}{2x-3}; (2) \frac{|x|-2}{x+2}; (3) \frac{3-|x|}{x^2-2x-3}; (4) \frac{x-3}{x^2-9}.$$

解析 分式值为 0 的条件: 分子为 0 同时分母不为 0.

解 (1) 由 $\begin{cases} x+2=0, \\ 2x-3 \neq 0 \end{cases}$ 得 $x = -2$. $\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 分式 $\frac{x+2}{2x-3}$ 的值为 0.

(2) 由 $\begin{cases} |x|-2=0, \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$ 得 $x = 2$. $\therefore$ 当 $x = 2$ 时, 分式 $\frac{|x|-2}{x+2}$ 的值为 0.

$$(3) \text{ 由 } \begin{cases} 3 - |x| = 0, \\ x^2 - 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \text{ 得 } x = -3. \therefore \text{ 当 } x = -3 \text{ 时, } \frac{3 - |x|}{x^2 - 2x - 3} \text{ 的值为 } 0.$$

$$(4) \text{ 由 } \begin{cases} x - 3 = 0, \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases} \text{ 无解. } \therefore \text{ 没有使分式 } \frac{x-3}{x^2-9} \text{ 的值为 } 0 \text{ 的 } x.$$

友情提醒 分式是否有意义关键是看分母是否等于0,等于0则无意义,反之则有意义.

分式的值为0的条件是:分子等于0,分母不等于0,二者缺一不可. 首先求出使分子为0的字母的值,再检验这个字母的值是否使分母的值为0. 当分母的值不为0时,就是所要求的字母的值.

知识点三 分式的基本性质

与分数的基本性质类似,分式的基本性质是:分式的分子与分母都乘(或除以)同一个不等于0的整式,分式的值不变. 用式子表示为 $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}, \frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C}$, 其中 A, B, C 是整式,且 $C \neq 0$.

友情提醒 理解分式的基本性质,应注意以下四点:

(1)“ C 是一个不等于0的整式”是分式基本性质的一个制约条件. 如 $\frac{1}{2x-1} =$

$\frac{2x+1}{4x^2-1}$, 其中必须满足 $2x+1 \neq 0$.

(2)分式的基本性质是分式运算的依据,应用时要深刻领会性质中“同”字的含义,它包括两层意思:一是分式的分子、分母都要同时做同种运算(指“乘”或“除”运算);二是“乘(或除以)”的对象必须是同一个整式,并且这个整式不能为0,否则将导致分式无意义.

(3)若分式的分子或分母是多项式,运用分式的性质时,要先用括号把分子或分母括上,再乘或除以同一整式 C .

(4)分式的符号法则:分式的分子、分母与分式本身的符号,同时改变其中两个,分式的值不变,用式子可表示为: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B}$, 或 $-\frac{A}{B} = -\frac{-A}{-B} = \frac{-A}{B}$
 $= \frac{A}{-B}.$

例4 不改变分式的值,使分子和分母中最高次项的系数都是正数.

$$(1) \frac{1-2x-x^2}{1+x-3x^2};$$

$$(2) \frac{1+2x}{1-x^2}.$$

解析 观察分子、分母的最高次项的符号,根据分式的基本性质分子、分母都乘-1,分子、分母变号时一定要注意各项都变号.

$$\text{解 } (1) \frac{1-2x-x^2}{1+x-3x^2} = \frac{-x^2-2x+1}{-3x^2+x+1} = \frac{x^2+2x-1}{3x^2-x-1}.$$

$$(2) \frac{1+2x}{1-x^2} = \frac{2x+1}{-x^2+1} = -\frac{2x+1}{x^2-1}.$$

例5 不改变分式的值,将下列分式中字母的系数变为整数.

$$(1) \frac{0.2x+y}{0.02x-0.5y};$$

$$(2) \frac{\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y}.$$

解析 将分式的分子和分母都乘以各项系数的最小公倍数.

$$\text{解 } (1) \frac{0.2x+y}{0.02x-0.5y} = \frac{(0.2x+y) \times 50}{(0.02x-0.5y) \times 50} = \frac{10x+50y}{x-25y}.$$

$$(2) \frac{\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y}{\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y} = \frac{\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right) \times 12}{\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right) \times 12} = \frac{4x+3y}{6x-4y}.$$

友情提醒 在确定分子和分母各项系数的最小公倍数时,要把小数先化成最简分数,如 $0.02 = \frac{1}{50}$;相乘时,分子、分母要加括号,并注意不要漏乘.

例6 填空.

$$(1) \frac{x+y}{xy} = \frac{(\quad)}{x^2y};$$

$$(2) \frac{x+y}{x^2} = \frac{(\quad)}{x^2y};$$

$$(3) \frac{a^2+ab}{a^2} = \frac{a+b}{(\quad)};$$

$$(4) \frac{a-b}{a+b} = \frac{(\quad)}{(a+b)^2}.$$

答案 (1) x^2+xy (2) $xy+y^2$ (3) a (4) a^2-b^2

友情提醒 要求未知的分子(或分母),需从已知的分子(或分母)分析,推出其变化的“原因”,即是乘(或除以)哪一个整式,再根据规律计算未知的分子或分母.

知识点四 通分

与分数的通分类似,我们利用分式的基本性质,使分子和分母同乘适当的整式,不改变分式的值,把异分母分式化成分母相同的分式,这样的分式变形叫做分式的通分.通分的关键是确定几个分式的最简公分母,一般取各分母所有因式的最高次幂的积作公分母,它就叫最简公分母.通分在本节是一个难点.

友情提醒 (1)通分的依据是分式的基本性质,通分的关键是确定几个分式的最简公分母,确定最简公分母的一般方法是:①如果各分母都是单项式,那么最简公分母就是各系数的最小公倍数、相同字母的最高次幂、所有不同字母的积;②如果各分母中有多项式,能分解因式多项式首先分解因式,再按照单项式求最简公分母的方法,从系数、相同因式、不同因式三个方面去确定.

(2)通分的一般步骤:

①确定各分式的最简公分母;②用最简公分母分别除以各分母求商;③用所得到的商分别乘各分式的分子得出同分母分式.

例7 通分.

$$(1) \frac{b}{3a^2c^2}, \frac{c}{-2ab}, \frac{a}{5b^3c}; \quad (2) \frac{1}{3xy^3}, \frac{1}{2x^2y}, \frac{1}{9x^3y};$$

$$(3) \frac{1}{xy^2}, \frac{c}{x(a-b)}, \frac{2}{y(b-a)}; \quad (4) \frac{1}{x^2-4}, \frac{1}{4-2x}.$$

解 (1) $\frac{-10b^4}{-30a^2b^3c^2}, \frac{15ab^2c^3}{-30a^2b^3c^2}, \frac{-6a^3c}{-30a^2b^3c^2}.$

$$(2) \frac{6x^2}{18x^3y^3}, \frac{9xy^2}{18x^3y^3}, \frac{2y^2}{18x^3y^3}.$$

$$(3) \frac{a-b}{xy^2(a-b)}, \frac{cy^2}{xy^2(a-b)}, -\frac{2xy}{xy^2(a-b)}.$$

$$(4) \frac{2}{2(x+2)(x-2)}, -\frac{x+2}{2(x+2)(x-2)}.$$

友情提醒 (1)通分的关键是确定几个分式的最简公分母,要防止遗漏只在一个分母中出现的字母以及符号的变化情况.

(2)通分时确定了分母乘什么,分子也必须随之乘什么.

知识点五 约分

和分数的约分类似,根据分式的基本性质,约去分式的分子和分母中的公因式,不改变分式的值,这样的分式变形叫做分式的约分.约分后分式的分子、分母中不再含有公因式,这样的分式叫最简分式.

约分的依据是分式的基本性质,约分的关键是找出分式中分子和分母的公因式.

友情提醒 (1)约分时注意分式的分子、分母都是乘积形式才能进行约分;分子、分母是多项式时,通常将分子、分母分解因式,然后再约分.

(2)找公因式的方法:

①当分子、分母都是单项式时,先找分子、分母系数的最大公约数,再找相同字母的最低次幂,它们的积就是公因式;

②当分子、分母都是多项式时,先把多项式因式分解,再按①中方法找出分子、分母的公因式.

例8 约分.

$$(1) \frac{27a^3bc^4}{48a^5b^2c}; (2) \frac{m^2-3m}{9-m^2}; (3) \frac{x^2+4x+3}{x^2+x-6}; (4) \frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2}.$$

解析 利用分式的基本性质,将分子、分母中的公因式约去.

$$\text{解 } (1) \frac{9c^3}{16a^2b}; (2) -\frac{m}{m+3}; (3) \frac{x+1}{x-2}; (4) \frac{x-y+z}{x+y+z}.$$

友情提醒 (1)约分时要注意以下问题:

①如果分子、分母都是单项式,那么可直接约去分子、分母的公因式,也就是分子、分母系数的最大公约数与相同字母的最低次幂的积;

②如果分子、分母中至少有一个多项式就应先分解因式,然后找出它们的公因式,再约分;

③约分时一定要彻底,即约分的结果必须是最简分式或整式.

(2)约分与通分的联系与区别:①约分与通分都是根据分式的基本性质,对分式进行恒等变形,即每个分式变形之后都不改变原分式的值;

②约分是针对一个分式来说的,约分可使分式得以化简,而通分是针对两个或两个以上的分式来说的,通分可使异分母分式化为同分母分式.

B 典型题解

一、分式有意义的条件及分式取值的考查

例1 当 x 取何值时,分式 $\frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)}$ 有意义? 无意义? 为 0?

解析 分式有意义时,字母的取值应满足分母不为 0;相反,分式无意义其分母为 0. 分式为 0 时,其分子为 0 而分母不为 0.

解 当该分式有意义时,其分母应不为 0,即 $x \neq 1$ 且 $x \neq -2$;当该分式无意义时,由其分母为 0,可得 $x=1$ 或 $x=-2$;由 $x^2-1=0$ 得 $x=\pm 1$,而当 $x=1$ 时,该分式的分母为 0,不合题意,故知当 $x=-1$ 时,该分式为 0.

点评 解答这类题应依据分式有无意义及为 0 的条件得到有关式子,再求出这些式子中字母的取值范围,注意结果中“且”与“或”字的正确运用.

例2 (1)当 m 为何值时,分式 $\frac{2m-1}{|m|}$ 的值为非负数?

(2)当 x 为何值时,分式 $\frac{3-x}{x-2}$ 的值为负数?

(3)当 a 取何值时,分式 $\frac{1}{a-3}$ 的值为正数?

解析 这三个题应根据有理数的除法法则来解.

解 (1) $\because |m| \geq 0, \therefore 2m-1 \geq 0$ 且 $m \neq 0$ 时,分式 $\frac{2m-1}{|m|}$ 的值为非负数,

即 $m \geq \frac{1}{2}$ 时,分式的值为非负数.

(2) 当 $\begin{cases} 3-x > 0, \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 3-x < 0, \\ x-2 > 0 \end{cases}$ 时,分式的值为负数,

即 $x < 2$ 或 $x > 3$ 时,分式的值为负数.

(3) 当 $a-3 > 0$,即 $a > 3$ 时,分式的值为正数.

点评 (1) 如果没有特别说明,所遇到的分式都是有意义的,也就是说分式中分母的值不等于 0,如 $\frac{a^2bc}{ab}$ 中隐含着条件 $ab \neq 0$,即 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$.

(2) 分式有意义, 要令分母不等于0; 分式无意义, 要令分母等于0. 应特别注意分母含绝对值时的情况.

(3) 对于“ x 取何值时, 分式的值为0?”的题, 若分子、分母有公因式, 要首先考虑分式有意义. 如 $\frac{x^2-4}{x+2}$, 令分式值为0, x 只能等于2, 而不能等于 ± 2 .

(4) 针对分式取值为非零的题, 分两类: 一类是分子为一个数, 此时根据同号得正, 异号得负的原则确定分母取值而列出不等式解决即可; 另一类是分子、分母都含未知数, 此时根据同号得正, 异号得负的原则分成多种情况, 列出不同的不等式组, 解出结果之后, 经过讨论来确定正确的值.

二、分式的化简与求值问题

例3 已知分式 $-\frac{6a+18}{a^2-9}$ 的值为正整数, 求整数 a 的值.

解析 在 $a^2-9 \neq 0$, 即 $a \neq \pm 3$ 的情况下, 根据分式的基本性质将分式变形为 $\frac{6}{3-a}$, 那么 $3-a$ 应为正整数且是6的约数.

解 $\because a^2-9 \neq 0, \therefore a \neq \pm 3. \therefore -\frac{6a+18}{a^2-9} = -\frac{6(a+3)}{(a+3)(a-3)} = \frac{6}{3-a}.$

要使分式的值为正整数, 则

$3-a=1$ 或 $3-a=2$ 或 $3-a=3$ 或 $3-a=6$,

$\therefore a=2$ 或 $a=1$ 或 $a=0$ 或 $a=-3$.

$\because a=-3$ 时分式无意义, $\therefore a=-3$ 舍去.

综上所述, a 的值为0或1或2.

点评 若使分式的值为整数, 则分式的分子是分母的整数倍或分式的分母是分子的约数, 求得的值应使分式有意义.

例4 化简求值.

(1) $\frac{x+1}{x^2-1}$, 其中 $x=3$;

(2) $\frac{x^2-2xy+y^2}{(x-y)^3}$, 其中 $x=1, y=-2$.

解析 (1) 式的分子可分解因式, 故先分解因式, 约分后再代入求值; (2) 式中的分