

快速检索：  
关键词、知识点、  
方法、题型、难度

# 多功能

# 题典

高中物理竞赛

编著

张大同  
范小辉  
张伟平

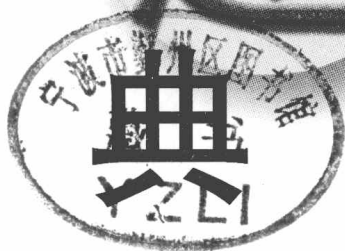


YZLI0890146074

华东师范大学出版社

# 多功能

# 题



## 高中物理竞赛

张大同 范小辉 张伟平 编著

华东师范大学出版社



YZLI0890146074

## 图书在版编目(CIP)数据

多功能题典·高中物理竞赛/张大同,范小辉,张伟平编著. —上海:华东师范大学出版社,2010.5

(多功能题典)

ISBN 978-7-5617-7709-1

I. ①多… II. ①张…②范…③张… III. ①物理课—高中—习题 IV. ①G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 078748 号

## 多功能题典·高中物理竞赛

编 著 张大同 范小辉 张伟平  
项目编辑 孔令志  
策划组稿 应向阳  
审读编辑 张红英 赵 飞  
装帧设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社  
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062  
网 址 [www.ecnupress.com.cn](http://www.ecnupress.com.cn)  
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105  
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887  
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口  
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 江苏句容排印厂  
开 本 890×1240 32 开  
插 页 4  
印 张 33.25  
字 数 1363 千字  
版 次 2010 年 11 月第一版  
印 次 2010 年 11 月第一次  
书 号 ISBN 978-7-5617-7709-1/G·4460  
定 价 58.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

## 致 读 者

自 2007 年面市以来,《多功能题典》越来越受到读者的肯定.题典家族也在不停地增添新丁,目前,题典家族已有 14 个成员,涵盖中小学的主要学科.为了答谢读者的厚爱,题典家族开始了自身的新陈代谢——第三版修订,在保持原来多项功能的前提下,高中数、理、化三学科增加了 OK 学习网免费视频服务,同时进一步增强各项功能的高效性,特别是其强大的网络检索功能,更能满足 e-学习的高效率.当您进入题典的网络检索系统时,相信您一定会有新的收获.

下面让我们一起来看看题典家族的自我介绍吧.

**作者权威** 题典家族的编写队伍由各学科考试命题的专家、学者与长期在教学第一线的资深特、高级教师组成.他们各取所长、各展所能,把自己长期积累、精心筛选的新颖而规范的经典试题奉献出来,共同打造出这一套高品质的丛书.

**题目典范** 题典家族不受教材版本限制,按各学科知识内容编排,不仅与教学要求相对应,更体现了学科知识的完整性、系统性和科学性.书中每一道试题的编制和确定都经过了多道关卡,从作者编选、教学使用到主编总纂、编辑审读,再到专家审定,每一个环节都精益求精,从而确保题题经典.

**体例新颖** 题典家族不仅为每一道题提供了精妙的“题解”,更积极引导读者“解题”,注重方法、思路的点拨,还为每一道题标出了难度星级,使读者学有所思、学有所得,不仅能举一反三,更能了解自己的学习水平,把握学习方向.

**超强检索** 题典家族配备了强大的网络检索功能.当您需要某种检索时,可以方便地进入网站(<http://tidian.ecnupress.com.cn>),从难度、题型、知识点、方法技巧等不同维度,及关键字进行组合检索,就像使用 Google 和百度一样方便.不仅如此,题典家族还为大家提供了精美的甜点,即每年都会有新的试题加入到家族的电子题库中,所以说,题典家族不只是超强,更是超值.

题典家族立意新颖,篇幅较大,难免有疏漏之处,敬请不吝指正.

华东师范大学出版社

教辅分社

# 目 录

## 第一章 静力学

§ 1.1 力学中常见的几种力 .....	1
§ 1.2 共点力作用下物体的平衡 .....	9
§ 1.3 有固定转动轴物体的平衡 .....	27
§ 1.4 一般物体的平衡 .....	40
§ 1.5 物体平衡的种类 .....	66
§ 1.6 流体静力学 .....	73

## 第二章 运动学

§ 2.1 质点运动的基本概念 .....	81
§ 2.2 运动的合成与分解 .....	88
§ 2.3 抛体运动 .....	102
§ 2.4 质点的圆周运动 .....	123

## 第三章 牛顿运动定律

§ 3.1 牛顿运动定律基本规律 .....	136
§ 3.2 力和直线运动 .....	144
§ 3.3 力和曲线运动 .....	159
§ 3.4 非惯性参照系 .....	172
§ 3.5 天体运动 .....	180

## 第四章 动量和角动量

§ 4.1 动量定理 .....	203
§ 4.2 动量守恒定律 .....	217
§ 4.3 质心与质心的运动 .....	237
§ 4.4 角动量守恒定律 .....	248

## 第五章 能 量

§ 5.1 功和功率 .....	262
------------------	-----

## 2 多功能题典高中物理

§ 5.2 动能定理 .....	268
§ 5.3 机械能和功能关系 .....	274
§ 5.4 碰撞 .....	294
§ 5.5 天体的运动与能量 .....	327

### 第六章 机械振动和机械波

§ 6.1 简谐运动 .....	343
§ 6.2 振动的能量 .....	364
§ 6.3 机械波 .....	386
§ 6.4 驻波和多普勒效应 .....	396

### 第七章 热 学

§ 7.1 分子动理论 .....	405
§ 7.2 气体的性质 .....	411
§ 7.3 热力学定律 .....	430
§ 7.4 固体和液体的性质 .....	470
§ 7.5 物态变化 .....	479

### 第八章 电 场

§ 8.1 库仑定律和电场强度 .....	489
§ 8.2 电势 .....	527
§ 8.3 电容 .....	566

### 第九章 电 路

§ 9.1 简单电路 .....	602
§ 9.2 复杂电路 .....	655
§ 9.3 非纯电阻稳恒电路 .....	704

### 第十章 电磁感应

§ 10.1 安培力 .....	753
§ 10.2 洛伦兹力 .....	766
§ 10.3 动生电动势 .....	802
§ 10.4 感生电动势 .....	821

### 第十一章 光 学

§ 11.1 光的反射 .....	866
-------------------	-----

§ 11.2	光的折射 .....	873
§ 11.3	球面镜 .....	901
§ 11.4	透镜成像 .....	913
§ 11.5	简单光学仪器 .....	947
§ 11.6	光的波动性 .....	956
§ 11.7	光的粒子性 .....	970

## 第十二章 近代物理

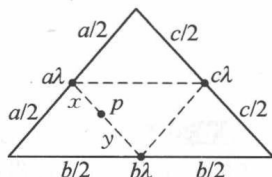
§ 12.1	原子结构 .....	974
§ 12.2	原子核 .....	983
§ 12.3	时间和长度的相对论效应 .....	993
§ 12.4	相对论的动力学效应 .....	1001
功能检索	.....	1014

# 第一章 静力学

## § 1.1 力学中常见的几种力

**1.1.1** \* 质量线密度相同但长度未必相同的三根细棒,能首尾相接构成一个三角形,试确定此三角形的重心位置。

**解析:** 如图所示,设棒质量线密度为  $\lambda$ ,三棒长分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,将三棒质量分别集中于各棒重心,则形成质量为  $a\lambda$ 、 $b\lambda$ 、 $c\lambda$  的三质点,则三质点的重心即为原三角形的重心,再设  $a\lambda$  与  $b\lambda$  的重心位于它们连线上的某点  $P$  处,则有  $\frac{x}{y} = \frac{b}{a} = \frac{b/2}{a/2}$ 。



这表明  $P$  必在三质点构成的三角形顶角的角平分线上,  $P$  与  $c\lambda$  的重心即为原三角形的重心,它必在此角平分线上;同理,原三角形的重心也必在小三角形的另外两个顶角的角平分线上,从而必在小三角形三条角平分线的交点上,即在小三角形的内心上。

**1.1.2** \* 如图所示,一根细长的硬棒上有  $n$  个小球,每个小球之间相距  $a$ ,小球质量从  $m$ 、 $2m$ 、 $3m$  逐渐增大到  $nm$ ,棒重不计,求整个体系的重心位置。

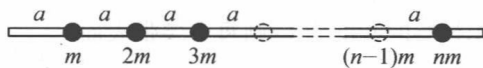


图 1

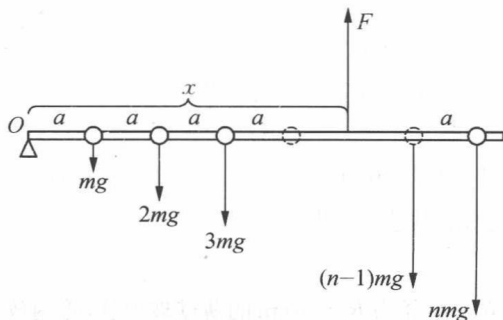


图 2



解析: 因为棒重不计, 那么整个体系的重心就是这些质量不同的小球的重心位置. 设重心距左端  $O$  点为  $x$ , 如图所示, 在重心上加一力  $F$  使棒平衡, 由  $\sum F = 0$  得

$$\begin{aligned} F &= mg + 2mg + 3mg + \cdots + nmg \\ &= mg(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = mg \frac{n(n+1)}{2}. \end{aligned}$$

由  $\sum M = 0$  得

$$\begin{aligned} F \cdot x &= mg \cdot a + 2mg \cdot 2a + 3mg \cdot 3a + \cdots + nmg \cdot na \\ &= mga(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} mga. \end{aligned}$$

所以  $x = \frac{(2n+1)}{3} a$ .

**1.1.3** \* 半径为  $R$  的均匀薄壁球壳分成两部分并牢固连接起来, 如图 1 所示. 设高脚杯的脚高为  $h$ , 求所得高脚杯重心的高度.

解析: 本题采用微元法, 将高脚杯分成一条条高  $\Delta h \ll R$  的平小腰带, 如图 2 所示. 显然, 整个高脚杯的重心实质上是这样小腰带系的重心.

但是每条这样小腰带的重心均位于半径为  $r_i$  的圆的中心, 其中  $r_i$  是高脚杯的平均半径, 它们分布在过球心的竖直线上. 因而我们要求质点系重心的位置. 每个这样的点的质量就是相应腰带的质量.

设球壳单位面积材料的密度为  $\rho$ , 则每个腰带表面的面积等于

$$S_i = 2\pi r_i l = 2\pi R \sin \alpha \cdot \frac{\Delta h}{\sin \alpha} = 2\pi R \Delta h,$$

而质量  $m_i = \rho 2\pi R \Delta h$ .

可见所有腰带的质量仅取决于它们的高度 (当  $\rho$  和  $R$  一定时).

因此, 高脚杯的重心是相同质量的质点系的重心, 各质点均匀分布在长为  $2R$  ( $\sum h_i = 2R$ ) 的竖直线段上. 因而, 高脚杯的重心位于它高度的中点, 即位于离高脚杯“底” $R$  高处.

**1.1.4** \* 桌上立一半径为  $R = 3 \text{ cm}$  的薄壁玻璃管, 管内放一长为  $30 \text{ cm}$ 、宽为  $10 \text{ cm}$  的扁平薄塑料袋, 将袋中满满地灌上水, 如果将玻璃管缓慢地上提, 管内装水

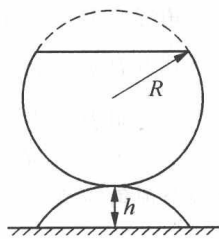


图 1

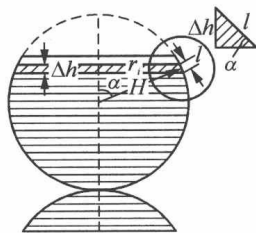


图 2

的塑料袋能随管一起上升吗? 已知塑料袋和玻璃的动摩擦因数为  $\mu = 0.3$ .

**解析:** 塑料袋能否随管上升, 关键是比较其所受的摩擦力与重力的大小关系. 因液体内部压强  $p = \rho gh$ , 正压力自上而下均匀地增加, 故可以用平均压力来表示塑料袋所受的正压力, 即 
$$\bar{N} = \frac{1}{2} \rho gh \cdot 2\pi Rh,$$

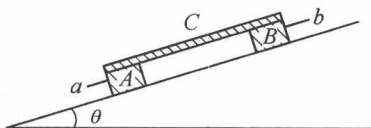
这样, 摩擦力 
$$f = \pi \mu g \rho R h^2.$$

而重力  $G = \pi R^2 h \rho g$ , 则  $f/G = \mu h/R = 3 > 1$ .

因此, 管内装水的塑料袋能随管一起上升.

**1.1.5** \*\* 在图中, A、B 是两个带柄(a 和 b)的完全相同的长方形物体, C 是另一长方体, C 的质量为  $m$ , A、B 与斜面间以及与 C 之间皆有摩擦, C 与 A 或 B 间的静摩擦因数均为  $\mu$ . 设它们原来都处于静止状态.

(1) 若一手握住 a, 使 A 不动, 另一手握住 b, 逐渐用力将 B 沿倾角为  $\theta$  的斜面向上拉. 当力增大到能使 B 刚刚开始向上移动时, C 动不动? 若动, 如何动?



(2) 此时 A 与 C 之间的摩擦力为多大?

(3) 若握住 b 使 B 不动, 握住 a 逐渐用力将 A 沿倾角为  $\theta$  的斜面向下拉, 当 A 开始移动时, C 动不动? 若动, 如何动?

**解析:** (1) C 原来不动, 说明  $mg \sin \theta$  小于 A、B 对 C 的最大静摩擦力  $\mu mg \cos \theta$ . 当 B 刚能向上移动时, 不等式  $mg \sin \theta < \mu mg \cos \theta$  仍成立, 所以 C 不可能向下移动. 另外, C 也不可能向上移动, 因为要向上移动, 则 B 对 C 的摩擦力 (其可能的最大值为  $\frac{1}{2} \mu mg \cos \theta$ ) 必须大于或等于 C 所受重力沿斜面方向的分力与 A 对 C 的最大静摩擦力之和, 即

$$\frac{1}{2} \mu mg \cos \theta \geq mg \sin \theta + \frac{1}{2} \mu mg \cos \theta,$$

这是不可能的. 所以结论是 C 不动.

(2) 因为 B 刚开始向上移动而 C 不动, 所以 A 对 C 的摩擦力的大小是

$$F_f = \left| \frac{1}{2} \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta \right|,$$

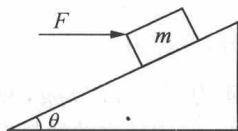
方向是沿斜面向上还是向下视两者大小而定, 若  $\frac{1}{2} \mu mg \cos \theta > mg \sin \theta$ , 摩擦力方向是向下的; 反之, 则向上.

(3) C 不能向上移动. 另外, 当 A 刚开始向下移动时, C 不可能不动, 因为这时 C 受到 B 对它的向上的摩擦力 (其可能的最大值为  $\frac{1}{2} \mu mg \cos \theta$ ), 不可能抵消重

力沿斜面方向的分力与 A 对 C 的摩擦力的合力 (即  $mg \sin \theta + \frac{1}{2} \mu mg \cos \theta$ )。由以上分析可得出结论: C 必向下移动。

**1.1.6** ★★ 如图所示, 放在斜面上的物体与斜面间的摩擦系数为  $\mu (\mu < \tan \theta)$ , 要使物体静止在斜面上, 所加水平力  $F$  的大小为多少?

解析: 题中  $\mu < \tan \theta$ , 说明  $F = 0$  时物体将从斜面上加速下滑, 所以加上的水平力  $F$  至少要抵住物体不令其下滑, 但  $F$  太大, 有可能推动物体使之沿斜面向上运动, 因此  $F$  必然是在某一范围之内, 即  $F_1 \leq F \leq F_2$ 。



$$\text{则有} \quad F_1 \cos \theta = mg \sin \theta - \mu (mg \cos \theta + F_1 \sin \theta),$$

$$F_2 \cos \theta = mg \sin \theta + \mu (mg \cos \theta + F_2 \sin \theta).$$

$$\text{得} \quad F_1 = \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta} mg,$$

$$F_2 = \frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\cos \theta - \mu \sin \theta} mg.$$

$$\text{所以} \quad \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta}{\cos \theta + \mu \sin \theta} mg \leq F \leq \frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\cos \theta - \mu \sin \theta} mg.$$

**1.1.7** ★★ 半径为  $R$  的刚性球固定在水平桌面上, 有一个质量为  $M$  的圆环状均匀弹性绳圈, 原长  $2\pi a$ ,  $a = \frac{R}{2}$ , 绳圈的弹性系数为  $k$  (绳圈伸长  $s$  时, 绳中弹性张力为  $ks$ ), 将绳圈从球的正上方轻放到球上, 并用手扶着绳圈使之保持水平并最后停留在某个静力平衡位置, 设此时绳圈的长度为  $2\pi b$ ,  $b = \sqrt{2}a$ , 考虑重力, 忽略摩擦, 求绳圈的弹性系数  $k$ . (用  $M$ 、 $R$ 、 $g$  表示,  $g$  为重力加速度)

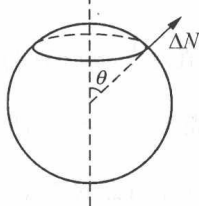


图 1

解析: 弹性绳平衡于球面上时可以用图 1 表示, 在此绳上取长为  $\Delta l$  的一小段作为研究对象, 则此小段受到四个力的作用而平衡, 这四个力是: 重力  $\frac{\Delta l}{2\pi b} Mg$ , 其方向竖直向下;

球面对此小段的弹力  $\Delta N$ , 其方向沿此处对应的球半径指向球外; 此段绳的两端分别受到绳圈的拉力  $T$ , 其方向分别沿此段绳两端处弧线的切线方向向外。由于  $b = \frac{\sqrt{2}}{2} R$ , 故得弹力  $\Delta N$  与竖直方向的夹角  $\theta$  为  $\theta = 45^\circ$ 。则这一小段绳圈在竖直方向

$$\text{上受力平衡关系为} \quad \Delta N \cos \theta = \frac{\Delta l}{2\pi b} Mg,$$

即 
$$\Delta N = \frac{\sqrt{2}Mg}{2\pi b} \Delta l.$$

故得  $\Delta N$  的水平分量为 
$$\Delta N_x = \Delta N \sin \theta = \frac{Mg}{2\pi b} \Delta l.$$

又设此小段绳圈所对的圆心角为  $\Delta\varphi$ , 则这小段绳圈在水平面内受力如图 2 所示, 由平衡关系有  $2T \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = \Delta N_x$ ,

由于  $\Delta l$  很小, 则  $\Delta\varphi$  也很小, 故近似有

$$\sin \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\Delta l}{2b}.$$

联立以上三式可解得 
$$T = \frac{Mg}{2\pi}.$$

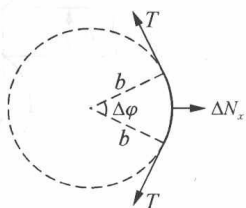


图 2

**1.1.8** ★★ 如图所示,  $AOB$  是一把等臂夹子, 轴  $O$  处的摩擦可以忽略. 若想在  $A$ 、 $B$  处用力夹住一圆柱形物体  $C$ , 则能否夹住与哪些因素有关? 如果这一装置能夹住  $C$ , 这些因素应满足什么条件? (不考虑  $C$  的重力)

解析: 对球  $C$  而言, 由平衡关系得

$$N \sin \frac{\theta}{2} = f \cos \frac{\theta}{2},$$

而 
$$f \leq f_m = \mu N,$$

故球能被夹住的条件是 
$$\mu \geq \tan \frac{\theta}{2}.$$

可见能否夹住与  $\mu$ 、 $\theta$  有关,  $\mu$  越大,  $\theta$  越小, 则越容易夹住, 而与所用力的大小无关. 对一定的夹子和物体,  $\mu$  是定值,  $\theta$  越小越易夹住, 但  $\theta$  受  $L$  和  $R$  的限制, 即

要求满足 
$$\tan \frac{\theta}{2} \geq \frac{R}{L}.$$

所以, 能否夹住与  $\frac{R}{L}$  的值有关, 当  $\theta$  最小时, 有  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{R}{L}$ , 得

$$\mu \geq \frac{R}{L}.$$

**1.1.9** ★★ 如图 1 所示, 压延机由两轮组成, 两轮直径均为  $d = 50$  cm, 轮间的间隙  $a = 0.5$  cm, 两轮按反方向转动, 已知烧红的铁块与铸铁轮之间的摩擦系数  $\mu = 0.1$ , 问能压延的铁板厚度  $b$  为多少?

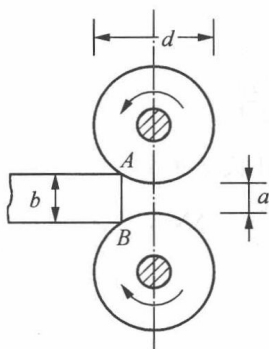


图 1

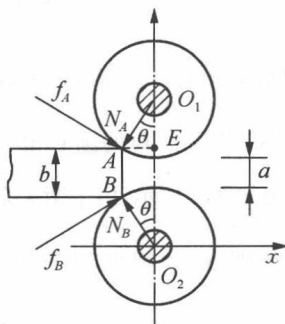


图 2

解析: 把铁板作为研究对象, 作受力分析, 如图 2 所示。

为保证机器能正常压延烧红的铁块, 必须使转动轮作用在铁块上的力  $N_A$ 、 $N_B$ 、 $f_A$ 、 $f_B$  的合力向右才行, 即  $f_A \cos \theta - N_A \sin \theta \geq 0$ 。

由于  $N_A > 0$ , 所以  $\mu \cos \theta - \sin \theta \geq 0$ , 或  $\tan \theta \leq \mu$ 。

$\theta$  满足几何关系

$$\tan \theta = \frac{\overline{AE}}{\overline{O_1 E}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left[\frac{d}{2} - \frac{1}{2}(b-a)\right]^2}}{\left[\frac{d}{2} - \frac{1}{2}(b-a)\right]} = \frac{\sqrt{d^2 - (d+a-b)^2}}{d+a-b},$$

联立以上两式并化简得  $\left(1 + \frac{a-b}{d}\right)^{-2} - 1 \leq \mu^2$ ,

进一步化简得  $a < b \leq d \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 1}}\right) + a \approx 0.75 \text{ cm}$ 。

**1.1.10**  $\star\star$  有一个半径为  $R$  的圆柱体水平地横架在空中, 有质量为  $m_1$  与  $m_2$  ( $m_1 = 2m_2$ ) 的两个质点, 用长为  $\frac{1}{2}\pi R$  的轻质细线相连, 如图 1 所示, 细线与圆柱间无摩擦, 质点与圆柱间摩擦因数为  $\mu < 1$ , 试求质点向左滑落的条件。

解析: 如图 2(a) 所示, 系统不向右下滑的条件为

$$m_1 g \sin \theta_1 - m_2 g \sin \theta_2 \leq \mu m_1 g \cos \theta_1 + \mu m_2 g \cos \theta_2. \quad (1)$$

由于  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ ,  $m_1 = 2m_2$ ,  $\mu < 1$ , 故由上式得

$$\tan \theta_1 \leq \frac{2\mu + 1}{2 - \mu}. \quad (2)$$

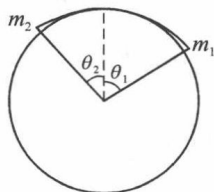


图 1

同样,系统不向左下滑的条件见图 2(b),有

$$m_2 g \sin \theta_2 - m_1 g \sin \theta_1 \leq \mu m_1 g \cos \theta_1 + \mu m_2 g \cos \theta_2,$$

即 
$$\tan \theta_2 \leq \frac{2 + \mu}{1 - 2\mu}. \quad (3)$$

(1)  $\mu < \frac{1}{2}$  时,由 (3) 式知系统刚要向左滑落的角为

$$\theta_{2左} = \arctan \frac{2 + \mu}{1 - 2\mu}, \quad 0 < \theta_{2左} < 90^\circ;$$

(2)  $\mu = \frac{1}{2}$  时,由 (3) 式知系统刚要向左滑落的角为  $\theta_{2左} = 90^\circ$ ;

(3)  $\mu > \frac{1}{2}$  时, (3) 式可写为  $\tan \theta_2 \geq \frac{2 + \mu}{1 - 2\mu}$ , 等式右边为负值.

就是说在  $0^\circ \sim 90^\circ$  之间系统不会向左滑动,必须使  $m_1$  移动到左方,  $m_2$  离开圆柱体而自由悬挂,见图 2(c),用  $\theta$  表示系统的位置,则不向左滑落的条件为

$$m_1 g \sin \theta + m_2 g \leq \mu m_1 g \cos \theta,$$

即系统向左下滑的临界位置  $\theta_{左}$  应满足

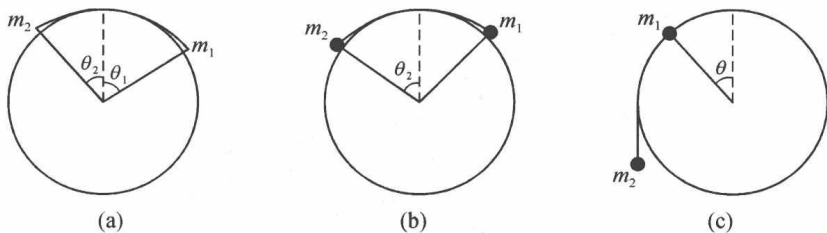


图 2

$$\sin \theta_{左} - \mu \cos \theta_{左} = -\frac{m_2}{m_1} = -\frac{1}{2}. \quad (4)$$

令  $\mu = \tan \varphi$ , 则 (4) 式可改写为

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \sin \theta_{左} - \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cos \theta_{左} = -\frac{1}{2\sqrt{1 + \mu^2}},$$

即 
$$\cos \varphi \sin \theta_{左} - \sin \varphi \cos \theta_{左} = -\frac{1}{2\sqrt{1 + \mu^2}}, \quad \sin(\theta_{左} - \varphi) = -\frac{1}{2\sqrt{1 + \mu^2}},$$

可得

$$\theta_{\text{左}} = \arctan \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}.$$

当  $\theta > \theta_{\text{左}}$  时, 质点会向左滑动.

**1.1.11** ★★ 倾斜角为  $30^\circ$  的屋顶上覆盖着金属皮, 现在发现这些金属皮在渐渐向下移动. 试解释这个现象并计算长 1 m 的金属皮在 100 天内发生的位移. 已知该金属的线膨胀系数  $\alpha$  为  $28 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , 白天与晚上平均温度差为  $11^\circ\text{C}$ .

怎样能使金属皮独自沿着屋顶向上移? (已知伸缩量  $\Delta l = \alpha l \Delta T$ )

**解析:** 由于昼夜温度波动, 当膨胀和收缩时金属皮上不可移动线的位置不同, 导致出现屋顶上金属皮下移现象.

先研究加热时金属皮膨胀过程. 加热时, 由于热膨胀, 金属皮上端将向上移动, 而下端向下移动, 离金属皮上端距离为  $x_1$  的点将不移动.

对于长为  $x_1$  和  $(l - x_1)$  金属皮的两部分, 其重力和摩擦力在  $Ox$  轴方向上之和等于零(图 1), 则有  $\frac{mgx_1}{l} \sin \varphi + f_1 + \frac{mg(l - x_1)}{l} \sin \varphi + f_2 = 0$ , 即

$$mg \sin \varphi + \frac{\mu mg x_1 \cos \varphi}{l} - \frac{\mu mg (l - x_1) \cos \varphi}{l} = 0,$$

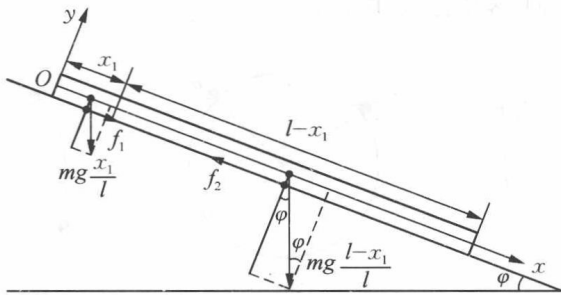


图 1

解得

$$x_1 = l \frac{\mu \cos \varphi - \sin \varphi}{2\mu \cos \varphi}.$$

当加热温度升高  $\Delta T$  时, 金属皮下端移动为  $\Delta l_1 = \frac{\Delta l (l - x_1)}{l}$ ,

式中  $\Delta l = \alpha l \Delta T$ .

当金属皮的温度下降  $\Delta T$  时, 金属皮上端将向下移动, 而下端将向上移. 与考虑摩擦力方向改变类似, 确定到不可移动线距离  $x_2$ (图 2), 则有

$$mg \sin \varphi - \frac{\mu mg x_2 \cos \varphi}{l} + \frac{\mu mg (l - x_2) \cos \varphi}{l} = 0,$$

解得

$$x_2 = l \frac{\mu \cos \varphi + \sin \varphi}{2\mu \cos \varphi}.$$

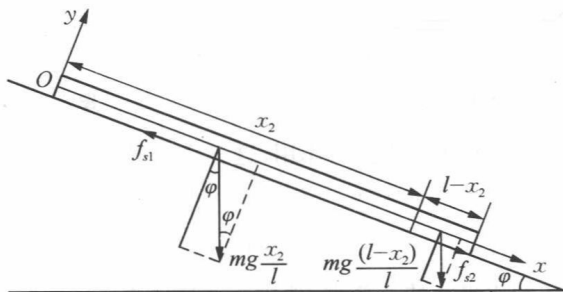


图 2

当冷却温度降低  $\Delta T$  时,金属皮下端向上移动为  $\Delta l_2 = \frac{\Delta l(l-x_2)}{l}$ .

结果在一昼夜内下端向下移动距离

$$\Delta l_1 - \Delta l_2 = \frac{\Delta l(x_2 - x_1)}{l} = \frac{\Delta l \cdot \tan \varphi}{\mu} = \frac{\alpha l \Delta T \cdot \tan \varphi}{\mu}.$$

在  $n$  天内移动距离  $\Delta l = n(\Delta l_1 - \Delta l_2) = \frac{n \alpha l \Delta T \tan \varphi}{\mu}$ .

代入数值,得到  $\Delta l = \frac{100 \times 28 \times 10^{-6} \times 1 \times 11 \times 0.58}{0.6} \text{ m} \approx 0.03 \text{ m}$ .

为实现金属皮向上移,需要制作带齿的(齿向上倾斜)屋面.在金属皮两端需要有向下倾斜的齿(图 3).于是在加热时金属皮下端将靠在下齿上且不动,而上端将向上移;在冷却时金属皮上端由于上齿支撑不动,下端将向上移.为了使金属皮向上移动,屋顶上相邻两齿之距离  $a$  应该小于一昼夜金属皮长度的变化  $\Delta l$ ,即

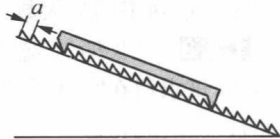


图 3

$$a \leq \Delta l = \alpha l \Delta T,$$

代入数据得  $a \leq 28 \times 10^{-6} \times 1 \times 11 \text{ m} \approx 3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.3 \text{ mm}$ .

## § 1.2 共点力作用下物体的平衡

**1.2.1** \* 如图 1 所示,用两根轻质绳把质量为  $M$  的不均匀棒悬挂起来,使其呈水平静止状态.一根绳子同竖直方向的夹角  $\varphi = 38^\circ$ ,另一根绳与竖直方向的夹角  $\theta = 51^\circ$ .设棒长  $l = 6.0 \text{ m}$ ,求重心离右端的距离  $x$ .



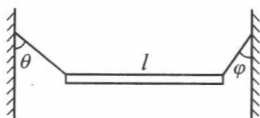


图 1

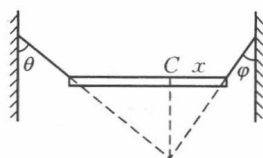


图 2

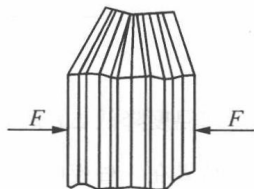
解析：棒受重力和两侧绳的拉力作用，这三个力必共点，如图 2 所示。由几何关系得

$$x \cot \varphi = (l - x) \cot \theta,$$

解得

$$x = 2.3 \text{ m}.$$

**1.2.2** \* 有人想水平执持一叠书，他用手在这叠书的两端加一压力  $F = 225 \text{ N}$ ，如图所示。如果每本书的质量为  $0.95 \text{ kg}$ ，手与书之间的静摩擦因数为  $0.45$ ，书与书之间的静摩擦因数为  $0.40$ ，求此人可能执书的最大数目。



解析：由对称性可知，每只手与书之间的最大静摩擦力是他所能执书最大数目的一半，故有

$$\mu_{\text{手}} F = Nmg/2, N = 2\mu_{\text{手}} F/(mg) = 21.75,$$

即  $N = 21$  (本)。书与书之间的最大静摩擦力能支持书的数目  $n$  和最大数目  $N'$  的关系为  $n = (N' - 2)/2$ 。又  $\mu_{\text{书}} F = nmg$ ，故

$$n = \mu_{\text{书}} F/(mg) = 9.66, N' = 2n + 2 = 21 \text{ (本)}.$$

所以该人能执书的最大数目为 21 本。

**1.2.3** \* “长柄勺”盛满重液体，仔细地悬挂柄，如图 1 所示。这时有一部分液体溢出，试求留在“长柄勺”里液体的体积。已知“长柄勺”为半径为  $r$  的半球形，柄与半球形相切，长度  $l = \sqrt{8}r$ ，“长柄勺”质量不计。

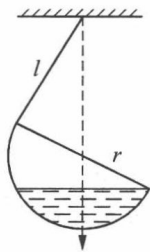


图 1

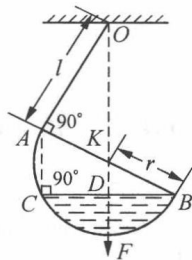


图 2