浙大优学

初中课外拓展训练

◎ 孙青儿 主编

变式提优

变式训练

提优训练

综合创新

数学

典型例题精讲评注，提优习题拓展训练，
多角度理解数学方法，促进学生向“智力型”发展

八年级下

SHUXUE

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

初中课外拓展训练
变式提优

数学(八年级下)

主　编　孙青儿

编　委　屠丹军　卢华伟　邵火强
叶伟亮　孙　科　钟建军
何勇明　史习舟　李雪松
孙亚明　汪　黎　华燕儿

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中课外拓展训练：变式提优. 数学. 八年级. 下/孙青儿主编. —杭州：浙江大学出版社，2011. 11

ISBN 978-7-308-09107-7

Ⅰ. ①初… Ⅱ. ①孙… Ⅲ. ①中学数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 187520 号

初中课外拓展训练：变式提优　数学(八年级下)

孙青儿　主编

责任编辑　夏晓冬
封面设计　刘依群
出版发行　浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号　邮政编码 310007)
(网址：http://www.zjupress.com)
排　　版　杭州大漠照排印刷有限公司
印　　刷　浙江云广印业有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　10.25
字　　数　255 千字
版 印 次　2011 年 11 月第 1 版　2011 年 11 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-308-09107-7
定　　价　18.00 元

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

编 写 说 明

全面减轻学生过重的课业负担，让学生从题海战术中走出来，提高学习效率，是当前中小学教育急需解决的重大课题。数学课堂教学不仅仅是为了让学生获取知识，还应该让学生有全面的发展。在课堂教学中，学生应有自己的思维活动的时间和空间，能够在学习知识、掌握技能的过程中将自己的体验与课本结合起来。

《初中课外拓展训练 变式提优》丛书，通过典型例题精讲评注，提优创新习题拓展训练，帮助学生多角度地理解数学方法、归纳数学方法，使学生从"知识型"向"智力型"转换；遵循针对性原则、可行性原则、参与性原则；源于课本、高于课本、循序渐进、有的放矢、纵向联系、温故知新，以激发学生的学习兴趣，提高创新能力。

本书强调以数学新课程标准为准则，切合教学实际编写，在内容的设置上根据学生的认知水平注重学生的思维过程，让学生切实掌握知识，形成能力。

丛书由我社邀请省内各地名师编写，分七年级上、下，八年级上、下，九年级全一册共五册。每册内容与现行浙教版教材同步，按章节具体分为以下三大块栏目：

变式训练：例题紧扣教材，具有典型性，代表性。变式习题即变换问题中的条件、形式、内容或图形的位置，而问题的实质不变；善于抓住问题的本质，且根据知识间的内在联系，把问题的可能范围向纵横方向引伸和扩充。这不但有利于巩固知识，而且还能增强学生的应变创新能力。

提优训练：经过反复琢磨、认真筛选、精心设计，提优训练习题设计丰富多样，内容鲜活，紧贴生活实际，由易到难，层层递进，让学生夯实基础，深入理解教材各个知识点，为进一步提升应用和应变能力打下扎实的基础。

综合创新：题目新颖、纵深拓展、优化整合，具有一定的综合性、灵活性、开阔性、实践性，既拓展了学生的视野又发展了学生创新思维，从而提高学生的学习效率和数学素养。

本丛书的出版为学生提供了一个很好的能力提高方法，通过扎实训练，学习肯定事半功倍。当然，在出版过程中难免出现一些不足之处，欢迎广大老师和学生批评指正。

浙江大学出版社

2011.11

Contents 目 录

第一章　二次根式

（一）变式训练

专题一　二次根式的概念问题

例 1　在式子 $\sqrt{x+1}$，$\sqrt{\frac{3}{2}}$，$\sqrt{a^2+1}$，$\sqrt{0}$，$\sqrt{x^2}$，$\sqrt{-2}$ 中，一定是二次根式的有　（　　）

A. 6 个　　B. 5 个　　C. 4 个　　D. 3 个

分析：在 $\sqrt{x+1}$ 中，由于 $x+1$ 不能确保是非负数，所以 $\sqrt{x+1}$ 不一定是二次根式；

在$\sqrt{\frac{3}{2}}$中，被开方数$\frac{3}{2}$显然是非负数，所以$\sqrt{\frac{3}{2}}$是二次根式；

在 $\sqrt{a^2+1}$ 中，不论 a 是何实数，a^2+1 总是非负数，所以 $\sqrt{a^2+1}$ 是二次根式；

类似地，易知$\sqrt{0}$和 $\sqrt{x^2}$ 也是二次根式；$\sqrt{-2}$的被开方数显然是负数，它不是二次根式.

综上，一定是二次根式的共有 4 个，故选 C.

解　选 C.

点评：二次根式的根指数一定是 2，被开方数是非负数，被开方数不能确定是正实数还是负实数或者是零的都不是二次根式.

【变式训练 1】

下列各式中，哪些是二次根式，哪些不是二次根式？

① $\sqrt{3}$；　② $\sqrt{-3}$；　③ $\sqrt{(-5)^2}$；

④ $\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}$；　⑤ $\sqrt{5-x}(x\leqslant 5)$；　⑥ $\sqrt{x^2-2x+1}$.

例 2　当 x 取什么实数时，下列各式有意义？

(1) $\sqrt{-x}$；　(2) $\sqrt{(2x-1)^2}$；　(3) $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2-x}$；

(4) $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{2-x}}$；　(5) $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$.

分析：(1) 由 $-x\geqslant 0$，得 $x\leqslant 0$. ∴ 当 $x\leqslant 0$ 时，原式在实数范围内有意义.

(2) ∵ x 取任意实数时，$(2x-1)^2\geqslant 0$ 都成立，∴ 当 x 取任意实数时，原式在实数范围

内都有意义.

(3) 由 $x-1\geqslant 0$ 且 $2-x\geqslant 0$ 得 $1\leqslant x\leqslant 2$, ∴ 当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时,原式在实数范围内有意义.

(4) 由 $x\geqslant 0, 2-x>0$ 得 $0\leqslant x<2$. ∴ 当 $0\leqslant x<2$ 时,原式在实数范围内有意义.

(5) 由 $x+1\geqslant 0$ 且 $x-1\neq 0$ 得 $x>-1$,且 $x\neq 1$,∴ 当 $x>-1$,且 $x\neq 1$ 时,原式在实数范围内有意义.

【变式训练 2】

x 是怎样的数时,下列各式有意义?

① $\sqrt{x+3}$; ② $\sqrt{\dfrac{2}{1-x}}$; ③ $\dfrac{(x-1)^0}{\sqrt{x+1}}$; ④ $\sqrt{(x+2)^2}$.

【变式训练 3】

下列代数式中一定有意义的是 ( )

A. $\sqrt{-x}$ B. $\sqrt{1-x}$ C. $\sqrt{x^2+1}$ D. $\sqrt{\dfrac{1}{x}}$

专题二 二次根式的性质

例 3 化简计算:

(1) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ (2) $\sqrt{\left(32\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(16\dfrac{1}{2}\right)^2}$

(3) $\sqrt{\dfrac{0.04\times 169}{0.64\times 196}}$ (4) $\sqrt{\dfrac{(2-a)^2}{a-2}}(a<2)$

分析:(1) 式子中的$\sqrt{3}-2$可以看作一个整体,按$\sqrt{a^2}=|a|$来化简,但要注意$\sqrt{3}-2$的正负性.

(2) 式子$\left(32\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(16\dfrac{1}{2}\right)^2$可以按平方差公式先分解因式,再按$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$来化简.

(3) $\sqrt{\dfrac{0.14\times 169}{0.64\times 196}}$可以按$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$来计算.

(4) 式子中的$2-a$可以看作一个整体,按$\sqrt{a^2}=|a|$来化简,但要注意$2-a$的正负性.

解 ∵ $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=|\sqrt{3}-2|=2-\sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{\left(32\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(16\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(32\dfrac{1}{2}-16\dfrac{1}{2}\right)\left(32\dfrac{1}{2}-16\dfrac{1}{2}\right)}=\sqrt{49\times 16}=\sqrt{49}$

$\times \sqrt{16} = 28$.

(3) $\sqrt{\dfrac{0.04 \times 169}{0.64 \times 196}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 169}{64 \times 196}} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{14} = \dfrac{13}{56}$.

(4) $\dfrac{\sqrt{(2-a)^2}}{a-2}(a<2) = \dfrac{|2-a|}{a-2} = \dfrac{2-a}{a-2} = -1$.

点评：应用二次根式的性质化简时，要注意题中被开方数的正负性.

【变式训练 4】

化简计算：

(1) $\sqrt{(3.14-\pi)^2}$；　　(2) $\sqrt{\dfrac{17^2-8^2}{125}} + \sqrt{(-225)\times(16)}$；

(3) $\sqrt{\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2 - 4}(0<x<1)$；　　(4) $\sqrt{x^2-10x+25} - (\sqrt{4-x})^2$.

例 4　计算：

(1) $\sqrt{0.4} \times \sqrt{3.6}$；　　(2) $\sqrt{16 \times 81}$；

(3) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$；　　(4) $\dfrac{\sqrt{6x^2y}}{\sqrt{3xy}}$.

分析：第(1)小题的被开方数都是小数，先将被开方数进行因数分解，

第(2)小题利用公式 $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ 直接化简；

第(3)和(4)题可利用公式 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 进行计算.

解　(1) $\sqrt{0.4} \times \sqrt{3.6} = \sqrt{0.4 \times 3.6} = \sqrt{0.4 \times 0.4 \times 9} = 0.4 \times 3 = 1.2$；

(2) $\sqrt{16 \times 81} = \sqrt{16} \times \sqrt{81} = 4 \times 9 = 36$；

(3) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{18}{6}} = \sqrt{3}$；

(4) $\dfrac{\sqrt{6x^2y}}{\sqrt{3xy}} = \sqrt{\dfrac{6x^2y}{3xy}} = \sqrt{2x}$.

点评：对于公式 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}(a \geqslant 0, b \geqslant 0)$，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}(a \geqslant 0, b > 0)$，我们可以反过来，即得到 $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}(a \geqslant 0, b \geqslant 0)$，$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \geqslant 0, b > 0)$，利用这个公式，同样可以达到化简二次根式的目的.

【变式训练 5】

计算：

(1) $\sqrt{27} \cdot (-3\sqrt{3})$；　　(2) $\dfrac{2\sqrt{18}}{\sqrt{24}}$；

(3) $\sqrt{53^2-28^2}$;　　(4) $\sqrt{\dfrac{1.2\times10^2}{3\times10^5}}$.

例5 计算:

(1) $2\sqrt{3}-3\sqrt{\dfrac{1}{3}}-\sqrt{8}+\dfrac{1}{2}\sqrt{12}$.

(2) $3\sqrt{3\dfrac{1}{2}}\times\left(-\dfrac{1}{8}\sqrt{1\dfrac{4}{7}}\right)\div\dfrac{1}{4}\sqrt{5\dfrac{1}{2}}$.

分析: 二次根式的加减法,首先把二次根式化成最简二次根式,再合并同类二次根式.注意二次根式前面的系数,如果是带分数,则一定要写成假分数的形式.

几个二次根式相乘除,将系数、被开方数分别相乘除.

解 (1) 原式 $=2\sqrt{3}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$.

(2) 原式 $=3\sqrt{\dfrac{7}{2}}\times\left(-\dfrac{1}{8}\sqrt{\dfrac{11}{7}}\right)\div\dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{11}{2}}$

$=-3\times\dfrac{1}{8}\times\sqrt{\dfrac{7}{2}\times\dfrac{11}{7}}\div\dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{11}{2}}=-\dfrac{3}{8}\sqrt{\dfrac{11}{2}}\div\dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{11}{2}}$

$=-\dfrac{3}{8}\times4\sqrt{\dfrac{11}{2}\times\dfrac{2}{11}}=-\dfrac{3}{2}$.

点评: 二次根式加减法的步骤:(1) 先化成最简二次根式,后寻找同类二次根式;(2) 合并同类二次根式;二次根式相乘除,就是利用乘除法则计算,注意结果中的二次根式必须是最简二次根式.

【变式训练 6】

(1) $(-\sqrt{3})^2+\sqrt{(-3)^2}-6\sqrt{\dfrac{1}{3}}$;　　(2) $(4\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2$;

(3) $2\sqrt{12}+3\sqrt{1\dfrac{1}{3}}-\sqrt{5\dfrac{1}{3}}-\dfrac{2}{3}\sqrt{48}$;　　(4) $9\sqrt{45}\div\dfrac{3}{4}\sqrt{\dfrac{1}{5}}\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)\sqrt{2\dfrac{2}{3}}$.

专题四　二次根式的实际应用

例6　已知△ABC的三边a，b，c满足$a^2+b+|\sqrt{c-1}-2|=10a+2\sqrt{b-4}-22$，则△$ABC$为　　（　　）

A. 等腰三角形　　B. 正三角形　C. 直角三角形　D. 等腰直角三角形

分析：要判断三角形的形状，就要找出三边a,b,c之间的关系，联想到非负数，可利用因式分解将所给等式进行变形，变成几个非负数之和为0的形式，再根据非负数的性质找出三边a,b,c之间的关系，从而确定三角形的形状.

解　由已知条件得$a^2-10a+b-2\sqrt{b-4}+22+|\sqrt{c-1}-2|=0$.

变形得　$a^2-10a+25+(\sqrt{b-4})^2-2\sqrt{b-4}+1+|\sqrt{c-1}-2|=0$.

所以$(a-5)^2+(\sqrt{b-4}-1)^2+|\sqrt{c-1}-2|=0$.

根据非负数的性质得$a-5=0$，$\sqrt{b-4}-1=0$，$\sqrt{c-1}-2=0$.

所以$a=5$，$b=5$，$c=5$.

所以△ABC为等边三角形，故应选B.

点评：非负数的应用是非常广泛的，我们在平时的复习中，要善于进行总结和归纳，将所学的知识点串联起来，变单个的知识点为互通的知识面，同时要注意学科内知识点间的整合和综合，提高学习效率.

【变式训练7】

已知$x+y+z=2(\sqrt{x}+\sqrt{y+1}+\sqrt{z-1})-3$，求$xyz$的值.

例7　已知$\sqrt{11}-1$的整数部分是a，小数部分是b，则$(\sqrt{11}+a)(b+1)=$________.

解析：$\because 3<\sqrt{11}<4$，$\therefore 2<\sqrt{11}-1<3$，故$\sqrt{11}-1$的整数部分是2，即$a=2$.

$\therefore$ $\sqrt{11}-1$的小数部分是$\sqrt{11}-1-2=\sqrt{11}-3$，即$b=\sqrt{11}-3$.

$\therefore$ 原式$=(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-3+1)=(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-2)=(\sqrt{11})^2-2^2=7$.

点评：有关求二次根式表示的数的整数部分和小数部分的问题，通常用估算法估计这个用二次根式表示的数在哪两个整数之间，从而确定其整数部分，用原数减去整数部分就可得到小数部分.

【变式训练8】

设$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$的整数部分是$a$，小数部分是$b$，试求$a^2+b^2$的值.

例 8 在实数范围内分解因式:

(1) x^4-9;　　　　(2) x^2+2x-1.

分析: 只要把题中的式子化成公式的形式就能因式分解.

解 (1) 原式 $=(x^2+3)(x^2-3)=(x^2+3)[x^2-(\sqrt{3})^2]$

$=(x^2+3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$.

(2) 原式 $=x^2+2x+1-2=(x+1)^2-2=(x+1)^2-(\sqrt{2})^2$

$=(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$.

点评: (1) 上面的化简过程中还是应用了 $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$ 的性质,即把一个非负数写成一个数的平方的形式,再利用平方差公式分解因式.

(2) 在实数范围内,因式分解的方法及公式仍然适用,有些多项式在有理数范围内不能再分解,但在实数范围内却可以分解.

(3) 因式分解时要弄清题目要求在什么范围内分解,分解要彻底,一般地,如果题目中没有明确指出分解的范围,都是指在有理数范围内分解.

【变式训练 9】

在实数范围内分解因式:

(1) $6x^3-3x$;　　　　(2) $x^2-2\sqrt{3}x+3$.

专题五　条件二次根式的运用

例 9 已知 $a=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, b=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,求代数式 $\dfrac{\sqrt{ab}+(a+b)^2}{\sqrt{ab}-(a+b)^2}$ 的值.

分析: 此题如果直接代入计算,则计算量较大,而且容易出错,通过观察已知条件和欲求值的式子,发现它们都可以化简,这样采取变问题的条件和结论的方法,然后采用整体代入的思想,比较容易求出问题的解.

解 因为 $a=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, b=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,

所以 $ab=1, a+b=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{6}+2+3-2\sqrt{6}+2=10$,所以 $\dfrac{\sqrt{ab}+(a+b)^2}{\sqrt{ab}-(a+b)^2}=\dfrac{1+100}{1-100}=-\dfrac{101}{99}$.

点评: 有关二次根式中的不少公式、法则都有一定的隐含条件,求解时,若能及时发现其中的条件,就能使问题柳暗花明. 本题在求解的过程中运用了整体代入的数学思想,即直

接从已知条件中挖掘答案，显然既简洁又巧妙.

【变式训练 10】

已知 $x+y=-4, xy=2$，求$\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}$的.

【变式训练 11】

已知 $a=\sqrt{5}+2, b=\sqrt{5}-2$，则$\sqrt{a^2+b^2+7}$的值为　　(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

【变式训练 12】

已知 $\sqrt{x^2+8x+16}+\sqrt{x^2-12x+36}=10$，化简：$\sqrt{(2x+8)^2}+|2x-12|$.

专题六：分类讨论的数学思想

例 10　若化简 $|1-x|-\sqrt{x^2-8x+16}$ 的结果为 $2x-5$，则 x 的取值范围是　　(　　)

A. x 为任意实数　　B. $1\leqslant x\leqslant 4$　　C. $x\geqslant 1$　　D. $x\leqslant 4$

分析：当 $x\geqslant 1$ 时，$|1-x|=x-1$，　①

当 $x\leqslant 1$ 时，$|1-x|=1-x$，　②

因为 $\sqrt{x^2-8x+16}=\sqrt{(x-4)^2}=|x-4|$，所以当 $x\geqslant 4$ 时，$|x-4|=x-4$，　③

当 $x\leqslant 4$ 时，$|x-4|=4-x$.④

因此只有①式减④式的结果才为 $2x-5$，x 的取值范围是 $1\leqslant x\leqslant 4$.

解　选 B.

点评：此题运用了一种重要的数学思想方法——分类讨论，其应用极为广泛，在运用这种方法解题时，一是要有强烈的分类意识，善于从具体问题中抓住分类的对象；二是要斟酌问题的实际情况，找出科学的分类标准，这个标准应当满足互斥、无漏、最简的原则.

【变式训练 13】

若代数式$\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-4)^2}$的值是常数 2，求 a 的取值范围.

(二) 提优训练

1. $\sqrt{\dfrac{1}{18-x}}$是二次根式,则 x 的取值范围是 ( )

A. $x \neq 18$ 的实数 B. $x < 18$ 的实数 C. $x \geqslant 18$ 的实数 D. $x > 0$ 且 $x \neq 18$

2. 在式子 $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$, $\sqrt{a^2+1}$, $\sqrt{0}$, $\sqrt{x^2}$, $\sqrt{-2}$ 中,一定是二次根式的有 ( )

A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

3. 化简 $\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$ 得 ( )

A. 2 B. $-4x+4$ C. -2 D. $4x-4$

4. 下列计算错误的是 ( )

A. $\sqrt{14}\times\sqrt{7}=7\sqrt{2}$ B. $\sqrt{60}\div\sqrt{5}=2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{9a}+\sqrt{25a}=8\sqrt{a}$ D. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

5. 若 $x<2$,化简 $\sqrt{(x-2)^2}+|3-x|$ 的结果为 ( )

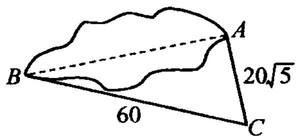
A. -1 B. 1 C. $2x-5$ D. $5-2x$

6. 把 $(a-1)\sqrt{\dfrac{1}{1-a}}$ 根号外的因式移入根号内,其结果是 ( )

A. $\sqrt{1-a}$ B. $-\sqrt{1-a}$ C. $\sqrt{a-1}$ D. $-\sqrt{a-1}$

7. 若 x、y 是实数,且 $y<\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x}+2$. 则化简 $\dfrac{|y-2|}{y-2}=$________.

8. 如图,池塘边有两点 A, B,点 C 是与 BA 方向成直角的 AC 方向上的一点,现测得 $CB=60\text{ m}$, $AC=20\sqrt{5}\text{ m}$,则 A, B 两点间的距离为________.



9. 观察下列各式:$\sqrt{1+\dfrac{1}{3}}=2\sqrt{\dfrac{1}{3}}$, $\sqrt{2+\dfrac{1}{4}}=3\sqrt{\dfrac{1}{4}}$, $\sqrt{3+\dfrac{1}{5}}=4\sqrt{\dfrac{1}{5}}$, ……请你将猜想到的规律用含自然数 $n(n\geqslant 1)$ 的代数式表示出来:

__________.

10. 设 $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $b=2-\sqrt{3}$, $c=\sqrt{5}-2$, 则 a, b, c 的大小关系是________.

11. 计算:

(1) $\dfrac{\sqrt{41^2-40^2}}{\sqrt{3^2+4^2}}$; (2) $\dfrac{100\sqrt{x^5y}}{0.5\sqrt{x^2y}}$;

(3) $(3\sqrt{18}+\frac{1}{5}\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}})\div\sqrt{32}$;

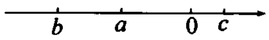
(4) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$.

12. 先化简,再求值:$\frac{x-2}{x^2-1}\div\frac{2x+2}{x^2+2x+1}+\frac{1}{x-1}$,其中 $x=\sqrt{2}+1$.

13. 设等式 $\sqrt{a(x-a)}+\sqrt{a(y-a)}=\sqrt{x-a}-\sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立,其中 a,x,y 是两两不同的实数,求 $\frac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值.

14. 已知 $x=\frac{1}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{5})$，$y=\frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})$，求$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$的值.

15. 已知 a,b,c 在数轴上的位置如图所示，化简：$\sqrt{a^2}-|a+b|+\sqrt{(c-a)^2}+\sqrt{(b+c)^2}$.



16. (1) 化简 $\sqrt{x^2-2+\frac{1}{x^2}}$ $(x<1$ 且 $x\neq 0)$；

(2) 已知 $-1<a<0$，化简$\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}$.

17. 已知实数 x,y,a 满足：$\sqrt{x+y-8}+\sqrt{8-x-y}=\sqrt{3x-y-a}+\sqrt{x-2y+a+3}$，试问长度分别为 x,y,a 的三条线段能否组成一个三角形？如果能，试求出该三角形的面积；如果不能，请说明理由.

18. 比较下列两个数的大小.

(1) $-3\sqrt{5}$ 和 $-4\sqrt{3}$；

(2) $4-\sqrt{3}$ 和 $2+\sqrt{3}$；

(3) $\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{7}+2}$ 和 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 的大小；

(4) $\sqrt{6}+\sqrt{11}$ 和 $\sqrt{14}+\sqrt{3}$ 的大小；

(5) $\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}$ 和 $\sqrt{n+2}-\sqrt{n}$.

19. 在下面两个集合中各有一些实数，请你分别从中选出 2 个有理数和 2 个无理数，再用"＋，－，×，÷"中的 3 种符号将选出的 4 个数进行 3 次运算，使得运算的结果是一个正整数.

有理数

$3,-6,\dfrac{2}{3},0.17,$
$21.5,-\dfrac{4}{3},0$

无理数

$\sqrt{2},\ \pi,\ -\sqrt{12},\ \dfrac{1}{\sqrt{5}}$
$-\sqrt{8},\ \dfrac{3}{\pi},\ \sqrt{3}\ \ \sqrt{20}$

20. 对于题目："化简并求值：$\dfrac{1}{a}+\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+a^2-2}$，其中 $a=\dfrac{1}{5}$." 甲、乙两人的解答不同，

甲的解答是：$\dfrac{1}{a}+\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+a^2-2}=\dfrac{1}{a}+\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}=\dfrac{1}{a}+a-\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{5}$；

乙的答案是：$\dfrac{1}{a}+\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+a^2-2}=\dfrac{1}{a}+\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}-a\right)^2}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a}-a=\dfrac{2}{a}-a=\dfrac{49}{5}$.

谁的解答是错误的？为什么？