



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构



教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890150602

总主编 严 军 本册主编 简绍煌

用一本好书 圆人生梦想

- ★ “春雨奖学计划”指定用书
- ★ 千锤百炼 全国课改名校一线名师3年磨一剑
- ★ 品质领先 高效学习拓展成功新捷径

数学 必修③

金四导·国标人教A版



全国最佳助学读物策划机构
中国民营书业十大品牌实力机构

sina新浪考试
edu.sina.com.cn

中国教育报

联合推荐



下载名校密卷
名师解疑释难

教材 全析

全程高效学习方案



YZLI0890160602

总主编 严军

本册主编 简绍煌

撰稿 范友元 林丰达 吴济章

赖永英 卢秀敏

数学 必修③

金四导·国标人教A版

中国少年儿童新闻出版总社
中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

金四导. 高中数学. 3:必修/严军主编;简绍煌编写.
北京:中国少年儿童出版社,2008.6(2011.7重印)
ISBN 978-7-5007-8948-2

I. 金… II. 严… III. 数学课—高中—教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 066203 号



国标人教 A 版

“春雨奖学计划”指定用书

金四导·教材全析

数 学

必修③

出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 李学谦

执行出版人: 赵恒峰

总主编: 严 军

主 编: 简绍煌

责任编辑: 贺泽红

责任校对: 荣石林

封面设计: 春雨教育编辑部

美术编辑: 周建明

责任印务: 李建国

地 址: 北京市东四十二条 21 号

电 话: 010-64132053

E-mail: dakaiming@sina.com

邮政编码: 100708

传 真: 010-64132053

印刷: 山东日照伟星印务有限公司

经销: 新华书店

开本: 880×1230 1/16

印张: 50

2011 年 7 月第 1 版第 2 次印刷

字数: 1350 千字

印数: 5000 册

ISBN 978-7-5007-8948-2/G·6475

定价: 105.00 元(共 5 册)

图书若有印装问题,请及时向印务部联系退换。

版权所有,侵权必究。

11-1082-1

毅力是一种 快乐的持续

在这个世界上，当你想有所成就的时候，最先想到的应该是找到自己的原始冲动，然后用毕生的时间全力以赴、梦萦魂牵地去实现它。

所谓原始冲动，就是你自己的天赋所在，你最狂热最感兴趣，不做就会死的那件唯一的事情。

每天用你最喜欢的方式做你最喜欢的事情，这是一种莫大的幸福。然后，每天重复这种快乐的做事方式和做事心情，久而久之，形成习惯。天长日久，这种习惯就会成为性格，性格决定命运。性格不是天生的，性格就是这样培养出来的。所以，要让你的命运出现转机，就要找到自己最喜欢的事情。

当你因为兴趣而做一件事情的时候，这个世界上就没有毅力和坚持之类的事情。外人看到的你的毅力，仅仅是因为你做这件事情时那种快乐的心情。其实，在这个世界上，“毅力”是根本不存在的品质，因为所谓的“毅力”是因为快乐而可以长期做一件事情并不放弃的态度。所以，毅力是一种快乐，不是一种痛苦。从这个角度上来说，有些懒惰的人，并不是他们真的懒惰，而是因为他们没有找到自己的原始冲动并把它培养成习惯而已。

我自己是最好的例子。我初中的时候找到自己的最爱是英语，然后用自己喜欢的方式学习它。比如，每天早晨都坐在奶奶身边读英语，每天读半个小时。奶奶不懂英语，但是每天都夸我：“俺乖乖读得真好！”我很有成就感，每天坐在奶奶身边读英语。奶奶就闭着眼睛静静地听着。我觉得，每天早晨，陪着奶奶读英文是世界上最幸福的事情。我从初一读到初三，从高一读到高三，大学里依然坚持晨读。慢慢地，同学们对我的英语成绩只能羡慕而无法超越。我晨读英语的习惯，是一种幸福的坚持，没有感觉到丝毫的痛苦。我也没想到，晨读英语需要毅力，它只是我的原始冲动而已。

还有一个例子，一个我非常欣赏的男人的故事。他是一个防盗系统安装工程师，他的工作就

就是每天去客户的门前安装防盗器械，每次挖洞的时候，他的文字灵感就如“滔滔江水，连绵不绝”。每当此时，他就会坐在梯子上，把他喷薄而出的美丽文字记录下来。当年的他，就是这样，一边干活一边记录下这些让他兴奋不已的文字精灵。半年下来，居然积累了200多首歌词。他选出自己最得意的100首装订成册，寄了100份到各大唱片公司。没想到泥牛入海，毫无音信。但他并不伤心，因为他对文字有发自内心的热爱，像喷涌而出的岩浆，火红火红的，谁都拦不住。他是因为热爱而写，不是为了别的。我觉得，这个男人心中最柔软的部分已经留给了他的最爱——具有缠绵情怀的中国汉字。1997年7月7日凌晨，他像往常一样去安装防盗系统。这时有人打电话给他，他坐在梯子上接了电话，这个打电话给他的人叫做吴宗宪。

故事的结局是，工程师成为海峡两岸最具声望的歌词作者，他写的歌词包括《东风破》、《菊花台》、《青花瓷》等，他的名字叫方文山。周杰伦歌曲中大部分经典的歌词都出自他的神来之笔。

找到你自己的原始冲动，那么，坚持，就成为一种快乐的持续。这种持续，才是真正的毅力。

“一切的现在都孕育着未来

未来的一切都生长于它的昨天

希望，并且为它奋斗

请将这一切放在你的肩上……”



我们的目标是： 将教材讲深、讲透、讲到位

致读者

亲爱的同学：

这是一柄神奇的金钥匙，为你打开通向桂冠的大门；

这是一座心灵的桥梁，连接着你高远的志向、你的梦想和你书海搏击的身姿。

在新学期到来之际，《教材全析》带着春雨名师的体温，带着春雨人殷殷的嘱托与期盼，悄然来到你的身边。

依据最新《课程标准》，将各学科的全部重点、难点、疑点和易错点一网打尽，全方位的精细讲解与分层级的梯度练习无缝对接——《教材全析》事半功倍的奇妙功效将让你在使用途中渐次感知。

本章综合视窗

以背景问题、趣味问题、数学史掌故或科技前沿问题，激发学生学习、探究的兴趣。

教材知识详析

全面、深入解析教材重、难、疑点，将教材讲深、讲透、讲到位。

教材知识拓展

围绕教材的延伸、拓展、演绎、整合的知能增长点，达到全面、渗透的要求。

课标题型探究

源于教材而高于教材，全面提升学生的发散思维与创新能力。

常见误区分析

举例讲解本节出现的常错、易错题，对解题方法进行总结和归纳。

第一章 算法初步

本章综合视窗

知识导引

汉诺塔(又称河内塔)问题是印度的一个古老的传说。开天辟地的神勃拉列在一个庙里留下了三根金刚石的棒，第一根上面套着64个圆形的金片，最大的一个在底下，其余一个比一个小，依次叠上去，庙里的众僧不倦地把它们一个个地从这根棒搬到另一根棒上，规定可利用中间的一根棒作为帮助，但每次只能搬一个，而且大的不能放在小的上面。

难点：算法特征的使用及算法的设计。

专题二、程序框图的三种基本逻辑结构：顺序结构、条件结构、循环结构。

重点：程序框图的概念、基本图形符号和3种基本逻辑结构。

难点：能综合运用这些知识正确地画出程序框图。

专题三、基本的算法语句——输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句。

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

课标要求

1. 能描述算法的概念。
2. 能通过具体问题的解决过程与步骤(二元一次方程组的求解等问题)归纳算法设计的一般步骤。

教材知识详析

要点1 算法的概念

【案例1】 写出求 $1+2+3+4+5+6$ 的一个算法。

【解析】 可以按逐一相加的程序进行，也可以利用公式 $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 进行，也可以根据加法运算律简化运算过程。

【解答】 算法1：

- 第一步：计算 $1+2$ 得到3。
- 第二步：将第一步中的运算结果3与3相加得到6。
- 第三步：将第二步中的运算结果6与4相加得到10。
- 第四步：将第三步中的运算结果10与5相加得到15。
- 第五步：将第四步中的运算结果15与6相加得到21。

教材知识拓展

拓展点1 算法设计的优化

事实上，解决同一问题的算法并不是唯一的，寻求简单、步骤少、速度快的算法，是编制算法的一种境界。

【案例1】 教材P₁“探究”，课本中给出了一个算法，即用 $2\sim(n-1)$ 的任意整数去除 n ，一共做了 $n-2$ 次除法，是一个重复操作的过程，课本中给出的算法是：

- 第一步：给定大于2的整数 n 。
- 第二步：令 $i=2$ 。

类型一 综合应用题

算法的概念

【例1】 (要点1) 下列关于算法的说法：

- ① 求解某一类问题的算法是唯一的；
- ② 算法必须在有限的步骤操作之后停止；
- ③ 算法的每一步操作必须是明确的，不能有歧义或模糊；
- ④ 算法执行后一定产生确定的结果。

其中正确的有()。

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

【解析】 算法可以理解为由计算机来求解某一类问题的明确、有效而且能够在有限步内完成的程序或步骤。

由于算法具有可终止性、明确性和确定性，因而②③④正确，而解决某类问题的算法不唯一，从而①错误。选C。

常见误区分析

【例1】 设计“判断53是否为质数”的算法。

【解析】 第一步，2不整除53，所以用3继续去除。

第二步，3不整除53，所以用4继续去除。

第三步，4不整除53，所以用5继续去除。

...

第五十二步，52不整除53，所以53是质数。

【错因分析】 中间过程用“...”表示，步骤不明确。

【正确解答】 第一步，令 $n=53$ 。

第二步，令 $i=2$ 。

第三步，用 i 除 n 的得到余数 r 。

第四步，判断余数 r 是否为0。若 $r=0$ ，则53不是质数，结束算法；否则，将 i 的值增加1仍用 i 表示。



学科王

www.xuekewang.com
全国中小学教育资源门户

一线名师的擂台 学生家长的帮手

"学科王"教学资源网五大秘籍

秘籍木 之独木不成林——试卷悬赏

1. 全国各省、市(州)、县(区)高三质量调研、统考、联考与一、二、三模考试卷(任一套全科, 含答案), 若被采用, 可获得100~400元报酬; 单科(含答案), 若被采用, 可获得20~40元报酬。
2. 高考结束5天内, 本省高考全真试卷(全科, 含答案), 若被采用, 可获得100~400元报酬; 单科(含答案), 若被采用, 可获得20~40元报酬。
3. 原创“自命题”和“改编题”(含解析和答案), 一经采用, 每道题可获得20~100元报酬。
4. 中考结束10天内, 各地市或省中考试卷(全科, 含答案), 若被采用, 可获得200~300元报酬; 单科(含答案), 若被采用, 可获得20~30元报酬。
5. 学期末, 将本校小学、初中、高中原创单元卷、月考卷、期中卷、期末卷、专题复习卷收集齐全并在下学期开学前邮寄至“学科王”教学资源网, 一经采用, 可获得如下报酬:
 - (1) 一校全年级、全学科(含答案), 可获得3000~6000元报酬;
 - (2) 一校全年级、单学科(含答案), 可获得1000~2000元报酬;
 - (3) 一校全学科、一个年级(含答案), 可获得1000~2000元报酬。

秘籍金 之金玉满堂来——赚遍网站

1. 上传资料赚点: 上传教育资源至本站(含试卷、课时练习、课件、教案、讲义等), 通过审核, 均可获得相应点数。用户可凭点数在网上消费下载精品教学资源, 或兑换现金。如是正在悬赏的资料, 奖励将更加丰厚。
2. 资源纠错赚点: 当您发现本站的资料重复或错误时, 可在专门投诉区发帖, 将资料重复或者资料错误的地址复制到您所发帖子里, 并指出错因。经编辑核实后, 您将获得网站送出的奖励积分。
3. “主题工作室”赚点: 本站为有丰富教学资源和有志共享共建教学资源库的教师建立专门“工作室”, 为您个性化开发定制专题页面, 参与网站建设和资源收集, 优先约请您主编或参与编写春雨教育集团的教辅图书。
4. 活跃用户赚点: 本站为会员提供了大量的赚点方式, 如: 免费注册, 注册就送积分; 每日登陆也会有积分赠送; 如向本站提出各种好建议并被采纳, 更会有丰厚的积分奖励。本站同时对宣传“学科王”、推荐新人的会员进行积分奖励; 还将组织各种定期或不定期的活动, 幸运用户将有意外惊喜。
5. 积分兑换: 1人民币元=10学科王智币=1000学科王积分, 积分兑换成智币后, 可用于网站下载试卷或兑换现金等。每满50元即可兑换, 无上限, 可随时申请要求支付。网站个人账户内的每次积分变动都将以内站短消息形式进行通知。

秘籍水 之物以稀为贵——资源交换

作为教师, 一方面手中有大量的稀缺教学资源, 但同时又有很多自己想要的教学资源无法获取, 怎么办?

本站专为教师提供了资源交换平台, 教师可以将自己手中的资源拿来来进行悬赏, 或直接进行交换, 第一时间掌握各地教考进度和教学动态。

秘籍土 之积土以成山——互动答疑

1. 学生在学习遇到的问题家长无法解决, 又不敢或无法请教老师;
2. 父母想为孩子请家教, 可费用较高;
3. 听了很多学长的学习方法, 就是找不到适合自己的;
4. 买了不少课外辅导书, 可不会做的题还是有不少;
5. 想通过帮助他人解决学习疑难问题以获得快乐体验和智慧成长, 但不怎么有机会;
6. 教师想通过讨论教学难点、热点, 认识更多“教学和教研能手”, 但没有合适的平台。

遇到上述情况, 您可求助“学科王”专门开发的免费“互动答疑”平台。无论帮助他人或寻求帮助, 您都会有意想不到的收获!

秘籍火 之行行出状元——成果出版

1. 收集一个地市小升初试卷(至少语、数两学科), 且每学科试卷套数不低于18套; 或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册), 每学科可获得2000~2500元报酬。
2. 收集一个省小升初试卷至少语、数两学科, 且每学科试卷套数不低于24套, 涵盖全省60%以上地市(须含省会城市); 或只收集一个学科不低于18套试卷但有一定的包销量(≥ 3000 册), 每学科可获得2500~3000元报酬。
3. 地市命题的省, 收集该省90%以上地市中考试卷(全科, 含答案), 可获得2000~3000元报酬。
4. 收集一个省地市统一命题的高考模拟试卷(一、二、三轮全科, 含答案), 且每学科试卷套数不低于20套, 涵盖全省80%以上地市(须含省会城市); 或收集某一学科不低于20套试卷但有一定包销量(≥ 3000 册), 每学科可获得800~1200元报酬。

您还会获得的是:

1. 《小升初试卷精选》《中考试卷精选》《高考模拟试卷精选》等出版物的署名权。
2. 在吉林教育出版社主管的期刊《教师论坛》上发表论文的优先权, 并可参加“1课3练杯”教育教学改革论文大奖赛。

“学科王”教学资源网: www.xuekewang.com 通讯地址: 南京市鼓楼区中山北路88号建伟大厦17楼春雨教育集团“学科王”教学资源网收

邮编: 210009 电话: 025-68801918 / 68801919 电子邮箱: xkw@xuekewang.com

第一章 算法初步

本章综合视窗 (1)

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

课标要求导航 (2)

教材知识详析 (2)

教材知识拓展 (2)

课标题型探究 (3)

知能提升训练 (4)

教材习题详解 (6)

遨游数学世界 (6)

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

课标要求导航 (7)

教材知识详析 (7)

教材知识拓展 (9)

课标题型探究 (10)

知能提升训练 (13)

教材习题详解 (18)

遨游数学世界 (20)

1.2 基本算法语句

1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句

课标要求导航 (21)

教材知识详析 (21)

教材知识拓展 (22)

课标题型探究 (22)

知能提升训练 (23)

教材习题详解 (25)

遨游数学世界 (25)

1.2.2 条件语句

课标要求导航 (26)

教材知识详析 (26)

教材知识拓展 (27)

课标题型探究 (28)

知能提升训练 (30)

教材习题详解 (33)

遨游数学世界 (33)

1.2.3 循环语句

课标要求导航 (34)

教材知识详析 (34)

教材知识拓展 (36)

课标题型探究 (37)

知能提升训练 (41)

教材习题详解 (44)

遨游数学世界 (45)

1.3 算法案例

课标要求导航 (45)

教材知识详析 (45)

教材知识拓展 (48)

课标题型探究 (49)

知能提升训练 (51)

教材习题详解 (53)

遨游数学世界 (55)

本章知识能力提升平台 (56)

第一章综合能力测评 (61)

第二章 统计

本章综合视窗	(66)
2.1 随机抽样	
课标要求导航	(66)
教材知识详析	(66)
教材知识拓展	(68)
课标题型探究	(69)
知能提升训练	(71)
教材习题详解	(75)
遨游数学世界	(76)
2.2 用样本估计总体	
课标要求导航	(77)
教材知识详析	(77)
教材知识拓展	(79)
课标题型探究	(81)
知能提升训练	(85)
教材习题详解	(90)
遨游数学世界	(92)
2.3 变量间的相关关系	
课标要求导航	(93)
教材知识详析	(93)
教材知识拓展	(94)
课标题型探究	(96)
知能提升训练	(97)
教材习题详解	(99)
遨游数学世界	(100)
本章知识能力提升平台	(101)
第二章综合能力测评	(105)

第三章 概率

本章综合视窗	(110)
3.1 随机事件的概率	
课标要求导航	(110)
教材知识详析	(110)
教材知识拓展	(112)
课标题型探究	(112)
知能提升训练	(115)
教材习题详解	(119)
遨游数学世界	(120)
3.2 古典概型	
课标要求导航	(121)
教材知识详析	(121)
教材知识拓展	(123)
课标题型探究	(124)
知能提升训练	(127)
教材习题详解	(129)
遨游数学世界	(131)
3.3 几何概型	
课标要求导航	(131)
教材知识详析	(131)
教材知识拓展	(133)
课标题型探究	(133)
知能提升训练	(137)
教材习题详解	(140)
遨游数学世界	(141)
本章知识能力提升平台	(142)
第三章综合能力测评	(147)
必修③模块综合能力测评卷	(151)

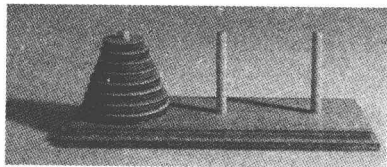


第一章 算法初步

本章综合视窗

情境导入

汉诺塔(又称河内塔)问题是印度的一个古老的传说.开天辟地的神勃拉玛在一个庙里留下了三根金刚石的棒,第一根上面套着64个圆的金片,最大的一个在底下,其余一个比一个小,依次叠上去,庙里的众僧不倦地把它们一个个地从这根棒搬到另一根棒上,规定可利用中间的一根棒作为帮助,但每次只能搬一个,而且大的不能放在小的上面.这样最少需移动 $2^{64}-1$ 次.面对庞大的数字(移动圆片的次数)18 446 744 073 709 551 615(约5 845.54亿年,目前按照宇宙大爆炸理论的推测,宇宙的年龄仅为137亿年),看来,众僧们耗尽毕生精力也不可能完成金片的移动.



后来,这个传说就演变为汉诺塔游戏:

1. 有三根杆子A、B、C,A杆上有若干块碟子;
2. 每次移动一块碟子,小的只能叠在大的上面;
3. 把所有碟子从A杆全部移到C杆上.

提示:可将圆盘临时置于B杆,也可将从A杆移出的圆盘重新移回到A杆上,但都必须遵循上述两条规则.

在真实玩具中,一般 $N=8$,这将需移动255次;如果 $N=10$,需移动1 023次;如果 $N=15$,需移动32 767次.这就是说,如果一个人从3岁到99岁,每天移动一块圆盘,他仅能移动15块.如果 $N=20$,需移动1 048 575次,即超过了一百万次.

这样的游戏,如果碟子多了,看来仅靠自己是无法完成的,但你能否借助计算机来实现呢?

本章将学习

专题一、算法的含义.

重点:通过实例体会算法的思想,掌握算法的含义,能用自然语言、流程图和算法语言描述算法.掌握算法的特征,从而能正确地设计一个算法.

难点:算法特征的使用及算法的设计.

专题二、程序框图的三种基本逻辑结构:顺序结构、条件结构、循环结构.

重点:程序框图的概念、基本图形符号和3种基本逻辑结构.

难点:能综合运用这些知识正确地画出程序框图.

专题三、基本的算法语句——输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句.

重点:正确理解输入语句、输出语句、赋值语句的作用.

难点:准确写出输入语句、输出语句、赋值语句.

专题四、中国古代和西方数学中的算法案例.

重点:理解辗转相除法、更相减损术求最大公约数的方法,秦九韶算法的特点及两种排序法的排序步骤及计算机程序设计.

难点:把辗转相除法、更相减损术的方法转换成程序框图与程序语言,秦九韶算法的先进性理解及排序法的计算机程序设计.

方法指路

1. 要注意区分算法与我们通常的解题方法,写出的算法必须能解决一类问题,并且能够重复使用;要使算法尽量简单、步骤尽量少;要保证算法正确.

2. 要弄清各种图形符号的意义,明确每个图形符号的使用环境,图形符号间的联结方式;在我们描述算法或画程序框图时,必须遵循一定的逻辑结构.

3. 要特别掌握赋值语句中“=”的作用及应用,要注意区分两种不同的循环结构.

4. 在理解最大公约数的基础上去发现辗转相除法与更相减损术中的数学规律,并能模仿已经学过的程序框图与算法语句设计出辗转相除法与更相减损术的程序框图与算法程序;探究秦九韶算法对比一般计算方法中计算次数的改变,体会科学的计算;模仿排序法中数字排序的步骤,理解计算机计算的一般步骤,领会数学计算在计算机上实施的要求.

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

课标要求导航

1. 能描述算法的概念.
2. 能通过具体问题的解决过程与步骤(二元一次方程组的求解等问题)归纳算法设计的一般步骤.

教材知识详析

要点1 算法的概念

【案例1】 写出求 $1+2+3+4+5+6$ 的一个算法.

【精析】 可以按逐一相加的程序进行,也可以利用公式 $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 进行,也可以根据加法运算律简化运算过程.

【解答】 算法1:

第一步,计算 $1+2$ 得到 3.

第二步,将第一步中的运算结果 3 与 3 相加得到 6.

第三步,将第二步中的运算结果 6 与 4 相加得到 10.

第四步,将第三步中的运算结果 10 与 5 相加得到 15.

第五步,将第四步中的运算结果 15 与 6 相加得到 21.

算法2:

第一步,取 $n=6$.

第二步,计算 $\frac{n(n+1)}{2}$.

第三步,输出运算结果.

算法3:

第一步,将原式变形为 $(1+6)+(2+5)+(3+4)=3\times 7$.

第二步,计算 3×7 .

第三步,输出运算结果.

关键提醒 算法1是最原始的方法,最为繁琐,步骤较多,当加数较大时,比如 $1+2+3+\cdots+10\,000$,再用这种方法是不通的;算法2与算法3都是比较简单的算法,但比较而言,算法2最为简单,且易于在计算机上执行操作.

要点2 算法的特点

算法的特点主要有:

(1)有限性:一个算法必须在有限的步骤内结束并返回一个结果.

(2)确定性:一个算法的每一个步骤和次序都应当是确定的,而不是模棱两可的.

(3)不唯一性:一个问题可以有多个算法,算法有优劣之分.

(4)普遍性:很多具体的问题,都可以设计合理的算法去解决.

【案例2】 下列对算法的理解中不正确的是().

A. 算法有一个共同的特点就是对一类问题都有效(而不是个别问题)

B. 算法要求一步步执行,每一步都能得到唯一的结果

C. 算法一般是机械的,有时要进行大量重复的计算,优点是它是一种通法

D. 任何问题都可以用算法来解决

【解答】 D.

要点3 设计算法的要求

(1)要切实保证算法的正确性;

(2)要使算法尽量简单,步骤尽量少;

(3)要保证设计的算法能够让计算机执行;

(4)使算法具有良好的通用性,即少许改动就能解决同一类型的问题.

【案例3】 写出解方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个算法.

【精析】 本题的实质是求一元二次方程的解的问题,方法很多,因而相应的算法也很多.

【解答】 算法一:根据因式分解法写出算法.

第一步,将方程的左边因式分解为

$$(x-3)(x+1)=0. \quad ①$$

第二步,由①得 $x-3=0$ ②或 $x+1=0$ ③.

第三步,由②得 $x=3$;由③得 $x=-1$.

算法二:根据配方法写出算法.

第一步,移项,得 $x^2-2x=3$.

第二步,①两边加1并配方,得 $(x-1)^2=4$.

第三步,②两边开方,得 $x-1=\pm 2$.

第四步,由③得 $x=3$ 或 $x=-1$.

算法三:根据求根公式法写出算法.

第一步,计算方程的判别式,并判断其符号: $\Delta=16>0$.

第二步,将 $a=1, b=-2, c=-3$ 代入求根公式,得 $x_1=3, x_2=-1$.

归纳整理 比较以上三种算法,算法三相对最简单,步骤最小,更便于计算机执行,通用性更好,所以求一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的根的算法,我们采用算法三的思想.

第一步,计算 $\Delta=b^2-4ac$.

第二步,若 $\Delta<0$,输出方程无实根.

第三步,若 $\Delta\geq 0$,输出方程的根 $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

教材知识拓展

拓展点1 算法设计的优化

事实上,解决同一问题的算法并不是唯一的,寻求简单、步骤少、速度快的算法,是编制算法的一种境界.

【案例1】 教材P₄“探究”,课本中给出了一个算法,即用 $2\sim(n-1)$ 的任意整数去除 n ,一共做了 $n-2$ 次除法,是一个重复操作的过程.课本中给出的算法是:

第一步,给定大于2的整数 n .

第二步,令 $i=2$.

第三步,用 i 除 n ,得到余数 r .

第四步,判断“ $r=0$ ”是否成立.若是,则 n 不是质数,结束算法;否则,将 i 的值增加1,仍用 i 表示.

第五步,判断“ $i>(n-1)$ ”是否成立.若是,则 n 是质数,结束算法;否则,返回第三步.

【精析】 该算法的结束条件是 $i>(n-1)$ 或 $r=0$,这一条件是否可以改变呢?当 $n=8,9,25,26,35,\dots$ 时,需做除法的次数分别为1,2,4,1,4, $\dots$,所以,做的除法次数都不大于 $\sqrt{n}$ 的整数部分.事实上,如果判断一个整数 n 是否为质数,只需利用 $2\sim[\sqrt{n}]$ 的整数去除 n 即可,算法的结束条件变为 $i>[\sqrt{n}]$ 或 $r=0$ 成立,由此可以得到新的算法.

【解答】 第一步,给定大于2的整数 n .

第二步,令 $i=2$.

第三步,用 i 除 n ,得到余数 r .判断余数 r 是否为0,若是,则 n 不是质数,结束算法;否则将 i 的值增加1,仍用 i 表示.

第四步,判断 i 是否大于 $[\sqrt{n}]$,若是,则 n 是质数;否则,返回第三步.

归纳整理 这一改动,可使计算的步骤大大减少,特别是当 n 较大时,更能显示其优越性.如判断9 991是否为质数,最多需进行99次除法,而原来的算法,最多需进行9 989次除法,改动以后可使计算的步骤大大减少,提高了计算的速度,因而这一算法更优.

课标题型探究

类型一 综合应用题

算法的概念

【例1】 (要点1)下列关于算法的说法:

- ①求解某一类问题的算法是唯一的;
- ②算法必须在有限的步骤操作之后停止;
- ③算法的每一步操作必须是明确的,不能有歧义或模糊;
- ④算法执行后一定产生确定的结果.

其中正确的有().

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

【精析】 算法可以理解为可用计算机来解决某一类问题的明确、有效而且能够在有限步内完成的程序或步骤.

由于算法具有可终止性、明确性和确定性,因而②③④正确,而解决某类问题的算法不唯一,从而①错.选C.

【解答】 C.

算法的设计与书写

【例2】 (要点2)求两底半径分别为2和4,且高为4的圆台的表面积及体积.写出该问题的算法.

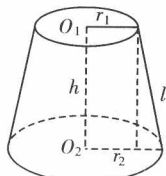


图 1.1-1

【精析】 如图1.1-1所示,圆台的表面积是由侧面积和

两底面积这两部分组成,因此要求圆台的表面积必须先求出其两底面积与侧面积,然后把它们相加.而求侧面积必须先求母线长,求体积可直接套用圆台的体积公式.

【解答】 算法如下:

第一步,取 $r_1=2, r_2=4, h=4$.

第二步,计算 $l=\sqrt{(r_2-r_1)^2+h^2}$.

第三步,计算 $S=\pi r_1^2+\pi r_2^2+\pi(r_1+r_2)l$ 与 $V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)h$.

第四步,输出运算结果.

【分析·对比】 该问题是利用公式求解的.利用公式解决问题必须先求出公式中的各个量,如题目中的 l 是未知的,因此在设计算法时,应优先考虑像 l 这样的未知量的求法.另外注意不要将算法设计得过于零碎或过于复杂.有的同学设计的算法就过于繁杂,如:

第一步,取 $r_1=2, r_2=4, h=4$.

第二步,计算 $S_1=\pi r_1^2$.

第三步,计算 $S_2=\pi r_2^2$.

第四步,计算 $u=(r_2-r_1)^2+h^2$.

第五步,计算 $l=\sqrt{u}$.

第六步,计算 $S_3=\pi(r_1+r_2)l$.

第七步,计算 $S=S_1+S_2+S_3$.

第八步,计算 $V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)h$.

第九步,输出运算结果.

上述结果尽管正确,但由于步骤繁多,而且是分步进行的,实际操作起来比较繁杂.因此,在较为复杂的问题中设计算法时,常考虑用综合算式.

类型二 探究创新题

分类思想的算法设计

【例3】 (要点3)已知函数 $y=\begin{cases} -x+1 & (x>0), \\ 0 & (x=0), \\ x+3 & (x<0), \end{cases}$ 写出求

其函数值的算法.

【解答】 算法如下:

第一步,输入 x .

第二步,若 $x>0$,则 $y=-x+1$;否则执行第三步.

第三步,若 $x=0$,则 $y=0$;否则执行第四步.

第四步, $y=x+3$.

第五步,输出 y .

循环思想的算法设计

【例4】 (要点3)设计一个算法,求三个数中最大的数.

【解答】 算法如下:

第一步,输入 a, b, c .

第二步, $x=a$.

第三步,若 $b>x$,则 $x=b$;否则执行第四步.

第四步,若 $c>x$,则 $x=c$;否则执行第五步.

第五步,输出 x .

常见误区分析

【例 1】设计“判断 53 是否为质数”的算法.

【错解】第一步,2 不整除 53,所以用 3 继续去除.

第二步,3 不整除 53,所以用 4 继续去除.

第三步,4 不整除 53,所以用 5 继续去除.

...

第五十二步,52 不整除 53,所以 53 是质数.

【错因分析】中间过程用“...”表示,步骤不明确.

【正确解答】第一步,令 $n=53$.

第二步,令 $i=2$.

第三步,用 i 除 n 的得到余数 r .

第四步,判断余数 r 是否为 0. 若 $r=0$,则 53 不是质数,结束算法;否则,将 i 的值增加 1 仍用 i 表示.

第五步,判断 i 是否大于 52. 若是,则 53 是质数;否则返回执行第三步.

【要点提示】算法与大脑的思维是有区别的,算法的每一步都要明确,不得含糊,或有以此类推的情形出现.

【例 2】已知直角坐标系中的点 $A(-1,0)$, $B(3,2)$. 写出求直线 AB 的方程的一个算法.

【错解】第一步,设直线 AB 的方程为 $y=kx+b$.

第二步,将 $A(-1,0)$, $B(3,2)$ 代入第一步中所设的方程,得到 $-k+b=0$, $3k+b=2$.

第三步,解第二步所得的两方程组成的方程组,得到 $k=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$.

第四步,把第三步得到的运算结果代入第一步所设的方程,得到 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$.

第五步,将第四步所得结果整理,得到方程 $x-2y+1=0$.

【错因分析】解这类题的关键是选择数学模型,不恰当的数学模型会使算法步骤条理不清晰.

【正确解答】第一步,求出直线 AB 的斜率

$$k=\frac{2-0}{3-(-1)}=\frac{1}{2}.$$

第二步,选定点 $A(-1,0)$,用点斜式写出直线 AB 的方程 $y-0=\frac{1}{2}[x-(-1)]$.

第三步,将第二步的运算结果化简,得到方程 $x-2y+1=0$.

【要点提示】在给出解决有关解析几何问题的算法时,一定要掌握有关知识及公式的正确使用及计算,要注意过程的条理和步骤的清晰.

知能提升训练

夯基固本

1. (要点 1)下列关于算法的说法中正确的是().

- A. 算法就是某个问题的解题过程
- B. 算法执行后可以不产生确定的结果
- C. 解决某类问题的算法不是唯一的
- D. 算法可以无限地操作下去

2. (要点 1)对于一般的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$,在写解此方程组的算法时,需要我们注意的是().

- A. $a_1 \neq 0$
- B. $a_2 \neq 0$
- C. $a_1b_2-a_2b_1 \neq 0$
- D. $a_1b_1-a_2b_2 \neq 0$

3. (要点 1)下列语句表达中,是算法的有().

- ①从济南到巴黎可以先乘火车到北京,再坐飞机到巴黎;
- ②利用公式 $S=\frac{1}{2}ah$,计算高为 1、底为 2 的三角形的面积;
- ③ $\frac{1}{2}x > 2x+5$;
- ④求 $M(1,2)$ 与 $N(-3,-5)$ 两点连线的方程,可先求 MN 的斜率,再利用点斜式求得.

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

4. (要点 1)算法的有穷性是指().

- A. 算法必须包含输出
- B. 算法中每个操作步骤是可执行的
- C. 算法的步骤必须有限
- D. 以上说法均不正确

5. 下面算法描述正确的一项是().

- A. 算法只能用自然语言来描述
- B. 算法只能用程序语言来表示
- C. 同一问题的算法不同,结果必然不同
- D. 同一问题可以有不同的算法

6. (要点 3)从早晨起床到出门需要做以下事情:刷牙洗脸(5 min)、刷水壶(2 min)、烧水(8 min)、泡面(3 min)、吃饭(10 min)、听广播(8 min),下列算法中,最好的一种为().

- A. 第一步,洗脸刷牙;第二步,刷水壶;第三步,烧水;第四步,泡面;第五步,吃饭;第六步,听广播
- B. 第一步,刷水壶;第二步,烧水的同时洗脸刷牙;第三步,泡面;第四步,吃饭;第五步,听广播
- C. 第一步,刷水壶;第二步,烧水的同时洗脸刷牙;第三步,泡面;第四步,吃饭的同时听广播
- D. 第一步,吃饭的同时听广播;第二步,泡面;第三步,烧水的同时洗脸刷牙;第四步,刷水壶

7. (要点 2)已知一个三角形的三边长分别为 2,3,4. 设计一个算法,求出它的面积.

综合应用

8. (要点 2)用二分法求方程 $x^5-3x+1=0$ 在 $(0,1)$ 上的近似解,精确到 $c=0.001$,写出算法.

9. (要点2)某市公用电话(市话)的收费标准为:3分钟之内(包括3分钟)收取0.30元;超过3分钟的部分按0.1元/分钟收费.设计一个算法,根据通话时间计算话费.

10. (要点2)给定任一实数 a 的值,求 y 的值,其中 $y = \begin{cases} 2a-1, & a \leq 0, \\ a^2+1, & a > 0. \end{cases}$ 请设计一个算法.

11. (要点2)已知 $f(x)=x^2-2x-3$,求 $f(3), f(-5), f(5)$,并计算 $f(3)+f(-5)+f(5)$ 的值.设计出解决该问题的一个算法.

12. (要点2)由动点 P 向圆 $x^2+y^2=1$ 引两条切线 PA, PB ,切点分别为点 $A, B, \angle APB=60^\circ$,求动点 P 的轨迹方程.设计解决该问题的一个算法.

13. (要点2)已知直线 $l_1: 3x-y+12=0$ 和 $l_2: 3x+2y-6=0$,求 l_1 和 l_2 及 y 轴所围成的三角形的面积.写出解决本题的一个算法.

探究创新

14. (拓展点1)有一堆形状、大小相同的珠子27粒,其中只有一粒重量比其他的轻,利用无砝码的天平,在一般情形下最少需要几次肯定能找到这粒最轻的珠子?

[参考答案与点拨]

1. C 2. C 3. C 4. C 5. D 6. C

7. 算法如下:

第一步,取 $a=2, b=3, c=4$.

第二步,取 $p = \frac{a+b+c}{2}$.

第三步, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

第四步,输出 S 的值.

8. 算法如下:

第一步,取 $a=0, b=1, c=0.001, f(x)=x^5-3x+1$.

第二步,取 $x_0 = \frac{1}{2}(a+b)$,将区间 $[a, b]$ 一分为二.

第三步,若 $f(x_0)=0$,则 x_0 就是方程的根;否则所求的根 x^* 在 x_0 的左侧或右侧.若 $f(a) \cdot f(x_0) > 0$,则 $x^* \in (x_0, b)$,以 x_0 代替 a ;若 $f(a) \cdot f(x_0) < 0$,则 $x^* \in (a, x_0)$,以 x_0 代替 b .

第四步,若 $|a-b| < c$,计算终止,此时 $x^* \approx x_0$;否则转到第二步.

9. 算法如下:

第一步,若 $t > 0$ 且 $t \leq 3$,令 $c=0.30$.否则执行第二步.

第二步, $c=0.30+0.10 \cdot (t-3)$.

第三步,输出通话费用 c .

10. 算法如下:

第一步,输入 a .

第二步,若 $a \leq 0$,则执行第三步;否则执行第四步.

第三步,输出 $2a-1$.

第四步,输出 a^2+1 .

11. 算法如下:

第一步, $x=3$.

第二步, $y_1=x^2-2x-3$.

第三步, $x=-5$.

第四步, $y_2=x^2-2x-3$.

第五步, $x=5$.

第六步, $y_3=x^2-2x-3$.

第七步, $y=y_1+y_2+y_3$.

第八步,输出 y_1, y_2, y_3, y .

12. 如图,连接 OA, OB .

由切线定理,知 OP 平分 $\angle APB, OA \perp AP$,

所以 $\angle APO=30^\circ$.

在 $Rt\triangle APO$ 中, $OP=2OA=2 \times 1=2$.

所以 P 是以点 O 为圆心、2为半径的圆上的点.

从而点 P 的轨迹方程为 $x^2+y^2=4$.

算法如下:

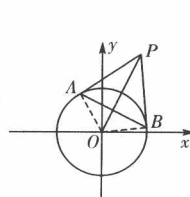
第一步,说明 $OA \perp AP$.

第二步,说明 $\angle APO=30^\circ$.

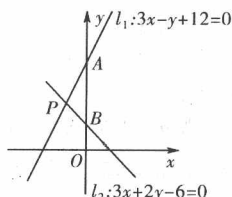
第三步,由直角三角形的性质,得 $OP=2OA=2$.

第四步,说明点 P 的轨迹是以原点为圆心、以2为半径的圆.

第五步,写出点 P 的轨迹方程 $x^2+y^2=4$.



(第12题)



(第13题)

13. 如图,三角形的一个顶点为 l_1, l_2 的交点 P , 必须求出 l_1, l_2 与 y 轴的交点 A, B , 得到另外两个顶点的坐标, 求出底和高, 然后根据面积公式求出面积.

算法如下:

第一步, 解方程组 $\begin{cases} 3x - y + 12 = 0, \\ 3x + 2y - 6 = 0, \end{cases}$ 得 l_1, l_2 的交点为 $P(-2, 6)$.

第二步, 在方程 $3x - y + 12 = 0$ 中, 令 $x = 0$, 得 $y = 12$, 从而得到 $A(0, 12)$.

第三步, 在方程 $3x + 2y - 6 = 0$ 中, 令 $x = 0$, 得 $y = 3$, 从而得到 $B(0, 3)$.

第四步, 求出 $\triangle ABP$ 的底边长 $|AB| = 12 - 3 = 9$.

第五步, 求出 $\triangle ABP$ 的底边 AB 上的高 $h = 2$.

第六步, 由三角形的面积公式, 计算 $S = \frac{1}{2} |AB| \cdot h = 9$.

第七步, 输出结果.

14. 答: 3次. 第一次, 将珠子平均分成3份, 每份9粒, 把其中的两份分别放在天平的两端, 若天平不平, 则可知翘起的一端是含有较轻珠子的; 否则, 是未称的那堆含有较轻的珠子; 第二次, 再将含有较轻珠子的那堆平均分成3份, 每份3粒, 把其中的两份分别放在天平的两端, 若天平不平, 则可知翘起的一端是含有较轻珠子的; 否则, 是未称的那堆含有较轻的珠子; 第三次, 将含有较轻珠子的那堆平均分成3份, 每份1粒, 把其中的两份分别放在天平的两端, 若天平不平, 则可知翘起的一端是含有较轻珠子的; 否则, 是未称的那堆含有较轻的珠子, 这就把那粒较轻的珠子找出来了.

拓展: 如果是26粒或25粒呢? 结果也是一样的.

教材习题详解

P₅ 思考

解答: 算法具有以下特性: (1) 有穷性; (2) 确定性; (3) 顺序性; (4) 不唯一性; (5) 普遍性.

P₅ 练习

1. 第一步, 输入任意正实数 r .

第二步, 计算 $S = \pi r^2$.

第三步, 输出圆的面积 S .

2. 根据因数的定义, 可设计出下面的一个算法:

第一步, 判断 n 是否等于2. 若 $n=2$, 则 n 的因数为1, n ; 若 $n>2$, 则执行第二步.

第二步, 依次从2到 $n-1$ 检验是否能够整除 n . 若整除 n , 则是 n 的因数; 若不能整除 n , 则不是 n 的因数.

第三步, 输出 n 的所有因数.

评注: 这是求 n 的所有因数的最基本的算法, 其设计的核心是从2到 $n-1$ 依次检验.

遨游数学世界

年少时期的高斯

高斯(Johann Carl Friedrich Gauss)(1777年4月30日~1855年2月23日), 生于不伦瑞克, 卒于哥廷根, 德国著名数学家、物理学家、天文学家、大地测量学家.

高斯的成就遍及数学的各个领域, 在数论、非欧几何、微分几何、超几何级数、复变函数论以及椭圆函数论等方面均有开创性贡献. 他十分注重数学的应用, 并且在对天文学、大地测量学和磁学的研究中也偏重于用数学方法进行研究.

高斯是一对普通夫妇的儿子. 他的母亲是一个贫穷石匠的女儿, 虽然十分聪明, 但却没有接受过教育, 近似于文盲. 在她成为高斯父亲的第二个妻子之前, 她从事女佣工作. 他的父亲曾做过园丁、工头、商人的助手和一个小保险公司的评估师. 高斯三岁时便能够纠正他父亲的借债账目的事情, 已经成为一个轶事流传至今. 他曾说, 他在麦仙翁堆上学会计算. 能够在头脑中进行复杂的计算, 是上帝赐予他一生的天赋.

高斯的父亲在工地上曾有意引导他仔细观察钢管是如何堆放的, 所以高斯用很短的时间计算出了小学老师布置的任务: 对自然数从1到100求和. 他所使用的方法是: 对50对构造和为101的数列求和为 $(1+100, 2+99, 3+98, \dots)$, 同时得到结果: 5050. 这一年, 高斯9岁. 但是据更为精细的数学史书记载, 高斯所解的并不止1加到100那么简单, 而是 $81\,297 + 81\,495 + \dots + 100\,899$ (公差198, 项数100) 的一个等差数列.

当高斯12岁时, 已经开始怀疑元素几何学中的基础证明. 当他16岁时, 预测在欧氏几何之外必然会产生一门完全不同的几何学. 他导出了二项式定理的一般形式, 将其成功的运用在无穷级数中, 并发展了数学分析的理论.

1792年, 15岁的高斯进入 Braunschweig 学院. 在那里, 高斯开始对高等数学作研究. 独立发现了二项式定理的一般形式、数论上的“二次互反律”、“质数分布定理”及“算术几何平均”. 1795年高斯进入哥廷根大学. 1796年, 19岁的高斯得到了一个数学史上极重要的结果, 就是《正十七边形尺规作图之理论与方法》. 5年以后, 高斯又证明了形如“Fermat 素数”边数的正多边形可以由尺规作出.

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

课标要求导航

1. 能描述程序框图的概念.
2. 能使用图形符号表示算法.
3. 能区分算法的三种基本逻辑结构.
4. 能归纳画程序框图的基本规则,并能正确使用程序框图表示算法.

教材知识详析

要点1 程序框图

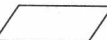
(1) 程序框图的概念.

程序框图,是一种用程序框、流程线及文字说明来准确、直观地表示算法的图形.

(2) 构成程序框图的图形符号及作用.

基本概念:

①起止框:  起止框是任何流程图都不可缺少的,它表明程序的开始和结束,所以一个完整的流程图的首末两端必须有起止框.

②输入、输出框:  表示数据的输入或结果的输出,它可用在算法中的任何需要输入、输出的位置.

③处理框:  它是用来赋值、执行计算语句、传送运算结果的图形符号.

④判断框:  判断框一般有一个入口和两个出口,有时也有多个出口,它是唯一具有两个或两个以上出口的符号.在只有两个出口的情形中,通常都分成“是”与“否”(也可用“Y”与“N”)两个分支.

⑤一个算法步骤到另一个算法步骤要用流程线连接,如果一个程序框图需要分开来画,要在断开处画上连接点,并标出连接的号码(如图 1.1-2).

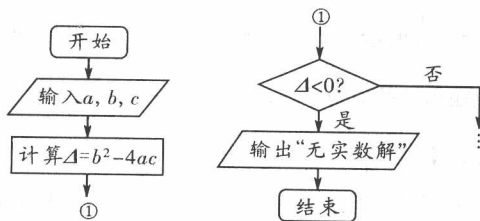


图 1.1-2

(3) 画程序框图的规则.

在学习这部分知识时,要掌握各个图形的形状、作用及使用规则,画程序框图的规则如下:

- ①使用标准的图形符号.
- ②框图一般按从上到下、从左到右的方向画.
- ③除判断框外,大多数框图符号只有一个进入点和一个退出点.判断框是具有超过一个退出点的唯一的符号.
- ④判断框分两大类,一种判断是“是”与“否”两分支的判断,而且有且仅有两个结果;另一种是多分支判断,有几种不

同的结果.

⑤在图形符号内描述的语言要非常简练、清楚.

【案例 1】写出如图 1.1-3 所示的程序框图的运行结果.

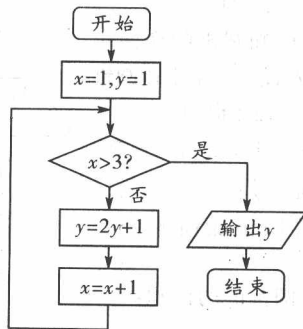


图 1.1-3

【解答】第一步,判断 $x > 3$, 否, $y = 3, x = 2$.

第二步,判断 $x > 3$, 否, $y = 7, x = 3$.

第三步,判断 $x > 3$, 否, $y = 15, x = 4$.

第四步,判断 $x > 3$, 是, 输出 $y = 15$.

【案例 2】如图 1.1-4 所示的程序框图所进行的求和运算是().

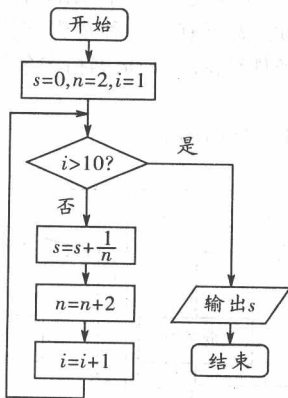


图 1.1-4

A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}$

B. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19}$

C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{20}$

D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}$

【解答】C.

要点2 顺序结构

顺序结构:顺序结构描述的是最简单的算法结构,语句与语句之间,框与框之间是按从上到下的顺序进行的.用示意图(如图 1.1-5)表示如下:

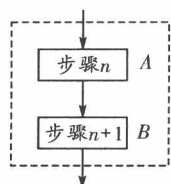


图 1.1-5

其中 A、B 两个框依次执行，只有执行完 A 框操作后才能接着执行 B 框指定的操作。

【案例 3】 已知圆锥的底面半径为 r ，母线长为 l ，设计一个求该圆锥体积的算法，并画出程序框图。

【解析】 第一步，由勾股定理，可求出圆锥的高 $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ 。

第二步，计算圆锥底面积： $S = \pi r^2$ 。

第三步，计算圆锥的体积： $V = \frac{1}{3}Sh$ 。

第四步，输出体积。

【解答】 程序框图见图 1.1-6。

拓展反思 要注意图形符号的功能。

要点 3 条件结构

条件结构：一些简单的算法可以用顺序结构来表示，但是这种结构无法对描述对象进行逻辑判断，并根据判断结果进行不同的处理。因此，需要有另一种逻辑结构来处理这类问题，这种结构叫做条件结构。它是根据指定条件选择执行不同指令的控制结构。

程序框图如图 1.1-7 所示。

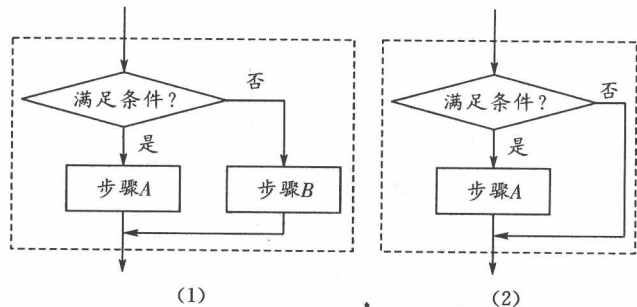


图 1.1-7

关键提醒 ①在执行条件结构时需根据判断框中的条件是否满足选择执行 A 框或 B 框，A 框或 B 框可以有一个是空的，即不执行任何操作。

②无论走哪条路径，在执行完 A 框或 B 框后，都需脱离本条件结构跳到下一程序或流程。

③A 框与 B 框只能两者选一，不能同时执行。

【案例 4】 某算法的程序框图如图 1.1-8 所示，求输出量 y 与输入量 x 满足的关系式。

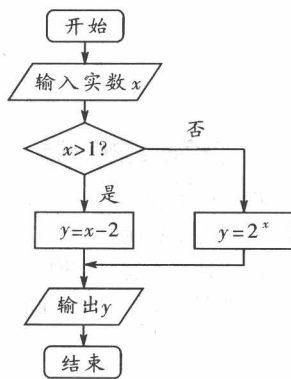


图 1.1-8

【解答】 当 $x > 1$ 时， $y = x - 2$ ；

当 $x \leq 1$ 时， $y = 2^x$ 。

则 $y = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1, \\ x - 2, & x > 1, \end{cases}$ 即为 x, y 满足的关系。

【案例 5】 (2010·山东理) 执行如图 1.1-9 的程序框图，若输入 $x = 10$ ，则输出 y 的值为_____。

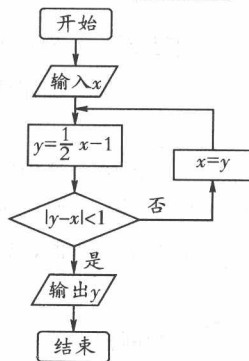


图 1.1-9

【解析】 当 $x = 10$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 10 - 1 = 4$ ，此时 $|y - x| = 6$ ；

当 $x = 4$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = 1$ ，此时 $|y - x| = 3$ ；当 $x = 1$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 1 - 1 = -\frac{1}{2}$ ，此时 $|y - x| = \frac{3}{2}$ ；

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时， $y = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}) - 1 = -\frac{5}{4}$ ，此时 $|y - x| = \frac{3}{4} < 1$ ，故输出 y 的值为 $-\frac{5}{4}$ 。

【解答】 $-\frac{5}{4}$ 。

顿有所悟 本题考查程序框图的基础知识，考查识图能力。

要点 4 循环结构

在一些算法中，经常会出现从某处开始，按照一定条件，反复执行某一处理步骤的情况，这就是循环结构，反复执行的处理步骤称为循环体。显然，循环结构中一定包含条件结构。

循环结构又称为重复结构，循环结构可细分为两类：

(1)一类是当型循环结构，如图 1.1-10 所示。它的功能是当给定的条件 p_1 成立时，执行 A 框，A 框执行完毕后，再判断条件 p_1 是否成立，如果仍然成立，再执行 A 框，如此反复执行 A 框，直到某一次条件 p_1 不成立为止，此时不再执行 A 框，从