

2012年MBA、MPA、MPAcc联考

数学

手把手 同步辅导

陈忠才 编著

2012



机械工业出版社
China Machine Press

2012年MBA、MPA、MPAcc联考同步辅导教材

2012年MBA、MPA、MPAcc联考

数学

手把手
同步辅导

陈忠才 编著

2012



机械工业出版社
China Machine Press

本书根据最新 MBA 考试大纲的要求,按照新的体例结构重新编写而成,包含了 MBA 数学考试的必备基础知识、基本内容和基本题型,可以帮助考生尽快掌握大纲所要求的基本数学知识。同时在详细研究、系统整理历年 MBA 联考试题的基础上,对历年的数学试题及典型例题进行了归纳分类,给出了典型例题的解题方法和常用技巧。

本书适用于所有准备参加 MBA、MPA、MPAcc 联考的学生,同时可作为各类辅导课程的辅助教材。

封底无防伪标均为盗版

版权所有,侵权必究

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

图书在版编目(CIP)数据

2012 年 MBA、MPA、MPAcc 联考数学手把手同步辅导 / 陈忠才编著. —北京:机械工业出版社, 2011. 6
(2012 年 MBA、MPA、MPAcc 联考同步辅导教材)

ISBN 978-7-111-34969-3

I. 2… II. 陈… III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 105665 号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:王金强 版式设计:刘永青

北京京师印务有限公司印刷

2011 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

186mm×242mm·10.25 印张

标准书号:ISBN 978-7-111-34969-3

定价:29.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

客服热线:(010) 88379210; 88361066

购书热线:(010) 68326294; 88379649; 68995259

投稿热线:(010) 88379007

读者信箱:hzjg@hzbook.com

PREFACE 前言

首先非常感谢大家对本书的厚爱，大家在使用本书的过程中，提出了很多宝贵的意见，为本书的再次修订奠定了良好的基础，在此向大家表示衷心感谢！

针对大家提出的意见，我做了以下几个方面的调整：

(1) 对书中存在的错误和疏漏之处做了校正，同时针对大家在使用本书过程中反映的因为对“充分性判断”这种题型的不熟悉感而带来的做题不方便的问题，我在第1~6章的开篇均以“解题说明”的方式再次说明解题选择支的使用。

(2) 在本书的收尾部分，我依然保留了部分重要知识内容的知识结构图，主要还是想帮助学员在读完本书后，能有一个再次归纳、总结的过程。

(3) 在本书内容的结构调整上，我把整个知识结构分为两部分：第一部分是基础篇，旨在通过基础篇让各位学员能在较短的时间内把MBA考试内容做一个比较全面的复习，能在较短的时间内熟悉整个MBA考试内容的知识结构，做到知识的熟悉化、内容的系统化、题型的熟练化；针对MBA考试中知识点出现的频率，我把一部分考查频率比较高的知识模型化了，第二部分高频考点模型篇，旨在通过模型化的工具让各位学员再次巩固所学知识，提高做题速度，提高效率。我真心地希望大家能用心去看看这些模型，并且在考试过程中确实应用好这些模型。根据以往学员学习和考试的情况来看，这些模型确实在考试中发挥了一定的作用，同时我也真心希望大家在使用的过程中逐步完善和补充更多的数学模型。

在本书的写作和编辑过程中，北京华章图文信息有限公司的编辑马斌老师给予了本人很多帮助，也提出了很多宝贵的意见，在此一并表示感谢！

最后再次对大家在使用本书的过程中提出的意见和批评表示感谢！同时也希望大家在使用本书的过程中，进一步提出您的宝贵意见，如果可以，请将您的意见和建议发送到我的邮箱：herocz007@yahoo.com，我将不胜感激！

陈忠才

目录 CONTENTS

前 言

MBA 考试题型展示及充分性判断的方法	1
---------------------	---

第一部分 基础篇

第一章 整数、有理数、实数	4
第一节 实数的运算	4
第二节 绝对值	9
第二章 整式与分式	13
第一节 整式	13
第二节 分式	17
第三章 方程与不等式	22
第一节 二次方程的解法	22
第二节 二次不等式的解法	26
第三节 应用题	31
第四章 数列	36
第一节 数列的概念	36
第二节 等差数列	39
第三节 等比数列	44
第五章 平面几何	49
第一节 平行线、三角形、 四边形	49

第二节 圆	55
-------	----

第六章 解析几何	60
----------	----

第一节 直线的方程	60
第二节 两条直线的位置关系	67
第三节 圆的方程	72
第四节 对称问题	77
第五节 直线和圆的位置关系	81

第七章 排列组合	85
----------	----

第一节 两个原理	85
第二节 排列	88
第三节 组合	91

第八章 概率	95
--------	----

第一节 随机事件及概率	95
第二节 互斥事件有一个发生的 概率	102
第三节 独立事件及概率	108

第二部分 高频考点模型篇

第九章 代数中的常规模型在 解决问题中的应用	114
---------------------------	-----

第一节 非负数模型	114
第二节 绝对值中的一个最值模型 的应用	115
第三节 对勾函数模型	116

第四节	整式除法中的常规模型	117			
第五节	见到 $x \pm \frac{1}{x} = A$ 常常两边平方模型的应用	118			
第六节	二次方程根的分布规律的应用模型	118			
第七节	数列问题中的常规模型	119			
第八节	分式运算中常见方法	120			
第十章	排列组合中的常规模型在解决问题中的应用	124			
第一节	合理分类与准确分步法模型	124			
第二节	正难反易转化法模型	124			
第三节	混合问题“先选后排”模型	124			
第四节	特殊元素“优先安排法”模型	125			
第五节	总体淘汰法模型	125			
第六节	局部问题“整体优先法”模型	125			
第七节	相邻问题—“元”法模型	125			
第八节	不相邻问题“插空法”模型	126			
第九节	顺序固定问题用“除法”模型	126			
第十节	构造“隔板法”模型	126			
第十一节	分排问题“直排法”模型	126			
第十二节	表格法模型	126			
第十一章	平面几何中的常规模型在解决问题中的应用	128			
第一节	平面几何中常见典型图形及应用模型	128			
第二节	应用模型解决问题	128			
第十二章	阴影部分面积的求法	131			
第一节	基本计算公式	131			
第二节	基本应用	131			
第十三章	立体几何中有关组合体模型在解决问题中的应用	135			
第一节	正方体的内切球模型	135			
第二节	球与正方体各个棱相切模型	135			
第三节	球的内接正方体模型	136			
第四节	圆柱的内切球模型	136			
第五节	正三棱柱的内切球模型	137			
附录 A	二次不等式与绝对值不等式	138			
附录 B	等差、等比数列	140			
附录 C	不等式	144			
附录 D	直线和圆	146			
附录 E	排列组合	151			
附录 F	概率	156			

MBA 考试题型展示及充分性判断的方法

一、MBA 考试题型说明

MBA 考试，只有两种题型，一是“问题求解”，二是“充分性判断”，下面先说说这两种题型的呈现形式。

题型一：问题求解

展示：问题求解（每小题 3 分，共 45 分，在每小题的 5 项选择中选择一项）

1. 若 $a:b = \frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ ，则 $\frac{12a+16b}{12a-8b} = (\quad)$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. -3 E. -2

说明：

(1) 这种题共有 15 个，每题 3 分，共计 45 分。

(2) 这种题是从 5 个选择支中选取正确的答案，5 个答案中只有一个是正确的。

题型二：充分性判断

展示：充分性判断（每小题 2 分，共 30 分）

解题说明：

本大题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论，阅读条件后选择：

A：条件（1）充分，但条件（2）不充分

B：条件（2）充分，但条件（1）不充分

C：条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分

D：条件（1）充分，条件（2）也充分

E：条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分

2. $-1 < x \leq \frac{1}{3}$

(1) $\left| \frac{2x-1}{x^2+1} \right| = \frac{1-2x}{1+x^2}$

$$(2) \left| \frac{2x-1}{3} \right| = \frac{2x-1}{3}$$

说明:

(1) 充分性判断这种题共有 10 题, 每题 3 分, 共计 30 分。

(2) 这种题的选择支不同于“问题求解题”, 它只有两个分支, 答案是从“解题说明”的 5 个选择支中选择, 只有一个答案正确。

二、充分性判断题的常规做法

充分性判断题是 MBA 考试中的一种必考题型, 那么对于充分性判断有哪些方法呢? 下面逐一说明:

(一) 定义及解题说明

1. 定义: 由条件 A 成立, 就可以推出结论 B 成立, 即 $A \Rightarrow B$, 则称 A 是 B 的充分条件; 如果由条件 A , 不能推出结论 B 成立, 即 $A \nRightarrow B$, 则称 A 不是 B 的充分条件。
2. 解题说明: 本题要求判断所给出的条件能否充分支持题干中的结论, 阅读每小题中的条件 (1) 和 (2) 后进行选择。
 - (A) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 不充分
 - (B) 条件 (2) 充分, 条件 (1) 不充分
 - (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分
 - (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分
 - (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分

(二) 判断充分性的几种方法

1. 定义法, 也称互推法

这种方法就是看条件 (1) 和 (2) 能否推出题干部分, 是考生最常用的方法。

【例 1】(充分性判断) 方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$(1) x = -1 \quad (2) x = 2$$

【解】 由条件 (1) $x = -1$, 可以知道: $x^2 - 3x - 4 = (-1)^2 - 3 \times (-1) - 4 = 0$

即由条件 (1) 能推出 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 成立;

由条件 (2) $x = 2$, 可以知道: $x^2 - 3x - 4 = 2^2 - 3 \times 2 - 4 \neq 0$

即由条件 (2) 不能推出 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 成立;

所以, (1) 充分, (2) 不充分, 选 A。

2. 集合法

把条件 A 看做一个集合, 把结论 B 也看做一个集合, 如果 $A \subseteq B$, 那么条件 A 就是 B 成立的

充分条件; 如果 $A \not\subset B$, 那么条件 A 就不是 B 成立的充分条件。

【例 2】(充分性判断) $x(1-2x) > 0$

$$(1) x < 0 \quad (2) 0 < x < \frac{1}{2}$$

【解】 $x(1-2x) > 0 \Leftrightarrow x(2x-1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$ (1) 中 $x < 0$ 构成的集合不是 $0 < x < \frac{1}{2}$ 构成集合的子集, 所以 (1) 不能推出 $x(1-2x) > 0$ 。

(2) 中 $0 < x < \frac{1}{2}$ 构成的集合是 $0 < x < \frac{1}{2}$ 构成集合的子集, 所以 (2) 能推出 $x(1-2x) > 0$

所以, (1) 不充分, (2) 充分, 选 B。

【例 3】(充分性判断) $3-2x^2 > x$ 成立

$$(1) -2 < x < 0 \quad (2) 1 < x < 2$$

【解】 原不等式可以化为: $2x^2 + x - 3 < 0$, 即: $(2x+3)(x-1) < 0$, 则此不等式解的集合是 $\{x | -\frac{3}{2} < x < 1\}$,

$$\text{但 } \{x | -2 < x < 0\} \not\subset \{x | -\frac{3}{2} < x < 1\},$$

$$\{x | 1 < x < 2\} \not\subset \{x | -\frac{3}{2} < x < 1\}$$

$$\text{且 } \{x | -2 < x < 0\} \cap \{x | 1 < x < 2\} \not\subset \{x | -\frac{3}{2} < x < 1\}$$

因此, 条件 (1) 和条件 (2) 都不充分, 联合起来也不充分, 选 E。

说明:

(1) 定义法和集合法是在考试中常用的两种方法, 大家在学习过程中可以根据题目的具体特点选择合适的方法。

(2) 除了上述两种方法, 有时也可以用特值排除法和观察法来进行解答。

【例 4】(充分性判断) 不等式 $|x+2| \geq |x|$ 成立

$$(1) x \geq -1 \quad (2) x \geq 1$$

【解】 在满足 (1) $x \geq -1$ 的范围内取一个特殊值 $x = -0.9$, 代入发现不满足, 因此 (1) 不充分, 观察题目呈现的特点, 很容易发现满足 (2) $x \geq 1$ 的时候一定能得到 $|x+2| \geq |x|$ 。

因此, (1) 不充分, (2) 充分, 选 A。

第一部分 基础篇

第一章 整数、有理数、实数

解题说明

本章如果涉及“充分性判断”的问题，都是从以下 5 个选择支中选择正确的选项：

A：条件（1）充分，但条件（2）不充分

B：条件（2）充分，但条件（1）不充分

C：条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分

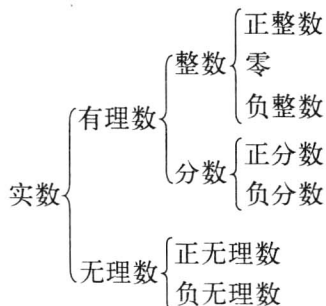
D：条件（1）充分，条件（2）也充分

E：条件（1）和（2）单独都不充分，条件（1）和条件（2）联合起来也不充分

第一节 实数的运算

提纲挈领

1. 实数的分类



2. 实数基本性质

(1) 实数与数轴上的点一一对应。

(2) 如果 a 、 b 是任意两个实数，则在 $a > b$ 、 $a = b$ 、 $a < b$ 中有且只有一个关系成立。

(3) 如果 a 是任意实数, 则 $a^2 \geq 0$ 。

3. 整数的分类及整除的概念

(1) 整数 $\begin{cases} \text{奇数} \\ \text{偶数} \end{cases}$

(2) 正整数 $\begin{cases} 1 \\ \text{质数} \\ \text{合数} \end{cases}$

(3) 数的整除: 当整数 a 除以非 0 的整数 b 的时候, 如果商为整数而余数为 0, 则称 a 能被 b 整除, 或者叫 b 能整除 a 。

倍数、约数: 如果 a 能被 b 整除, 则称 a 为 b 的倍数, b 为 a 的约数。

质数: 一个数的约数只有 1 和它本身。

合数: 一个数的约数除了 1 和它本身之外, 还有其他的约数。

互质数: 如果两个数的公约数只有 1, 则称这两个数为互质数。

4. 实数运算中常见的公式

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}, \quad \frac{1}{a^p} = a^{-p}, \quad \frac{1}{\sqrt[q]{a^p}} = a^{-\frac{p}{q}}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m; \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

庖丁解牛

【例 1】 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{10 \times 11} = (\quad)$

A. $\frac{10}{11}$ B. $\frac{2}{11}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{4}{11}$ E. $\frac{5}{11}$

【解】 原式 $= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$
 $= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

【答案】 A

举一反三

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{17 \times 19} = (\quad)$$

- A. $\frac{18}{19}$ B. $\frac{9}{19}$ C. $\frac{8}{19}$ D. $\frac{7}{19}$ E. $\frac{16}{19}$

〔答案〕 B

〔例 2〕 $9 + 99 + 999 + \cdots + 99\,999\,999 = (\quad)$

- A. $\frac{10^7 - 82}{9}$ B. $\frac{10^9 - 82}{9}$ C. $\frac{10^8 - 82}{10}$
D. $\frac{10^8 - 82}{9}$ E. $\frac{10^8 + 82}{9}$

〔解〕 原式 $= (10 - 1) + (10^2 - 1) + \cdots + (10^8 - 1)$
 $= (10 + 10^2 + 10^3 + \cdots + 10^8) - 8$
 $= \frac{10(1 - 10^8)}{1 - 10} - 8$
 $= \frac{10^9 - 82}{9}$

〔答案〕 B

举一反三

$$\frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9}\right)}{0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 + \cdots + 0.9} = (\quad)$$

- A. $\frac{2}{81}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{81}{2}$ E. $\frac{14}{9}$

〔解〕

$$\text{分子} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\text{分母} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9}{10} = \frac{9}{2}$$

$$\text{原式} = \frac{2}{81}$$

〔答案〕 A

〔例 3〕 有一个正的既约分数，如果分子加上 24，分母加上 54 后，其分数值不变，那么此既约分数的分子与分母的乘积为 ()

- A. 30 B. 24 C. 32 D. 38 E. 36

〔解〕 设此既约分数为 $\frac{n}{m}$

$$\text{则 } \frac{n+24}{m+54} = \frac{n}{m}$$

$$\text{整理得: } \frac{n}{m} = \frac{24}{54} = \frac{4}{9}$$

$$\text{所以 } mn = 36$$

【答案】 E

举一反三

(充分性判断) 新分数比原来分数减少的百分率是 30%。

(1) 分子减少 25%，分母增加 25%。

(2) 分子减少 25%，分母增加 20%。

【答案】 条件 (1) 和条件 (2) 都不充分，选 E。

【例 4】 把无理数 $\sqrt{3}$ 记做 a ，它的小数部分记做 b ，则 $a - \frac{1}{b} =$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2 E. 以上答案均不正确

【解】 $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{3} - 1$

$$\text{所以 } a - \frac{1}{b} = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

【答案】 E

举一反三

设 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分为 a ，小数部分为 b ，则 $ab - \sqrt{5} =$ ()

- A. 3 B. 2 C. -1 D. -2 E. 0

【解】 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$,

$$\text{则 } a = 2, b = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - 2$$

$$\text{则 } ab - \sqrt{5} = -1$$

【答案】 C

【例 5】 (充分性判断) $a = b = 0$

$$(1) ab \geq 0, \left(\frac{1}{2}\right)^{a+b} = 1$$

(2) a, b 是有理数, m 是无理数, 且 $a + bm = 0$

【解】 由条件 (1) $a + b = 0$, 而 $ab \geq 0$, 则必有 $a = b = 0$, 因此, 条件 (1) 充分;

由条件 (2) $a = -bm$, 因为 a, b 是有理数, 而 m 是无理数, 必有 $a = b = 0$, 即条件 (2) 也充分。

【答案】 D

举一反三

(充分性判断) 等式 $\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$ 成立

(1) $x > 3$; (2) $x < 3$

【解】 要使 $\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$ 成立

$$\text{必有} \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$$

即 $x > 2$

所以, 条件(1)充分, 而条件(2)不充分。

【答案】 A

小试牛刀

- 下列命题中: (1) 几个有理数相乘, 如果负因数个数是奇数, 则积必为负; (2) 两数之积为1, 那么这两数都是1或都是-1; (3) 两个实数之和为正数, 积为负数, 则两数异号, 且正数的绝对值大; (4) 一个实数的偶次幂是正数, 那么这个实数一定不等于零, 其中错误的命题的个数是 () 个
 A. 1 B. 2 C. 3
 D. 4 E. 5
- 下列说法正确的是 ()
 A. 有理数都是实数
 B. 实数都是有理数
 C. 带根号的数都是无理数
 D. 无理数都是开方开不尽的数
 E. 上述说法都不对
- 四个各不相等的整数 a 、 b 、 c 、 d , 它们的乘积 $a \cdot b \cdot c \cdot d = 9$, 则 $a + b + c + d =$ ()
 A. 0 B. 6 C. 8
 D. 12 E. 不确定
- $\frac{1}{16 \times 17} + \frac{1}{17 \times 18} + \frac{1}{18 \times 19} + \frac{1}{19 \times 20} =$ ()
 A. $\frac{1}{80}$ B. $\frac{1}{79}$ C. $\frac{1}{167}$
 D. $\frac{1}{32}$ E. $\frac{9}{80}$
- 如果 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 那么 $x^4 + \frac{1}{x^4} =$ ()
 A. 30 B. 47 C. 4 或 0
 D. 1 E. 以上答案都不对

6. 两个正整数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90, 满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有 () 对

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. 无数对

7. (充分性判断) $x = \frac{199}{100}$ 成立

(1)

$$x = \frac{198 + \left(\frac{1}{23\,456} \right)^0}{(2\,002 + 2\,000 + 1\,998 + \cdots + 4 + 2) - (2\,001 + 1\,999 + 1\,997 + 1\,995 + \cdots + 3 + 1)}$$

$$(2) x = 1 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$$

8. (充分性判断) $x = \sqrt{3} - 1$

$$(1) x = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$$

$$(2) x = \sqrt{8 - \sqrt{12}}$$

9. (充分性判断) 整数 n 是 35 的倍数

(1) n 是 5 的倍数

(2) n 是 7 的倍数

参考答案: 1. B 2. A 3. A 4. A 5. B 6. C 7. B 8. B 9. C

第二节 绝对值

提纲挈领

$$1. |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

$$2. |a| = a \Leftrightarrow a \geq 0$$

$$3. |a| = -a \Leftrightarrow a \leq 0$$

$$4. |-a| = |a|$$

5. $|a| \geq 0$, 即任何一个实数的绝对值都是非负数

6. $a^{2n} \geq 0$, 即任何一个实数的偶数次方都是非负数

7. $\sqrt{a} \geq 0$ (a 是非负数), 即任何一个非负数的算术平方根是非负数

8. 若干个非负数的和为 0 时, 只有这若干个非负数同时为 0

9. $|a|$ 表示数轴上实数 a 对应的点到原点的距离, 可以说距离就是绝对值

$$10. |a| = A (A \geq 0) \Leftrightarrow a = \pm A$$

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a \text{ (简称: 小于夹中间)}$$

$$|x| > a \quad \Leftrightarrow \quad x > a \text{ 或 } x < -a \quad (\text{简称: 大于在两边})$$

$$11. -|a| \leq a \leq |a|$$

$$12. \text{三角不等式: } ||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$



庖丁解牛

【例 1】已知: $\left| \frac{3-2x}{3} \right| = \frac{2x-3}{3}$, 求 x 的取值范围

【解】根据题有: $\frac{3-2x}{3} \leq 0$

$$\text{所以 } x \geq \frac{3}{2}$$

举一反三

$$\left| \frac{5x-3}{2x+5} \right| = \frac{3-5x}{2x+5}, \text{ 则 } x \text{ 的取值范围是 ()}$$

$$\text{A. } x < -\frac{5}{2} \text{ 或 } x \geq \frac{3}{5} \quad \text{B. } -\frac{5}{2} < x \leq \frac{3}{5}$$

$$\text{C. } -\frac{5}{2} < x < \frac{3}{5} \quad \text{D. } -\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{5}{2}$$

E. 以上都不正确

【答案】B

【例 2】求适合下列条件的 x

$$(1) |x-3| = 8; (2) |x-3| \leq 8; (3) |x-3| > 8$$

【解】(1) $x-3 = 8$ 或 $x-3 = -8$

$$\text{所以 } x = 11 \text{ 或 } x = -5$$

$$(2) -8 \leq x-3 \leq 8$$

$$\therefore -5 \leq x \leq 11$$

$$(3) x-3 > 8 \text{ 或 } x-3 < -8$$

$$\therefore x > 11 \text{ 或 } x < -5$$

举一反三

使得 $\frac{2}{|x-2|-2}$ 不存在的 x 是 ()

$$\text{A. } 4 \quad \text{B. } 0 \quad \text{C. } 4 \text{ 或 } 0 \quad \text{D. } 1 \quad \text{E. 以上都不正确}$$

【答案】C

【例 3】已知 $(x-2y+1)^2 + \sqrt{x-1} + |2x-y+z| = 0$, 则 $x^{y+z} = ()$

$$\text{A. } 1 \quad \text{B. } 2 \quad \text{C. } \frac{1}{2} \quad \text{D. } 3 \quad \text{E. 以上答案都不对}$$

【解】 根据条件有:

$$\begin{cases} x-2y+1=0 \\ x-1=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$$

$$\therefore x^{y+z}=1$$

【答案】 A

举一反三

已知 $|x-y+1| + (2x-y)^2 = 0$,

则 $\log_y x =$ _____

【答案】 0

【例 4】(充分性判断) $\frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b} = -2$

(1) $a < 0$ (2) $b > 0$

【解】 只由条件 (1) 显然不能推出结论,

只由条件 (2) 也不能推出结论,

但条件 (1) 和条件 (2) 相结合可以推出结论。

【答案】 C

举一反三

(充分性判断) $\frac{|a|}{a} - \frac{|b|}{b} = -2$

(1) $a < 0$ (2) $b > 0$

【答案】 C

【例 5】如果关于 x 的不等式: $|3-x| + |x-2| < a$ 的解集是空集, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a < 1$ B. $a \leq 1$ C. $a > 1$ D. $a \geq 1$ E. $a \neq 1$

【解】 $\because [|3-x| + |x-2|]_{\min} = 1$

$\therefore |3-x| + |x-2| < a$ 的解集是空集时, $a \leq 1$

【答案】 B

举一反三

(充分性判断) 不等式 $|x-2| + |4-x| < s$ 无解

(1) $s \leq 2$ (2) $s > 2$

【答案】 (1) 充分, (2) 不充分, 所以选 A。

小试牛刀

1. 已知 $|a|=8$, $|b|=2$, $|a-b|=b-a$, 则 $a+b$ 的值是 ()