

混沌系统的同步 及在保密通信中的应用

王兴元 著



科学出版社

混沌系统的同步 及在保密通信中的应用

王兴元 著

科学出版社

北京

前　　言

混沌是非线性科学的研究的中心内容之一,与相对论、量子力学一起被认为是 20 世纪物理学的三次重大革命。混沌是当今前沿的研究课题,它揭示了自然界及人类社会中普遍存在的复杂性,反映了世界上无序和有序之间、确定性与随机性之间的辩证统一关系。近半个世纪以来,人们对混沌运动的规律及其在自然学科和社会学科中的表现有了比以前更广泛、更深刻的认识,混沌学作为物理学中一门重要的学科逐步从单纯的学科扩展到其他学科,从而产生了丰富的研究成果,大大拓宽了人们的视野,并且发展到了把混沌作为一门应用技术来研究。由于混沌理论在信息科学、医学、生物工程等领域具有很大的应用潜力及很好的发展前景,结合日益发展的计算机技术,混沌理论已成为很多科研工作者的学术研究重点之一。现如今,混沌学已成为一门覆盖面广、综合性强、专业跨度大的学科。可以预见,它在未来的科学的研究中必将对人类生活产生更加深远的影响。

由于混沌系统的极端复杂性,人们在过去很长时间里一直认为混沌是不可控制的,更不用说把混沌理论应用于实际的生产生活。混沌控制研究中真正具有里程碑意义的是 1990 年美国马里兰大学的 Ott, Grebogi 和 Yorke 提出的参数微扰控制方法(即 OGY 方法),它成功控制了奇怪吸引子中的不稳定周期轨道。同年, Pecora 和 Corroll 首次提出了“混沌同步”的概念,并在实验室用电路实现了同一信号驱动下耦合混沌系统的同步。广义地讲,混沌同步属于特定的混沌控制。所谓同步,指的是两个或多个混沌系统在耦合或驱动作用下使其混沌运动达到一致的过程。自此,关于混沌系统控制同步问题的研究引起了人们的重视,并逐渐成为学术界的一个热点领域。OGY 方法的贡献不在控制方法上,而在观念上,它使人们重新审视混沌系统,意识到混沌是可控的,带动了混沌控制与同步的研究热潮。

随着计算机技术、信息技术和通信技术的迅猛发展,以计算机为核心的庞大信息网正在世界范围内逐渐形成,传统的保密通信方法已不能满足人们对通信保密性的要求,人们迫切需要寻求新的保密通信方法来确保网络通信的安全性。自从人们发现混沌可以被同步,并且用电路实现了混沌同步之后,混沌用于保密通信成为信息安全领域研究的热点问题。混沌信号并非随机却貌似随机,具有非周期性、连续宽带频谱、类噪声的特性,具有异常复杂的运动轨迹和不可预测性,这些使它具有天然的隐蔽性,适合作为保密通信的载体。一般而言,混沌保密通信在发送端,把信息表示成具有混沌特性的波形或者码流;在接收端,从接收到的信号中恢复出正确的信息。在公共信道中,混沌信号是信息的载体,多数情况下,这个信号又作为同

步发送端和接收端混沌系统的信号。另外，混沌系统本身是确定的，由非线性系统的方程、参数和初始条件所完全决定，从而易于产生和复制出数量众多、非相关、类随机而又确定的混沌序列。混沌信号的隐蔽性、不可预测性、高度复杂性和易于实现的特点使得它特别适用于保密通信。多数情况下，混沌保密通信要求发送端和接收端的混沌系统同步，这样混沌控制与同步就成为混沌保密通信的关键问题和重要的理论基础。目前混沌同步的理论和基于混沌的保密通信应用性研究还并不完全成熟，但从发展势头和发展趋势来看，这一领域存在巨大的发掘潜力和广阔的应用前景，基于混沌理论的保密技术极有可能会在未来的通信领域导致一场变革。

由于混沌保密通信具有强大的生命力，而混沌同步理论的研究和发展，为混沌在保密通信中的应用准备了理论基础。因而关于混沌同步及在保密通信中的应用问题在近年来引起了人们的广泛关注，并越来越成为研究的重点和难点问题，相关文献和成果，也正在不断丰富。我课题组在不断了解国内外最新科研动态的同时，也进行了大量相关理论与应用的研究，并取得了较丰富的研究成果。这些研究工作使我们对混沌同步及其在保密通信中的应用有了更深入的了解，并促使我们写出本书，希望本书的出版能为推动国内这一领域的发展尽一份微薄之力。

本书共分为 5 章：第 1 章阐述了混沌理论的起源、研究意义与发展趋势，并简单介绍了本书的研究内容与方法；第 2 章介绍了研究混沌与混沌控制的基本方法，介绍了其在保密通信领域的几种典型应用；第 3 章研究了混沌系统的完全同步问题，包括自适应同步、耦合同步、滑模控制等一些经典同步方法；第 4 章在第 3 章的基础上研究了混沌系统的广义同步问题，并提出了一些新方法、新思路；第 5 章研究了混沌同步在保密通信中的几种典型应用，提出了多种新的保密通信方案，并以仿真实验证其有效性和安全性。书中所采用的例子，大都来自近年来我课题组在国内外期刊所发表的论文，内容翔实可靠。

本书的研究工作得到了国家自然科学基金（编号：61173183, 60973152, 60573172）、高等学校博士点专项科研基金（编号：20070141014）及辽宁省自然科学基金（编号：20082165）的支持，本书的出版得到大连市政府学术专著资助项目的资助，在此表示由衷的感谢。

由于受科研水平和所做工作的局限性影响，书中难免有疏漏之处，恳请广大读者多提宝贵意见。谢谢！

王兴元

2011 年 1 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 混沌的产生、发展与意义	1
1.1.1 混沌的起源与产生过程	1
1.1.2 混沌研究的意义	5
1.2 混沌研究的作用、现状与展望	9
1.3 混沌控制与同步简介	13
1.4 混沌保密通信简介	16
1.5 本书的基本特征	18
1.5.1 本书的主要研究内容	19
1.5.2 本书采用的研究方法	21
1.5.3 本书的主要创新之处	24
参考文献	26
第 2 章 混沌控制及保密通信的基本理论与方法	32
2.1 混沌的基本理论	32
2.1.1 混沌的特征	32
2.1.2 混沌的定义	37
2.1.3 奇怪吸引子	41
2.2 混沌研究的判据与准则	43
2.2.1 相空间重构	45
2.2.2 功率谱分析	48
2.2.3 Lyapunov 指数	49
2.3 混沌控制的基本理论	54
2.3.1 自适应控制原理	54
2.3.2 反馈控制原理	55
2.3.3 非反馈控制原理	56
2.4 混沌同步的几种基本方法	56
2.4.1 反馈同步法	56
2.4.2 激活控制法	57
2.4.3 全局同步法	58
2.4.4 基于观测器的同步法	59

2.5 混沌同步在保密通信中的应用	60
2.5.1 混沌同步通信的优势	60
2.5.2 混沌保密通信的应用方案	61
2.5.3 超混沌系统的构造与电路设计	63
2.5.4 混沌保密通信中值得注意的几个问题	74
参考文献	75
第 3 章 混沌系统的完全同步	81
3.1 自适应同步	81
3.1.1 同结构混沌系统间的自适应完全同步	81
3.1.2 异结构混沌系统间的自适应完全同步	121
3.2 线性耦合同步	146
3.2.1 统一混沌系统的线性耦合同步	147
3.2.2 单向耦合混沌同步	151
3.2.3 存在扰动的线性耦合混沌同步	161
3.2.4 混沌系统实现脉冲同步的简单判据	173
3.2.5 两种脉冲混沌同步的比较	179
3.3 非线性反馈同步	187
3.3.1 主动控制法	187
3.3.2 Lorenz 混沌系统的滑模控制	199
3.3.3 基于非奇异快速终端滑模的混沌同步	205
3.3.4 基于状态观测器实现蔡氏超混沌系统的同步	214
3.3.5 一种新的超混沌 Lorenz 系统的全局同步	219
3.4 其他几种混沌同步的方法	226
3.4.1 基于 OPNCL 方法的时滞神经网络的异结构混沌同步	226
3.4.2 基于 TDF 方法的时滞神经网络的异结构混沌同步	232
参考文献	239
第 4 章 混沌系统的广义同步	248
4.1 反同步	248
4.1.1 统一混沌系统的反同步	249
4.1.2 两个相同或不同超混沌系统间的反同步	256
4.1.3 一类延迟混沌神经网络的鲁棒反同步	264
4.1.4 滑模控制实现不确定混沌系统的反同步	272
4.1.5 三种方法实现超混沌 Chen 系统的反同步	280
4.2 投影同步	288
4.2.1 基于线性分离的自治混沌系统的投影同步	289

4.2.2 延迟神经网络的投影同步	297
4.2.3 一类不确定混沌系统的自适应投影同步	306
4.2.4 基于状态观测器的混沌系统的投影同步	320
4.2.5 基于模糊控制的 Chua 混沌系统投影同步	330
4.2.6 混沌系统的高精度快速投影同步	337
4.3 广义同步	349
4.3.1 基于观测器的神经网络广义同步	350
4.3.2 超混沌系统的广义同步	355
4.3.3 基于自适应控制的广义同步及参数辨识	364
4.3.4 传递单路信号实现混沌广义同步	372
4.3.5 离散混沌系统的广义同步	386
4.3.6 一类混沌系统的相同步	391
4.3.7 基于反馈控制和相空间压缩的时空混沌广义同步	405
参考文献	410
第 5 章 混沌同步在保密通信中的应用	416
5.1 混沌遮掩	416
5.1.1 基于 PC 同步的混沌遮掩保密通信	417
5.1.2 基于广义同步的混沌遮掩保密通信	428
5.1.3 基于观测器的混沌遮掩保密通信	440
5.1.4 几种改进的混沌遮掩保密通信方法	455
5.2 混沌键控	485
5.2.1 利用脉冲同步实现混沌键控数字保密通信	485
5.2.2 使用多种加解密方案实现混沌键控数字保密通信	494
5.2.3 基于混沌键控实现多进制数字保密通信	500
5.3 混沌调制	527
5.3.1 参数调制混沌保密通信	527
5.3.2 基于混沌脉冲位置调制的保密通信方案	543
5.4 不需同步的混沌保密通信方案	549
5.5 混沌保密通信中其他一些需要解决的问题	557
参考文献	558

第1章 絮 论

1.1 混沌的产生、发展与意义

非线性科学是一门研究非线性现象共性的基础学科，它是 20 世纪 60 年代以来，在各门以非线性为特征的分支学科的基础上逐步发展起来的综合性学科。科学界认为：非线性科学的研究不但具有重要的理论价值，而且具有广泛的应用前景。事实上，这门科学几乎涉及自然科学和社会科学的各个领域，并不断地改变着人们对现实世界的许多传统看法和思维。非线性科学的研究涉及对确定和随机、有序和无序、偶然和必然、量变和质变、整体和局部等数学范畴与哲学概念的重新认识。非线性现象涉及现代科学的逻辑体系及其变革的根本性问题，它将深远影响人类的思维方法。一般来说，非线性系统具有高维、强非线性、强耦合和系统参数可变等特性。非线性科学的主体包括混沌 (chaos)、分岔 (bifurcation)、分形 (fractal)、孤立子 (soliton) 和复杂性 (complexity)，其中混沌的研究占有极大的分量。

混沌理论的基本思想起源于 20 世纪初，发生于 60 年代后期，发展壮大于 80 年代。这一理论揭示了有序与无序的统一、确定性与随机性的统一，并为人们正确理解宇宙观和自然哲学起到了关键作用。混沌与分形理论被认为是继相对论、量子力学之后，20 世纪人类认识世界和改造世界的最富有创造性的科学领域的革命之一^[1,2]。

1.1.1 混沌的起源与产生过程

混沌，通常理解为混乱、无序、未分化，如所谓“混沌者，言万物相混成而未相离”（《易经》），“窈窈冥冥”、“昏昏默默”（《庄子》）。混沌最初进入科学是与以精确著称的数理科学无缘的，它主要是一个天文学中与宇宙起源有关的概念，来源于神话传说与哲学思辨。在现代，混沌被赋予了新的含义，混沌是指在确定性系统中出现的类似随机的过程，它来自非线性。混沌的理论基础可追溯到 19 世纪末创立的定性理论，但真正得到发展是在 20 世纪 70 年代，现在方兴未艾^[3~6]。

公认的混沌学的鼻祖是伟大的法国数学家、物理学家 Poincaré，他在研究天体力学，特别是在研究三体问题时发现了混沌现象。他发现三体引力相互作用能产生惊人的复杂动力学行为，确定性动力学方程的某些解具有不可预见性，这其实这就是现在所说的混沌现象。特别应提出的是 Poincaré 在 20 世纪初就发现了某些系统对初值具有敏感依赖性和行为长期不可预见性，他在《科学的价值》一书中写到：“我

们觉察不到的极其微小的原因决定着我们不能看到的显著结果,于是我们就说这个结果是由于偶然性……可以发生这样的情况:初始条件的微小差别在最后的现象中产生极大的差别;前者的微小误差促成了后者的巨大误差,于是预言变得不可能了。”这些描述实际上已经蕴涵了“某些确定系统具有内在随机性”这一混沌现象的基本特性。当 Poincaré 意识到当时的数学水平不足以解决天体力学的复杂问题时,就着力发展新的数学工具。他与 Lyapunov 一起建立了微分方程定性理论的基础;他为现代动力系统理论贡献了一系列重要概念,如动力系统、奇异点、极限环、稳定性、分岔、同宿和异宿等;他还提供了许多有效的方法和工具,如小参数展开法、摄动方法、Poincaré 截面法等。他所创立的组合拓扑学是当今研究混沌学必不可少的数学工具。另外,现代动力系统理论的几个重要组成部分,如稳定性理论、分岔理论、奇异性理论和吸引子理论等,都起源于 Poincaré 早期的研究工作。还有他的回复定理、遍历理论、概率思想等,这一系列数学成就对以后混沌学的建立发挥着广泛而深刻的影响。

在 Poincaré 之后,一大批数学家和物理学家在各自的研究领域所做的出色工作为混沌的建立提供了宝贵的知识积累。如 Birkhoff 在动力系统的研宄于 1917~1932 年发表了一系列论著,他在 Hamilton 微分方程组的正则型求解、不变环面的残存和不可积系统的轨道特征和遍历理论等问题都有重要贡献。他在研究有耗散的平面环的扭曲映射时,发现了一种极其复杂的“奇异曲线”,这实际上就是混沌中的一种奇怪吸引子。与此同时,数学领域还发现了一批分形几何对象,并导致了分形几何学的建立^[7]。概率论经过公理化而成了现代数学的标准组成部分,分析、代数、几何以及最抽象的数论都在为当今的混沌研究准备工具。遍历理论也在经历了长期的积累后取得重大进展,数学家们发现了不同层次的遍历性分别代表不同类型的复杂系统。同时,还相应建立了区分复杂系统和简单系统的定量判据,遍历理论终于成为当今研究复杂系统(如混沌系统)强有力的武器。

三百年前,Newton(牛顿)的万有引力定律和三大力学定律将天体的运动和地球上物体的运动统一起来,他的这一科学贡献曾被视为近代科学的典范。Newton 在讨论宇宙起源时就曾使用过混沌概念,他当时的观点与当代有序来源于对称破缺是一致的。18 世纪具有彻底牛顿宇宙观的伟大的科学家 Laplace(拉普拉斯)曾有传世名言:“如果有一位智慧之神,在给定时刻能够识别出赋予大自然以生机的全部的力量和组成万物的个别位置,而且他有足够的深邃的睿智能够分析这些数据,那么他将把宇宙中最微小的原子和庞大的天体的运动都包括在一个公式之中,对他来说,没有什么东西是不确定的,未来就如同过去那样是完全确定无疑的。”Laplace 的这句话可解释如下:“如果已知宇宙中每一粒子的位置与速度,那么就可以预测宇宙在整个未来中的状况。”要实现 Laplace 的这一目标显然有若干实际困难,但一百多年来似乎没有理由怀疑他至少在原则上是正确的。后来, Einstein(爱因斯坦)也曾表

态说：“我无论如何都深信上帝不是在掷骰子。”

然而，随着科学的发展，人们进一步认识到，牛顿力学的真理性受到了一定的限制。19世纪末、20世纪初，人们发现牛顿力学不能反映高速运动的规律，一切接近光速的运动应当用 Einstein 的相对论方法来计算。在此前后，人们又发现，微观粒子的运动并不遵守牛顿力学的规律，在微观世界中，应当用量子力学的 Schrödinger 方程来代替牛顿力学方程。

20世纪后半叶，由于量子力学的兴起，海森堡不确定关系的确立，使得 Laplace 的决定论在 20 世纪的科学界趋于失势。同时，物理学在非线性方面所取得的两大进展：非平衡物理学和始于混沌概念的不稳定系统动力学^[1]，又使牛顿力学受到了更大的冲击。

非平衡物理学研究远离平衡态的系统，这门新学科产生了诸如自组织和耗散结构这样一些概念，它们描述了单项时间效应，即不可逆性。例如，香水瓶打开之后，香水会挥发掉，香气充溢整个房间，但无论如何，空气中香水分子不会自发地重新聚集到瓶子里。常识告诉我们，从摇篮到坟墓，时间一往无前，永不倒退。然而，Newton 和 Einstein 确立的自然法则却描述了一个无时间的确定性宇宙。物理学基本定律所描述的时间，从经典的牛顿力学到相对论和量子力学，均未包含过去和未来之间的任何区别。因此，Einstein 常说：“时间（不可逆性）是一种错觉。”时间可逆过程在现实世界中是罕见的，不可逆过程（如炒鸡蛋）却在周围频频发生，难道时间真是一种错觉？另外，经典科学强调有序和稳定性，以牛顿理论为代表的近代科学创造了一种能够精确刻画必然性或确定性的方法。然而，人们在研究非线性系统时却发现了分岔、突变、混沌等现象^[2]。

Newton 的万有引力定律能够很好地解决地球绕太阳公转的二体问题，即地球沿椭圆轨道运行。但在处理三个相互吸引的天体（即三体问题）时，牛顿定律遇到了困难。因此，三体问题已成为多年来牛顿力学遗留的难题。Poincaré 把动力系统和拓扑学有机地结合起来，并指出三体的运动中可能存在混沌特性。但当时大多数物理学家都不理解和欣赏 Poincaré 的工作，因为牛顿力学占据了科学领域的统治地位，经典牛顿理论用一层厚实而不易觉察的帷幕把混沌现象这块丰饶的宝地给隔开了，但 Poincaré 第一次在这道帷幕上撕开一条缝，暴露出后面尚有一大片未开发的“西部世界”。Poincaré 发现三体问题（如太阳、月亮和地球三者的相对运动）与单体问题、二体问题不同，它是无法求出精确解的。于是 1903 年，Poincaré 在他的《科学与方法》一书中提出了 Poincaré 猜想。他指出三体问题中，在一定范围内，其解是随机的。实际上，这是一种保守系统中的混沌，从而 Poincaré 成为世界上最先了解混沌存在的可能性的第一人^[2]。

现在看起来，哪怕是再天才的科学家伟大如 Laplace, Einstein 等，由于受处时代科学发展水平和个人科学经验的局限，仍然可能对科学发表失当的言论。正如美

国著名科学家 Gleick 所说：“混沌学排除了 Laplace 决定论的可预测性的狂想。”^[1]

我们生活和面对的世界是个演化系统，是极其复杂的。复杂性到处都有，复杂系统无处不在，如宇宙天体、生物系统、社会系统等。复杂系统有自然的、人为的或人造的以及人叠加于自然的复合复杂系统。

目前对复杂性尚无统一认识。一般认为，复杂性可归纳为系统的多层次性、多因素性、多变性，各因素或子系统之间以及系统与环境间的相互作用，随之而有的整体行为和演化。

所谓复杂性研究，就是研究复杂系统的结构、组成、功能及其相互作用、系统与环境的相互作用，研究系统的整体行为和演化规律以及控制它们的机制，然后建立模型，进行模拟实验，进一步对其施加影响、管理和调控。

现实世界的复杂性大都源于非线性，但以牛顿力学为奠基石的近代自然科学总是试图在复杂的自然现象中寻求一种线性化的、简单性的答案。这种以局部线性化来处理非线性问题，用世界“片面的美”掩盖了“完整的真”。要探索自然的复杂性，必须研究非线性。

20世纪的二三十年代，Birkhoff 紧跟 Poincaré 的学术思想，建立了动力系统理论的两个主要研究方向：拓扑理论和遍历理论。到 1960 年前后，非线性科学的研究得到了突飞猛进的发展，Kolmogorov 与 Arnold 以及 Moser 深入研究了哈密顿系统（或保守系统）中的运动稳定性，得出了著名的 KAM 定理，即用这三位发现者的名字命名的定理，KAM 定理为揭示哈密顿系统中 KAM 环面的破坏以及混沌运动奠定了基础。郝柏林对此作过介绍^[2,5]。

给出混沌解第一个例子的是 1963 年美国数学和气象学家 Lorenz 在美国《大气科学杂志》上发表的文章“确定性的非周期流”^[8]。第二次世界大战期间，Lorenz 成为一名空军气象预报员，结果他迷上了天气预报。1963 年，在气象预报的研究中，Lorenz 用计算机模拟天气情况，发现了天气变化的非周期性和不可预言性之间的联系。Lorenz 从对流问题中提炼出一组三维常微分方程组，用来描述天气的演变情况。在他的天气模型中，Lorenz 看到了比随机性更多的东西，看到了一种细致的几何结构，发现了天气演变对初值的敏感依赖性。Lorenz 提出了一个形象的比喻：“巴西的一只蝴蝶扇动几下翅膀，可能会改变三个月后美国得克萨斯州的气候。”这被称为“蝴蝶效应”。用混沌学术语表达就是系统长期行为对初值的敏感依赖性。

1964 年，Hénon(埃农) 等以 KAM 理论为背景，发现了一个二维不可积哈密顿系统中的确定性随机行为，即埃农吸引子。Ruelle 和 Takens 提出“奇怪吸引子”（strange attractor）的名词，同时将奇怪吸引子的概念引入耗散系统，并于 1971 年提出了一种新的湍流发生机制。这一工作由 Gollub 等的实验结果所支持，并对后来关于斯梅尔马蹄吸引子的研究起到一定的推动作用。斯梅尔马蹄吸引子是指在 Lorenz 以后，美国数学家 Smale(斯梅尔) 发明了一种被称为“马蹄”的结构，在

以后的岁月中, 它成为混沌经久不衰的形象. Smale 的马蹄可比喻成在一团橡皮泥上任意取两点, 然后把橡皮泥拉长, 再折叠回来, 不断地拉长、折叠, 使之错综复杂地自我嵌套起来. 这样原来确定的两点到最终离得很近, 但又是从相距任意远处开始运动的. 接着, Smale 又提出马蹄变换, 为 20 世纪 70 年代混沌理论的研究作好了重要的数学理论准备.

1975 年, Li(李天岩) 和 Yorke 提出“周期 3 蕴涵混沌”的思想, 被认为是混沌的第一次正式表述, chaos 一词也自此正式使用^[9]. 后来, Li 和 Yorke 的工作在许多方面得到了推广, 如 Oono 指出“周期 $\neq 2^n$ 蕴涵混沌”等. 不过, 在 Li 和 Yorke 之前, Sarkovskii 就已提出了类似的思想. 1976 年, May 研究了一维平方映射, 并在一篇综述中指出非常简单的一维迭代映射也能产生复杂的周期倍化和混沌运动^[10]. 在这个基础上, Feigenbaum 于 1978 年发现了倍周期分叉通向混沌的两个普适常数, 并引入了重整化群思想, 这是一个重大的发现, 具有里程碑的意义^[11]. Takens 于 1981 年提出了判定奇怪吸引子的实验方法^[12], 而 Holmes 转述并发展的 Melnikov 理论分析方法可用于判别二维系统中稳定流形和不稳定流形是否相交, 也即判别是否出现混沌. 在混沌理论的发展中, 各种混沌现象不断被发现, 各种分析方法和判据也相继被提出. 混沌理论在许多领域获得了广泛的应用^[2].

1.1.2 混沌研究的意义

混沌理论革新了经典的科学观与方法论. 以牛顿力学为核心的经典理论, 不仅以其完善的理论体系奠定了近代科学的基础, 而且以其科学观和方法论影响了学术界整整几个世纪. 经典理论构成了确定论的描述框架, 从 Newton 到 Laplace, 对现实世界的描绘是一幅完全确定的科学图像. 整个宇宙是一架硕大无比的钟表, 过去、现在和未来都按照确定的方式稳定地、有序地运行. 相对论的创立突破了 Newton 的绝对时空观, 但在我们生活的宏观低速世界中, Einstein 并未向 Newton 的“钟表模式”提出挑战. 但统计物理和量子力学的创立, 揭示了微观粒子运动的随机性, 大量微观粒子的运动遵循着另一种模式——统计规律. 描述统计规律的概率论方法从此获得了独立的科学地位, 世界又获得了另一幅随机性的科学图像. 确定性联系着有序性、可逆性和可预见性, 随机性联系着无序性、不可逆性和不可预测性. 确定论和随机论是在认识论和方法论中相互对立的两套不同的描述体系. 这两大体系虽然在发展过程中, 在各自的领域里“成功地”描绘过世界, 但客观世界只有一个, 世界到底是确定的还是随机的? 是必然的还是偶然的? 是有序的还是无序的? 可否将世界分成一半一半? 这是一个长期争论而未得到解决的难题.

然而, 混沌研究表明, 一些完全确定的系统, 不外加任何随机因素, 初试条件也是确定的, 但系统自身会内在地产生随机行为, 而且即使是非常简单的确定性系统, 同样也具有内在随机性. 例如, 具有最简单的非线性关系的抛物线函数, 就可以导

致内涵极其丰富的一维映射，可以成为自然界一大类演化现象的数学模型。在简单确定性系统中，混沌运动不涉及大量微观粒子和无法了解的影响，内在随机性的根源出自系统自身的非线性作用，即系统内无穷多样的伸缩与折叠变换。存在于自然界和人类社会的绝大部分系统，都具有这种非线性特性，因此，随机性是客观世界的普遍属性。混沌学揭示的随机性存在于确定性之中这一科学事实，最有力地说明了客观实体可以兼有确定性和随机性。混沌学研究革新了经典的科学观与方法论。

正如一位物理学家所说：“相对论排除了绝对时间和空间的牛顿幻觉；量子论排除了对可控测量过程的牛顿迷梦；混沌论则排除了 Laplace 的可预见性的妄想。”混沌学的进展正在消除对系统统一的自然界的决定论和概率论两大对立描述体系之间的鸿沟，使复杂系统的理论建立在“有限性”这个更符合客观实际的基础之上。混沌打破了确定与随机之间的界线，它是涉及系统总体本质的一门新兴学科。人们通过对混沌的研究，提出了一些新的问题和思想，它向传统的科学提出了新的挑战。例如，1963 年，气象学家 Lorenz 在数值实验中首先发现，在确定性系统中有时会表现出随机行为的这一现象，他称为“决定论非周期流”。这一论点打破了 Laplace 决定论的经典理论。

混沌学的创立将在确定论和概率论这两大学科体系之间架起桥梁，它将改变人们的自然观，揭示一个形态和结构崭新的物质运动世界。如何应用混沌理论的研究成果为人类服务已经成为 21 世纪非线性科学发展的新课题，也是目前数学家和工程技术人员面临的一个重要挑战。一方面，混沌的应用会直接促进人们对混沌本质的更深刻的认识；另一方面，混沌应用中提出的许多问题也将进一步促使混沌研究本身更深入地发展。这也为混沌理论及应用的研究提供了巨大的推动作用。

世界是有序的还是无序的？从 Newton 到 Einstein，他们都认为世界在本质上是有序的，有序等于有规律，无序是无规律，系统的有序有规律和无序无规律是截然对立的。这个单纯由有序构成的世界图像，有序排斥无序的观点，几个世纪以来一直为人们所赞同。但是混沌和分形的发现向这个单一图像提出了挑战，经典理论所描述的纯粹的有序实际上只是一个数学抽象，现实世界中被认为有序的事物都包含着无序的因素。混沌学表明，自然界虽然存在一类确定性动力系统，它们只有周期运动，但它们只是测度为零的罕见情形，绝大多数非线性动力系统，既有周期运动，又有混沌运动，虽然并非所有的非线性系统都有混沌运动，但事实表明混沌是非线性系统的普遍行为。混沌既包含有序，又包含无序；混沌既不是具有周期性和其他明显对称性的有序态，也不是绝对的无序；而可以认为是必须用奇怪吸引子来刻画的复杂有序，是一种蕴涵在无序中的有序。可见，混沌系统乃至整个世界都是有序和无序的统一体。混沌学研究揭示：世界是确定的、必然的、有序的，但同时又是随机的、偶然的、无序的，有序的运动会产生无序，无序的运动又包含着更高层次的有序。现实世界就是确定性和随机性、必然性和偶然性、有序和无序的辩证

统一。

混沌研究还对传统方法论的变革有重大贡献，其中最为突出的是从还原论到系统论的转变。经典的还原论认为，整体的或高层次的性质还可以还原为部分的或低层次的性质。认识了部分或低层次，通过累加即可认识整体或高层次，此即为分析累加还原法。这是从 Galileo(伽利略)、Newton 以来 300 多年间学术界的主体方法。随着近代科学的发展，包括对混沌现象的探索，还原论到处碰壁。20 世纪 50 年代，系统论思想开始形成，主张把研究的对象作为一个系统来处理。在此系统中，整体或高层次性质不可能还原为部分或低层次性质，研究这些整体性质必须用系统论方法。混沌是系统的一种整体行为，混沌学研究的成果成为系统论的有力佐证，整体观和系统论正随着混沌学一起扩展到各个现代学科领域，为现代科学的革命变革作着方法论的准备。应该指出，混沌作为当今引人瞩目的前沿课题及学术热点，不仅大大拓展了人们的视野，并加深了对客观世界的认识，而且由于混沌的奇异特性，尤其对初始条件极其微小变化的高度敏感性及不稳定性，还促使人们思考，混沌在现实生活中到底是有害的还是有益的？混沌是否可以控制？有何应用价值及发展前景？近十年间，科学界以极大的热情投入到混沌理论与实验应用的研究。90 年代以来，国际上混沌同步及混沌控制的研究，虽然步履维艰，但已取得了一些突破性进展，前景十分诱人。我们有理由相信，混沌学的进步不仅孕育着深刻的科学革命，而且一定会促进社会生产力的大发展。

混沌学研究从早期探索到重大突破，以致到 20 世纪 70 年代以后逐渐形成世界性的研究热潮，其涉及的领域包括数学、物理学、化学、生物学、气象学、工程学和经济学等众多学科，其研究的成果不只是增添了一个新兴的学科分支，而是渗透到现代科学的几乎整个科学体系。

著名的科学家尼科里斯、普利戈金等在专著《探索复杂性》中，又从多方面研究了混沌问题^[13]。他们通过对一些非平衡过程可以以各种不同的方式进入混沌以及对混沌特性的研究后发现，这种混沌不同于宇宙早期热力学平衡态的混沌，它是有序和无序的对立统一，既有复杂性的一面，又有规律性的一面。因此，这就意味着当代对混沌科学的深入研究将会对自然科学带来新的突破。

正如日本著名统计物理学家久保在 1978 年所指出的：“在非平衡、非线性的研究中，混沌问题揭示了新的一页。”美国的一个国家科学机构把混沌问题列为当代科学的研究的前沿之一。混沌科学最热心的倡导者、美国海军部官员 Shlesinger 说：“20 世纪科学将永远铭记的只有三件事：相对论、量子力学与混沌。”物理学家 Ford 认为混沌是 20 世纪物理学的第三次革命，与前两次革命相似，混沌也与相对论及量子力学一样冲破了牛顿力学的教规。他说：“相对论消除了关于绝对空间与时间的幻想，量子力学则消除了关于可控测量过程的牛顿式的梦；而混沌则消除了 Laplace 关于决定论式可预测性的幻想。”^[1]

与牛顿力学的应用经受相对论和量子力学革命性的突破有所不同，混沌的实质是直接用于研究人们所感知的真实宇宙，是在人类本身的尺度大小差不多的对象中所发生的过程。人们研究混沌时所探索的目标就处在日常生活经验与这个世界的真实图像之中。

混沌研究大千世界中的复杂奇妙现象，独步经典科学之外，另辟蹊径，开创了一条新的科学道路。混沌学改变了科学世界的图景，认为世界是一个有序与无序的统一、确定性与随机性的统一、简单性与复杂性的统一、稳定性与不稳定性的统一、完全性与不完全性的统一、自相似性与非相似性的统一的世界。显然，已往那种只追求有序、精确、简单的观点是不全面的。因为牛顿力学所描绘的世界是一幅静态的、简单的、可逆的、确定性的、永恒不变的自然图景，形成了一种关于“存在”的机械自然观。而人们真正面临的世界却是地址变迁、生物进化、社会变革这样一幅动态的、复杂的、不可逆的、随机性的、千变万化的自然图景，形成的是关于“演化”的自然观。因此，只有抓住复杂性，并对它进行深入研究，才能为人们描绘一个客观的世界图景。这说明混沌是一种关于过程的科学，而不是关于状态的科学；是关于演化的科学，而不是关于存在的科学。

斯特瓦尔特在《混沌素描》中说：“混沌是振奋人心的，因为它开启了简化复杂现象的可能性。混沌是令人忧虑的，因为它导致对科学的传统建模程序的新怀疑。混沌是迷人的，因为它体现了数学、科学及技术的相互作用。但混沌首先是美的。这并非偶然，而是数学美可以看得见的证据；这种美曾被局限于数学界的视野之内，由于混沌，它正在渗透于人类感觉的日常世界中。”混沌运动产生出各种巧夺天工的图形，成功地模拟和创造出足以乱真的“实景”，获得意想不到的结果。对简单、统一、和谐的有序性美和静态美的追求被多样性美、奇异性美、复杂性美和动态美所取代，这就是混沌美。

混沌研究的重要特点就是跨越了学科界限。混沌学的普适性、标度律、自相似性、分形、奇怪吸引子、重整化群等概念和方法，正超越原来数理学科的狭窄背景，走进化学、生物学、地学、医学乃至社会科学的广阔天地。混沌现象是丝毫不带随机因素的固定规则所产生的、研究动态系统的混沌机制，在今天有更多的现实意义：它说明精确的预测从原则上讲是能够实现的，加上计算机的快速跟踪，就能够深入探讨各种强非线性系统的特征，开创了模型化的新途径。

如今，混沌已成为各学科竞相注意的一个学术热点。确定性系统的混沌使人们看到了普遍存在于自然界，而人们多年来视而不见的一种运动形式。混沌无所不在，它存在于大气、海洋湍流、野生动植物种群数的涨落、风中飘扬的旗帜、水流缭乱的旋涡、心脏和大脑的振动中，还有秋千、摆钟、血管、嫩芽、卷须、雪花……世界是混沌的，混沌遍世界！目前，许多科学家都在利用非线性动力学的方法来研究混沌运动，探索复杂现象的无序中的有序和有序中的无序，就是新兴的混沌学的任务。

1.2 混沌研究的作用、现状与展望

混沌科学的研究揭开了现代科学发展的新篇章。混沌理论主要属于物理学，知识和分析工具积累主要靠数学。现代数学使混沌理论成为严格的学科，同时混沌的研究也成了现代科学发展的新动力。混沌对数学的影响是多方面的。在分析数学方面最突出的微分动力系统理论是混沌研究的基本工具，而混沌是微分动力系统理论的重要内容，两者相辅相成。混沌研究对几何学的影响，突出表现在分形几何学的发展，混沌学的研究中刻画奇怪吸引子、确定不同吸引域的分界线、描述 KAM 环面破裂过程等都推动了分形几何学的大力发展^[7]。混沌研究也使古老的数论焕发青春，数论中代数学、范数、基数、素数等抽象深奥的概念在混沌学的研究中均可以找到直接的运用。混沌学还推动了统计数学的发展。

混沌研究影响最深的领域应该是物理学。混沌现象首先是在天体力学中发现的，一旦发现就对经典力学的基本假设提出了挑战。自从近代科学诞生以来，天体运动一直被看成是确定性系统的典型。天体力学被认为是决定论科学的典范。但是，在天体力学和天文学中，几个世纪以来，人们一直在研究天体，特别是太阳系的稳定性问题。Lagrange, Laplace 等都曾对太阳系的稳定性作出过证明，但这些证明都是在近似条件下获得的，只能表明太阳系在有限的时间范围内是稳定的，不能据此判断其运动轨道在以百万年计的宇宙时间尺度上的长期行为。混沌学研究极大地促进了天体力学的发展，尤其是 KAM 定理的建立，解决了长期困扰学术界的多体问题，突破了牛顿力学的理论框架，为科学地处理天体运动的稳定性问题打下了坚实的基础。

进入 20 世纪 90 年代，非线性动力学中分岔和混沌理论的建立，使非线性科学有了可靠的理论保证，并激励着众多的自然科学、工程学和数学工作者深入探索和研究。而混沌与分形的应用研究比理论研究更为引人注目，很难再有另外一门学科能在这么短的时间内渗透到如此多的学科中并产生重要的影响。混沌运动是存在于自然界中的一种普遍运动形式，所以非线性科学的研究不仅推动了其他学科的发展，而且正在改变整个现代知识体系。而动力系统、分岔和奇怪吸引子理论方法的发展也已超越原来数学的界限，广泛应用于振动、自动控制、系统工程、机械工程等部门非线性问题的研究，并对经典力学、物理学、固体力学、流体力学（为解决湍流问题带来了希望）、化学工程、生态学和生物医学，乃至一些社会科学部门的研究和发展都产生深远影响。同时，科学实践的进一步深化反过来又促进非线性动力学数学理论的纵深发展。

今天，混沌分形理论已经与计算机科学理论等领域相结合，这种结合使人们对一些久悬未解难题的研究取得新进展，在探索、描述及研究客观世界的复杂性方面

发挥了重要作用^[1,14~18]。其作用涉及几乎整个自然科学和社会科学。混沌分形已被认为是研究非线性复杂问题最好的一种语言和工具，并受到各国政府及学者的重视和公认，混沌分形已成为各学科竞相注意的一个学术热点之一。

混沌学对现代科学具有广泛而深入的影响，几乎覆盖了一切科学领域，尤其是在物理学、力学、数学、经济学、生物学等方面。如今，天文学家能运用混沌理论建立模型，模拟早期宇宙的脉动、星系中恒星的运动以及太阳系中行星、卫星、彗星的运动。混沌对力学的意义在于，过去总是将牛顿力学和“决定论”相联系，现在却知道由牛顿定律运动方程确定的状态，可能由于方程具有内在随机性而在动态上实际不可预测，它只有某种统计特征。在分析力学方面，混沌理论指出它发展的新途径，高维非线性系统的方程不仅不能积分，而且其解可能对初值有敏感依赖性，因而得用类似统计力学的观点去处理。在流体力学中，湍流的产生机理是一个百年难题，它千姿百态、瞬息万变和神态莫测，是自然界中复杂现象的集中表现，描述流体动力学的方程既包含了无穷维的耗散项，又包含了大、中、小许多不同尺度的运动。也就是说，湍流在时间和空间两方面都表现出随机性，它是非线性连续系统在一定条件下的内秉特性。因此，确定性和随机性、有序和无序等截然不同的现象由同一组确定性方程演化出来，混沌理论已为湍流研究开辟了一条新的思路。混沌运动也广泛存在于城市交通、工程建筑、地质材料和各项经济活动（如股票市场的波动）等领域中。生命世界中也存在着混沌，如人脑电波的测量、神经疾病的研究等，都发现了混沌现象。在神经生理学测试中，正常人的脑电波是混沌的，而有神经症的患者往往整齐划一。因此，必要的混沌对人的身心健康和创造性思维的发展是有益的。

正如模糊论填补了精确论和概率论之间的空白一样，混沌论在确定论和随机论之间架起一座桥梁。但混沌的意义远不止如此。混沌有无序的一面，但在某些情况下，它反而是组织结构和高度有序的表现，是系统进化和产生信息之源。这些都将对人们的科学观和方法论产生重大影响，并激励人们去研究和探索。混沌理论在解决各种问题上的威力已初见端倪，混沌理论为人们认识世界、改造世界提供了有力的武器。

混沌分形理论进一步丰富和深化了唯物辩证法关于普遍联系和世界统一性原理。分形论从一个特定层面直接揭示了宇宙的统一图景，而分形与动力系统可以共同对世界物质统一性从时态与历时性两个维度上展开说明：动力系统理论说明自然界中蕴含着历史的演化与嬗变的信息；另一方面，分形元与分形系统之间普遍的信息同构关系编织了一张世界统一的网络^[19~40]。

总之，过去 20 多年来，人们对混沌理论的研究不仅对整个自然科学，而且对哲学体系也带来了巨大的冲击，可能成为产生变革的持久动力，无疑将在人类探索自然的实践中起着开阔眼界、解放思想的作用。