



考点解码 化整为零 各个击破

讲透

【重点难点】

主编 傅荣强

初中数学

讲练互动

函数

吉林教育出版社



写在前面

《讲透重点难点》丛书以《课程标准》为依据，融通各种版本教材的知识体系，立足初、高中课程和中、高考的实际，按专题编写而成。包括初、高中数、理、化三个学科共计二十七册。

模型是一个人们非常熟悉的概念。如儿童玩具是实物的模型，机器人是模拟人的模型，长方形的面积公式 $S=ab$ 是数学模型，等等。

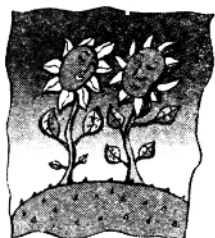
本书的模型是什么？简单地说，可以看成是公式。从中学生学习的实际来讲，将知识点建立成简洁、科学的公式，对于归纳、记忆知识和解题具有重要作用。

本套书立足初、高中课程和中、高考的实际，把初、高中数、理、化知识公式化，形成了以公式为主体的数、理、化知识体系，便于记忆，便于应用，对于破解知识体系中的重点、难点具有极高的使用价值。

从生活走进数学，从生活走进物理，从生活走进化学，将知识应用到生产、生活中去，进行探究性学



习，解决与生产、生活密切相关的实际问题，是《课程标准》的要求，也是中、高考的重点考查内容。本丛书每个专题单设一讲，通过讲解、举例、练习，专门阐述利用公式解决生产、生活实际问题的方法和技巧，充分体现了《课程标准》的理念。





例题引路

举一反三

目录 Contents



模型破解重点难点

例题解析+训练套餐↓

- 讲述知识体系
- 解说知识点考点
- 诠释重点难点
- 教方法导引思路
- 涵盖所有题型
- 能够举一反三
- 答案详解



第一讲 平面直角坐标系

1.1	点与坐标的一一对应关系	
模型	$A \leftrightarrow (x, y)$	(1)
1.2	公式	
模型	$d = \sqrt{x^2 + y^2}$	(6)
中考链接		(10)



第二讲 函数的概念

2.1	函数的定义	
模型	$x \rightarrow y$	(13)
2.2	函数值	
模型	$x = x_1 \rightarrow y = y_1$	(20)
中考链接		(25)



第三讲 函数的图象

3.1	描点法	列表 描点 连线	(28)
3.2	函数的图象的对称性		
模型	$(x, y) \rightleftharpoons (-x, -y)$		(33)
中考链接			(37)



第四讲 函数的性质

- 函数值的变化
- 4.1 模型 $x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 < y_2 \\ y_1 > y_2 \end{cases}$ (41)
- 4.2 函数的最大值与最小值
- 模型 $y_1 \leq y \leq y_2$ (45)
- 中考链接 (49)

第五讲 模型函数

- 5.1 正比例函数
- 模型 $y = kx$ (53)
- 5.2 一次函数
- 模型 $y = kx + b$ (60)
- 5.3 二次函数
- 模型 $y = ax^2 + bx + c$ (84)
- 5.4 反比例函数
- 模型 $y = \frac{k}{x}$ (113)
- 5.5 函数、方程、不等式的关系
- 模型 $y \rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ y = 0 \\ y < 0 \end{cases}$ (131)
- 中考链接 (139)

第六讲 函数在生产、生活中的实际应用

- 6.1 创新型应用题 (143)
- 6.2 探究型应用题 (166)
- 中考链接 (172)
- 复习参考题 (178)
- 答案与提示 (183)



第一讲 平面直角坐标系

1.1 点与坐标的一一对应关系

模型 $A \leftrightarrow (x, y)$

明明白白才是真!

在平面内，有公共原点且互相垂直的两条数轴，构成平面直角坐标系。

对于坐标平面内的任意一点 A ，都有唯一的一对有序实数 (x, y) 和它对应；反过来，对于任意一对有序实数 (x, y) ，在坐标平面内都有唯一的一个点 A 和它对应。

设 M 为直角坐标系内的任意一点，由点 M 向 x 轴作垂线，垂足在 x 轴上对应的实数是 a ，由点 M 向 y 轴作垂线，垂足在 y 轴上对应的实数是 b ，实数对 (a, b) 叫做点 M 的坐标，其中 a 叫做点 M 的横坐标， b 叫做点 M 的纵坐标。

深度讲解，条理真清晰呀!

坐标平面内所有的点与所有的有序实数对之间是一一对应的。

哇塞! 分析、解答、解后，真像老师讲课一样!

【例1】 已知点 $P(a, b)$ ，根据下列关系确定点 P 的位置：

- $$\left. \begin{array}{l} (1) a > 0, b < 0; \\ (2) a < 0, b = 0; \\ (3) ab < 0; \\ (4) ab = 0; \\ (5) ab \geq 0; \\ (6) a^2 + b^2 = 0. \end{array} \right\}$$

千里之行，始于足下。点与坐标的对应关系就从这儿开始

□分析 在坐标平面内，各象限内的点以及坐标轴上的点，其坐标的符号有如下





特点: 第一象限的点的坐标 (x, y) 的符号是 $(+, +)$; 第二象限的点的坐标 (x, y) 的符号是 $(-, +)$; 第三象限的点的坐标 (x, y) 的符号是 $(-, -)$; 第四象限的点的坐标 (x, y) 的符号是 $(+, -)$; x 轴上的点的纵坐标为0; y 轴上的点的横坐标为0.

□解 (1)点 P 在第四象限.

(2)点 P 在 x 轴的负半轴上.

(3) $\because ab < 0, \therefore a < 0, b > 0$, 或 $a > 0, b < 0, \therefore$ 点 P 在第二象限或第四象限.

(4) $\because ab = 0, \therefore a, b$ 至少有一个为0, $\therefore$ 点 P 在 x 轴上或 y 轴上.

(5) $\because ab \geq 0, \therefore a > 0$ 时, $b \geq 0$; $a = 0$ 时, b 是任意实数; $a < 0$ 时, $b \leq 0$,
 $\therefore$ 点 P 在第一象限或第三象限或坐标轴上.

(6) $\because a^2 + b^2 = 0, \therefore a = 0$, 且 $b = 0, \therefore$ 点 P 与原点重合.



由点的坐标的符号确定点的位置, 本质是由数到形.

【例2】在直角坐标系中, 已知点 $P(3x-2, 2-x)$ 在第一、三象限的角平分线上, 求 x .

□分析 点的坐标在各象限的符号规律, 象限的角平分线上的点的坐标的特点见表1-1.

表 1-1

象限的角平分线	角平分线上的点 $P(a, b)$ 的坐标的特点		
过一、三象限	横、纵坐标的绝对值相等, 符号相同.	在第一象限	在第三象限
		$a > 0, b > 0$ $a = b$	$a < 0, b < 0$ $a = b$
过二、四象限	横、纵坐标的绝对值相等, 符号相反.	在第二象限	在第四象限
		$a < 0, b > 0$ $a = -b$	$a > 0, b < 0$ $a = -b$

□解 $\because$ 点 $P(3x-2, 2-x)$ 在第一、三象限的角平分线上,

$\therefore 3x-2 = 2-x, \therefore x = 1$.

【例3】求点 $M(3, -2)$ 关于 x 轴、 y 轴及原点的对称点的坐标.

□分析 两个点 P 和 P' 关于 x 轴、 y 轴及原点对称, 它们的坐标的特点见表1-2.

表 1-2

关于谁对称	点 P	对称点 P'	特点
x 轴	$P(a, b)$	$P'(a, -b)$	横坐标的符号相同, 绝对值相等, 纵坐标的符号相反, 绝对值相等.
y 轴	$P(a, b)$	$P'(-a, b)$	横坐标的符号相反, 绝对值相等, 纵坐标的符号相同, 绝对值相等.
坐标原点	$P(a, b)$	$P'(-a, -b)$	横、纵坐标符号都相反, 绝对值都相等.



□解 点 $M(3, -2)$ 关于 x 轴的对称点 M_1 的坐标是 $(3, 2)$;

点 $M(3, -2)$ 关于 y 轴的对称点 M_2 的坐标是 $(-3, -2)$;

点 $M(3, -2)$ 关于原点的对称点 M_3 的坐标是 $(-3, 2)$.

【例4】已知点 $P(-3m, 2m-1)$ 关于原点的对称点在第四象限, 求 m 的最小整数值.

□分析 第四象限的点的坐标的符号为 $(+, -)$.

□解 $\because$ 点 $P(-3m, 2m-1)$ 关于原点的对称点 P' 的坐标是 $(3m, 1-2m)$,

又 $\because P'$ 点在第四象限, $\therefore \begin{cases} 3m > 0, \\ 1-2m < 0, \end{cases} \therefore m > \frac{1}{2}, \therefore m$ 的最小整数值是 1.

【例5】有四个点 $A(1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(1, 3)$ 、 $D(2, 3)$, 顺次连结点 A 、 B 、 C 、 D , 得到矩形(阴影部分), 若四点的纵坐标分别变为原来的 2 倍, 而横坐标不变, 再将所得的点依次连结, 所得到的图形与原图形的关系是什么? 请把它画出来.

□解 变化前: $A(1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(1, 3)$ 、 $D(2, 3)$.

变化后: $A(1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C_1(1, 6)$ 、 $D_1(2, 6)$.

如图 1-1, 连结所得的点, 得到的图形仍然是矩形 ABC_1D_1 , 只不过是在原矩形的基础上纵向拉伸了一倍而已(拉伸到原来的 2 倍).

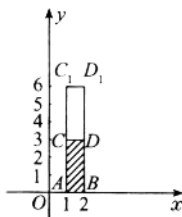


图 1-1



此题可以逆向来看: 保持 A 、 B 、 C_1 、 D_1 各点的横坐标不变, 将纵坐标分别变为原来的一半, 得到的矩形相对原矩形只是纵向缩短了一倍.

【例6】如图 1-2, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角顶点 C 在原点, $OA = 8$, $AB = 10$, 求 A 、 B 两点的坐标.

□分析 从 A 、 B 两点向 x 轴作垂线, 构成两个直角三角形, 分别解这两个直角三角形.

□解 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中,

$\because OA = 8$, $AB = 10$, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E .

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, 有

$OD = OA \cdot \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$, $AD = OA \cdot \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$,

$\therefore A$ 点的坐标是 $(4\sqrt{3}, 4)$.

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中, 有 $OE = OB \cdot \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$, $BE = OB \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$,

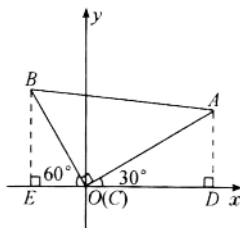


图 1-2



$\therefore B$ 点的坐标是 $(-3, 3\sqrt{3})$.



(1) 求几何图形的顶点的坐标, 常用的方法是借助锐角三角函数; (2) 求点的坐标, 有时与求线段的长度联系在一起, 但要特别注意点所在的象限, 避免坐标的符号出错.

【例7】 已知点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $(x+3)^2 + \sqrt{y+4} = 0$, 求点 P 关于二、四象限的角平分线的对称点的坐标.

□分析 根据两个非负数之和为0, 每个非负数必须同时为0, 求 x, y 的值.

□解 $\because (x+3)^2 + \sqrt{y+4} = 0$, 又 $\because (x+3)^2 \geq 0, \sqrt{y+4} \geq 0$,

$\therefore x+3=0$, 且 $y+4=0$, $\therefore x=-3, y=-4$, $\therefore P$ 点的坐标为 $(-3, -4)$.

$\therefore$ 点 $P(-3, -4)$ 与点 $P'(4, 3)$ 关于二、四象限的角平分线对称,

$\therefore$ 点 $P(-3, -4)$ 关于二、四象限的角平分线的对称点的坐标是 $(4, 3)$.



点 $P(x, y)$ 关于一、三象限的角平分线的对称点 P_1 的坐标是 (y, x) ; 点 $P(x, y)$ 关于二、四象限的角平分线的对称点 P_2 的坐标是 $(-y, -x)$.

【例8】 设点 $A(3a-9, 1-a)$ 的坐标是整数, 且点 A 是第三象限的点. 点 $B(3a-7, a-4)$ 在第几象限?

□分析 根据点 A 在第三象限, 求出 a 的取值范围.

□解 $\because$ 点 $A(3a-9, 1-a)$ 在第三象限, $\therefore \begin{cases} 3a-9 < 0, \\ 1-a < 0, \end{cases} \therefore 1 < a < 3$.

$\therefore 3a-9$ 与 $1-a$ 都是整数, $\therefore a$ 是整数, $\therefore a=2$.

当 $a=2$ 时, $3a-7=3 \times 2-7=-1 < 0$, $a-4=2-4=-2 < 0$,

$\therefore$ 点 $B(3a-7, a-4)$ 在第三象限.

【例9】 某科研所在对参考值 x, y 进行检测时是这样规定的: 如果 $P(x, y)$ 在第一象限或第三象限, 那么参考值 x, y 是准确的, 否则是不准确的.

(1) 设 $M(3x-2, x-2)$ 是第四象限的整数点, 且 $N(-3, 1-y)$ 关于原点的对称点在第一象限, 问参考值 x, y 是否准确;

(2) 设点 $A(x^2-x-2, y)$ 在纵轴上, $y=x+1$, 且参考值 x, y 是准确的, 确定 x 的值.

□解 (1) 根据题意, 得 $\begin{cases} 3x-2 > 0, \\ x-2 < 0, \\ y-1 > 0, \end{cases}$ 其中, x 是整数.

$\therefore x=1$, 且 $y>1$, $\therefore$ 点 $P(x, y)$ 在第一象限, $\therefore$ 参考值 x, y 是准确的.

(2) $\because$ 点 $A(x^2-x-2, y)$ 在纵轴上, $\therefore x^2-x-2=0$, $\therefore x=2, x=-1$.

当 $x=2$ 时, 有 $y=x+1=3$; $\therefore$ 当 $x=-1$ 时, 有 $y=x+1=0$.





$\therefore$ 参考值 x, y 是准确的, $\therefore x=2$.



练习一

看完讲解,要及时做题巩固哟!

一、选择题 (答案在第 183 页)

- 若点 $A(m, n)$ 在第二象限, 则点 $B(|m|, -n)$ 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 如果 $A(a, b)$ 、 $B(c, a)$ 表示同一点, 那么这一点在 ()
A. 第一、三象限的角平分线上 B. 第二、四象限的角平分线上
C. 平行于 x 轴的直线上 D. 平行于 y 轴的直线上
- 已知坐标平面内点 $A(m, n)$ 在第四象限, 那么点 $B(n, m)$ 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 如图 1-3, 如果 $\oplus$ 所在位置的坐标为 $(-1, -2)$, $\otimes$ 所在位置的坐标为 $(2, -2)$, 那么 $\ominus$ 所在位置的坐标为 ()

- A. $(-3, -1)$ B. $(-2, 1)$
C. $(-3, 1)$ D. $(1, -3)$

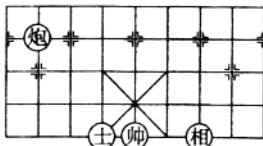


图 1-3

二、填空题 (答案在第 183 页)

- 如果点 $A(a+3, 1-a^2)$ 在 x 轴上, 那么 $a=$ ____; 如果点 A 在 y 轴上, 那么点 A 的坐标是 ____.
- 以 $P(4, 6)$ 为圆心, 以 5 为半径的圆与 y 轴的交点的坐标是 ____; 与 x 轴的交点的坐标是 ____.

三、解答题 (答案在第 183~184 页)

7. 如果点 $A(2m-1, 1-3n)$ 关于原点的对称点 A' 在第二象限, 那么 m, n 的取值范围是什么?

8. 正方形的边长为 $2a$, 一顶点为原点, 一对角线在 x 轴的正半轴上, 求其他各顶点的坐标.

9. 在坐标系中, 设一质点 M 自 $P_0(1, 0)$ 处向上运动 1 个单位至 $P_1(1, 1)$ 处, 然后向左运动 2 个单位至 P_2 处, 再向下运动 3 个单位至 P_3 处, 再向右运动 4 个单位至 P_4 处, 再向上运动 5 个单位至 P_5 处, …… 如此继续运动下去, 设 P_n 的坐标为 (x_n, y_n) , $n=1, 2, 3, \dots$.

- 依次写出 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的值;
- 计算 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8$;
- 计算 $x_1+x_2+x_3+\dots+x_{2004}$.





10. 如图 1-4, 在直角坐标系中, 第一次将 $\triangle OAB$ 变换成 $\triangle OA_1B_1$, 第二次将 $\triangle OA_1B_1$ 变换成 $\triangle OA_2B_2$, 第三次将 $\triangle OA_2B_2$ 变换成 $\triangle OA_3B_3$.

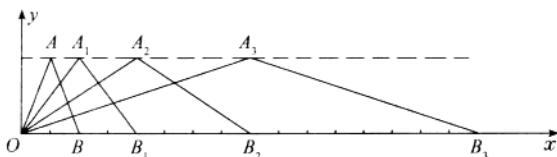


图 1-4

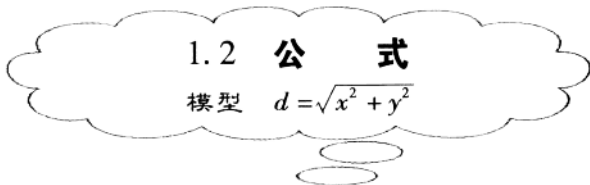
已知 $A(1, 3)$, $A_1(2, 3)$, $A_2(4, 3)$, $A_3(8, 3)$; $B(2, 0)$, $B_1(4, 0)$, $B_2(8, 0)$, $B_3(16, 0)$.

(1) 观察每次变换前后的三角形有何变化, 按此变换规律再将 $\triangle OA_3B_3$ 变换成 $\triangle OA_4B_4$, 则 A_4 的坐标是_____, B_4 的坐标是_____;

(2) 若按第(1)题找到的规律将 $\triangle OAB$ 进行 n 次变换, 得到 $\triangle OA_nB_n$, 比较每次变换中三角形顶点有何变化, 找出规律推测 A_n 的坐标是_____, B_n 的坐标是_____.

1.2 公 式

模型 $d = \sqrt{x^2 + y^2}$



明明白白才是真!

如图 1-5, 点 $P(x, y)$ 到原点的距离 $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.



深度讲解, 条理真清晰呀!

点 $P(x, y)$ 到 x 轴的距离是 $|y|$;

点 $P(x, y)$ 到 y 轴的距离是 $|x|$.

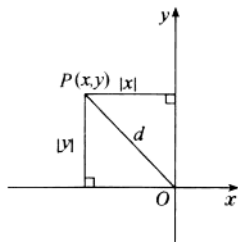


图 1-5



喂喂! 分析, 解答, 解惑, 真像老师讲课一样!

【例 1】 P 为第三象限的点, 其坐标是 $(x, x+1)$, 它到原点的距离是 5, 求它的坐标.

□解 $\because$ 点 $P(x, x+1)$ 到原点的距离是 5, $\therefore \sqrt{x^2 + (x+1)^2} = 5$,



$$\therefore x^2 + x - 12 = 0, \therefore x_1 = -4, x_2 = 3.$$

$$\because \text{点 } P \text{ 在第三象限}, \therefore \begin{cases} x < 0, \\ x+1 < 0 \end{cases} \therefore x < -1, \therefore x = -4,$$

$\therefore P$ 点的坐标是 $(-4, -3)$.



求出 x 的两个值之后，要考虑题中其他的限制条件.

【例2】 在平面直角坐标系中，到 x 轴的距离为3，到 y 轴的距离为4的点共有几个？

□分析 关键把横、纵坐标可能的值都找出来.

□解 设这样的点的坐标为 (x, y) .

$$\text{根据题意，得 } \begin{cases} |x| = 4, \\ |y| = 3. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 3; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 4, \\ y_2 = -3; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -4, \\ y_3 = 3; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -4, \\ y_4 = -3; \end{cases}$$

$\therefore$ 满足条件的点共有4个，如图1-6.

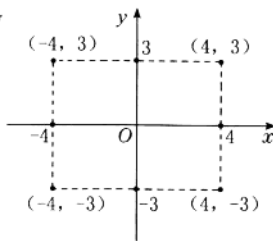


图 1-6



注意点 $P(x, y)$ 到 x 轴的距离等于点 P 的纵坐标 y 的绝对值；到 y 轴的距离等于点 P 的横坐标 x 的绝对值.

【例3】 已知点 $P(m+1, 3m-5)$ 到 x 轴的距离等于它到 y 轴的距离，求 m .

□解 根据题意，得 $|3m-5| = |m+1|$.

$$\therefore 3m-5 = m+1, \text{ 或 } 3m-5 = -(m+1), \therefore m=3, \text{ 或 } m=1.$$



注意到若 $|a| = |b|$ ，则 $a=b$ ，或 $a=-b$.

【例4】 已知点 P 的纵坐标为6，点 P 到原点的距离 $OP=4\sqrt{3}$ ，求点 P 到 y 轴的距离.

□解 如图1-7， O 为原点. 根据题意，

可设点 P 的坐标为 $(x, 6)$.

过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于 Q 点.

在 $\text{Rt}\triangle OPQ$ 中， $OP=4\sqrt{3}$ ， $PQ=6$ ， $OQ=|x|$.

$$\text{由勾股定理，得 } OQ = \sqrt{OP^2 - PQ^2} = \sqrt{48 - 36} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore |x| = OQ = 2\sqrt{3}, \therefore \text{点 } P \text{ 到 } y \text{ 轴的距离是 } 2\sqrt{3}.$$

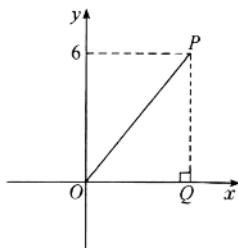


图 1-7



解此类题关键要掌握点 $P(x, y)$ 的横坐标 x 和纵坐标 y 以及点 P 到原点的距离的意义。

【例5】以方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = 2 \end{cases}$ 的解为坐标的点与坐标原点所构成的三角形的面积为 S , 求 S .

□分析 首先要确定三角形的三个顶点的位置。

□解 由方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = 2, \end{cases}$ 可得

$$2xy = 0.$$

← ②平方减去①

②、③联立组成方程组 $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2xy = 0. \end{cases}$

解这个方程组, 得 $\begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 0, \\ y_2 = 2. \end{cases}$

∴ 这个三角形的三个顶点的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(0, 0)$,

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$$

【例6】某初三(1)班学生到郊外春游. 在游戏过程中, 恰好有两条东西、南北交叉走向的小路, 小明同学给大家出了一个题:

小明安排四名同学甲、乙、丙、丁站在十字路口. 同学甲向西走 3m, 再向北走 3m; 同学乙向西走 5m, 再向南走 1m; 同学丙向东走 3m, 再向南走 1m; 同学丁向东走 1m, 再向北走 3m.

此时拿 4 根绳子按甲→乙→丙→丁→甲的顺序拉紧就可以得到一个等腰梯形, 请你考虑一下, 他的结论是否正确, 为什么?

□分析 首先建立直角坐标系, 确定甲、乙、丙、丁这四个人站的点的坐标, 结合学过的知识解答.

□解 小明的结论是正确的.

以交叉点为原点, 东西方向的小路为 x 轴建立直角坐标系.

甲、乙、丙、丁四位同学所在的点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别是 $(-3, 3)$ 、 $(-5, -1)$ 、 $(3, -1)$ 、 $(1, 3)$.

∵ A 、 D 两点纵坐标相等, ∴ $AD \parallel x$ 轴.

∵ B 、 C 两点的纵坐标相等, ∴ $BC \parallel x$ 轴, ∴ $AD \parallel BC$.

∵ $|AD| = 4$, $|BC| = 8$, ∴ $|AD| \neq |BC|$, ∴ 四边形 $ABCD$ 是梯形.

$$\text{又} \because AB = \sqrt{[-3 - (-5)]^2 + [3 - (-1)]^2} = 2\sqrt{5},$$





$$CD = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore |AB| = |CD|$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.



在解决某些实际问题过程中, 通过建立直角坐标系, 把几何问题转化为代数问题来解决, 有时是非常简单的.



练习 三

看完讲解, 要及时做练习哟!

一、选择题 (答案在第 184 页)

1. 在平面直角坐标系中, 第三象限的点 $P(a, -b)$ ($|a| \neq |b|$) 到 x 轴的距离为 d , 那么 ()
 A. $d = a$ B. $d = -a$ C. $d = b$ D. $d = -b$
2. 在直角坐标系中, 坐标轴上到点 $P(-3, -4)$ 的距离等于 5 的点共有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
3. 在平面直角坐标系内, A 、 B 、 C 三点的坐标分别是 $(0, 0)$ 、 $(4, 0)$ 、 $(3, 2)$, 以 A 、 B 、 C 三点为顶点画平行四边形, 则第四个顶点不可能在 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 一张方格纸上一圆经过 $(2, 5)$ 、 $(-2, 2)$ 、 $(2, -3)$ 、 $(6, 2)$ 四点, 则该圆圆心的坐标为 ()
 A. $(2, -1)$ B. $(2, 2)$ C. $(2, 1)$ D. $(3, 1)$

二、填空题 (答案在第 184 页)

5. 到 x 轴的距离是 1, 到 y 轴的距离是 2 的点的坐标是_____.
6. 已知正三角形 ABC 的边长为 2, A 点在原点, AB 边在 x 轴上, C 点的坐标是_____.

三、解答题 (答案在第 184 ~ 185 页)

7. 已知点 A 在 x 轴上, 且到原点的距离为 5, 求在平面直角坐标系内以 A 为圆心、以 2 为半径的圆与坐标轴的交点坐标.
8. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 A 、 B 、 C 三点的坐标分别是 $(-1, 2)$ 、 $(2, 6)$ 、 $(1, -1)$, 求 D 点的坐标.
9. 在第一、三象限的角平分线上求一点 P , 使点 P 到点 $Q(-4, -1)$ 的距离等于 3.
10. 若点 P 在 x 轴上, 且点 P 到点 $A(-2, 5)$ 、 $B(4, 3)$ 的距离之和最短, 求 $PA + PB$ 的最小值以及此时点 P 的坐标.



中考链接

【例1】 (广东中考题)如图1-8, 一个机器人在点 $A(4, 4)$ 发现一个小球自点 $B(17, 0)$ 沿 x 轴向原点 O 方向滚过来, 已知小球滚动的直线速度为机器人直线行走速度的2倍. 机器人从点 A 直线前进, 最快可在何处截住小球?

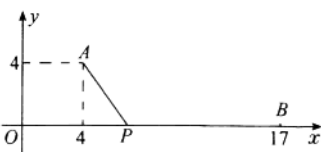


图1-8

□解 设机器人最快在 $P(x, 0)$ 处截住小球.

∵ 小球的速度是机器人的速度的2倍,

∴ 在同样的时间内, 小球滚动的距离是机器人行走的距离的2倍,

$$\therefore 2\sqrt{4^2 + (x-4)^2} = 17-x, \text{ 解得 } x_1 = 7, x_2 = -\frac{23}{3} (\text{不合题意, 舍去}).$$

答: 机器人最快在点 $(7, 0)$ 处截住小球.



实际生活中的许多问题, 存在量与量之间的相等关系, 可以通过建立方程(组)解决实际问题.

【例2】 (广西中考题)如图1-9所示.

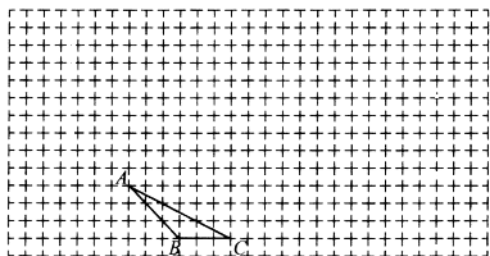


图1-9

(1)请在方格纸中将 $\triangle ABC$ 向上平移3格, 再向右平移6格, 得 $\triangle A_1B_1C_1$, 再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 B_1 按顺时针方向旋转 90° , 得 $\triangle A_2B_1C_2$, 最后将 $\triangle A_2B_1C_2$ 以点 C_2 为位似中心放大到2倍, 得 $\triangle A_3B_3C_2$.

(2)请在方格纸的适当位置画上坐标轴(1个小正方形的边长为1个单位长度), 在你所建立的直角坐标系中, 点 C 、 C_1 、 C_2 的坐标分别为: 点 C (), 点 C_1 (), 点 C_2 ().

□分析 亲自动手进行操作, 是解决此题的关键.

□解 (1)见图1-10.



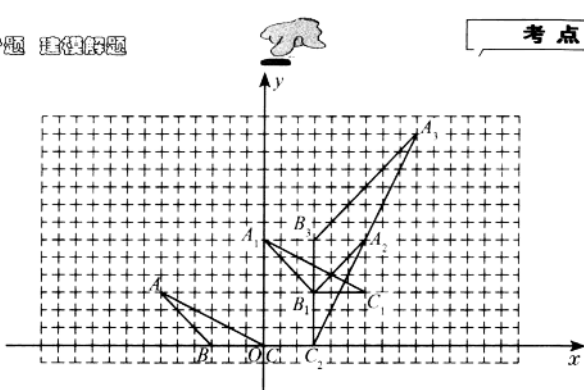


图 1-10

(2) 建立图 1-10 的坐标系, 则点 $C(0, 0)$, 点 $C_1(6, 3)$, 点 $C_2(3, 0)$.



第(2)问需要分析、探索才能得出结论, 因为建立的坐标系不唯一, 所以本题的答案也就不唯一.



习题一

针对性训练, 为将来中考打好基础!

一 选择题 (答案在第 185 页)

1. 如果点 $M(x, y)$ 在第二象限, 且 $|x| = 2$, $|y| = 3$, 那么点 M 关于 x 轴的对称点的坐标是 ()
A. $(-2, 3)$ B. $(-3, 2)$ C. $(3, -2)$ D. $(-2, -3)$
2. 如果点 $P(4-m, 1-m)$ 是第四象限的点, 那么 m 的取值范围是 ()
A. $m < 1$ B. $1 < m < 4$ C. $m > 4$ D. $-4 < m < -1$
3. 两点 $M(3, -4)$ 、 $N(5, a)$ 之间的距离是 2, 则 a 的值是 ()
A. 4 B. -4 C. 2 D. -2
4. 点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$, 如果 $PQ = |x_2 - x_1|$, 那么 P 、 Q 的位置是 ()
A. PQ 必在 x 轴上 B. PQ 必在 y 轴上
C. $PQ \parallel x$ 轴, 或 PQ 在 x 轴上 D. $PQ \parallel y$ 轴, 或 PQ 在 y 轴上

二 填空题 (答案在第 185 页)

5. 已知点 $P(3a-2, 2-a)$ 在第二、四象限的角平分线上, 则 $a =$ _____.
6. 已知点 $A(6-3m, -9m)$, 若点 A 在第四象限, 则 m 的取值范围是 _____; 若点 A 在 y 轴的左侧, 则 m 的取值范围是 _____; 若点 A 在 x 轴下方或 x 轴上, 则



m 的取值范围是_____.

7. 已知点 $A(a+3, 4-b)$ 与点 $B(2a, 2b+3)$ 关于原点成中心对称, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图 1-11, $OABC$ 是矩形, 且 $\angle AOx = 120^\circ$, $CO = \sqrt{3}$, $BC = 1$, 则

(1) A 点的坐标是_____, B 点的坐标是_____, C 点的坐标是_____;

(2) 若 A 、 B 、 C 关于 x 轴的对称点为 A' 、 B' 、 C' , 则 A' 点的坐标是_____, B' 点的坐标是_____, C' 点的坐标是_____.

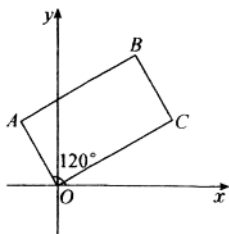


图 1-11

三、解答题 (答案在第 185 ~ 186 页)

9. 在平面直角坐标系中, 如果点 $(x, 4)$ 在连结点 $(0, 8)$ 与点 $(-4, 0)$ 的线段上, 求 x 的值.

10. 已知等边三角形 ABC 的两个顶点的坐标 $A(-4, 0)$ 、 $B(2, 0)$, 求:

(1) C 点的坐标; (2) $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}$.

轻松一下

