普通高等教育“十一五”国家级规划教材辅助教材

面向21世纪课程教材辅助教材

2006年国家级精品课程、北京市精品教材辅助教材

普通高等学校管理科学与工程类学科核心课程教材辅助教材

《管理运筹学（第3版）》配套教辅

# 管理运筹学（第3版）

# 习题集

韩伯棠 艾凤义 主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

# 管理运筹学

# 习题集

普通高等教育“十一五”国家级规划教材辅助教材

面 向 2 1 世 纪 课 程 教 材 辅 助

2006年国家级精品课程、北京市精品教材

普通高等学校管理科学与工程类学科核心课程教材辅助教材

《管理运筹学（第3版）》配套教辅

# 管理运筹学(第3版)

Guanli Yunchouxue

# 习题集

Xitiji

韩伯棠 艾凤义 主编

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

## 内容简介

本书是高等教育出版社出版的"管理运筹学"的配套用书。"管理运筹学"第一版作为教育部"高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划"的研究成果和"21世纪课程教材"于2000年出版;该书经2005、2010年两次修订现在为第三版,该书于2002年被教育部评为全国普通高等学校优秀教材一等奖,2004年被教育部管理科学与工程类教学指导委员会推荐为该专业的本科核心教材,被教育部推荐为研究生教学用书。

作为"管理运筹学"的配套用书,本书按照"管理运筹学"的各章顺序编写了相应的主要知识点、重点与难点、例题、习题及习题答案。除第一章绪论为概述性内容没有习题外,其余各章分别涉及线性规划、整数规划、目标规划、动态规划、图与网络模型、排序与统筹方法、存储论、排队论、对策论、决策分析、预测等。共编有16章内容的习题合计七百余题。

本书可作为高等学校各专业运筹学教材,也可作为各类经济管理干部学院和广大工科技术人员的运筹学自学用书。

**图书在版编目(CIP)数据**

管理运筹学(第3版)习题集/韩伯棠,艾凤义主编.
—北京:高等教育出版社,2010.11(2011重印)
ISBN 978-7-04-030427-5

Ⅰ.①管… Ⅱ.①韩… ②艾… Ⅲ.①管理学:运筹学—高等学校—习题 Ⅳ.①C931.1-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第198315号

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 购书热线 | 010-58581118 |
| 社　址 | 北京市西城区德外大街4号 | 咨询电话 | 400-810-0598 |
| 邮政编码 | 100120 | 网　址 | http://www.hep.edu.cn |
| | | | http://www.hep.com.cn |
| 经　销 | 蓝色畅想图书发行有限公司 | 网上订购 | http://www.landraco.com |
| 印　刷 | 北京民族印务有限责任公司 | | http://www.landraco.com.cn |
| | | 畅想教育 | http://www.widedu.com |
| 开　本 | 787×960 1/16 | 版　次 | 2010年11月第1版 |
| 印　张 | 29 | 印　次 | 2011年2月第2次印刷 |
| 字　数 | 540 000 | 定　价 | 29.80元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

**物料号　30427-00**

# 前 言

“管理运筹学”教材由高等教育出版社出版至今已有十余年了，发行以来，深受读者和同仁的厚爱，该书于2002年被教育部评为全国普通高等学校优秀教材一等奖；2004年被教育部推荐为研究生教学用书，被教育部管理科学与工程教学指导委员会推荐为管理科学与工程类学科核心课程教材；2006年以此书为主讲教材的课程被教育部评为全国精品课程；该书的第三版作为普通高等教育“十一五”国家级规划教材也于2010年出版。

为了使“管理运筹学”教材发挥更好的效用，为了使读者更好地学习和掌握管理运筹学，我们组织编写了这本与原教材配套使用的管理运筹学习题集。

该习题集按照“管理运筹学”的各章顺序，分别编写了相应的主要知识点、重点与难点、例题、书后习题及习题答案五个部分。

在编写习题的过程中，我们力求题型多样性、综合性和启发性；论述深入浅出、通俗易懂。

在教学中充分利用计算机软件，是“管理运筹学”教材的特色之一，这一特色在本习题集中也得到体现。在编写本习题集时，我们应用“管理运筹学”2.5版软件，检查和验证运算或证明的结果和过程，如用单纯型法求解线性规划时，“管理运筹学”2.5版软件显示该求解过程的每一个单纯型表，借助“管理运筹学”软件可使学生更快、更高效、更深刻地学习掌握运筹学。

参与本书编写工作的还有张平淡副教授、罗剑波同志、尚赞娣博士和姜莹博士。程嘉许、王宗赐、李新波、陈永广、李芳、王艺颖、靳剑惠、丁韦娜、陈婧、惠红旗、王莉、周也婷、杨修煊、景艳、类骁、管佳元、李华娇也为本书的出版付出了辛勤的工作。

同时对高等教育出版社的童宁先生、解琳女士深表谢意，感谢他们热情的鼓励和无私的帮助。

由于水平所限，书中缺点错误在所难免，敬请读者和同仁提出宝贵的意见。

本书由北京市重点学科建设项目投资。

编 者

于北京理工大学

2010年5月8日

# 目　录

# 第二章 线性规划的图解法

## 第一部分：主要知识点

1. 线性规划模型的建立及一般形式

a) 一般线性规划问题的建模过程

(1) 理解要解决的问题，明确在什么条件下，要追求什么目标；

(2) 定义决策变量$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，每一组值表示一个方案；

(3) 用决策变量的线性函数形式写出目标函数，确定最大化或最小化目标；

(4) 用一组决策变量的等式或不等式表示解决问题过程中必须遵循的约束条件.

b) 一般形式

目标函数：$\max(\min) z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

约束条件：

$$
\begin{aligned}
& a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_2 \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant (=, \geqslant) b_m \\
& x_1, x_2, \cdots, x_n \geqslant 0
\end{aligned}
$$

2. 线性规划的图解法：对于只有两个决策变量的线性规划问题，可以在平面直角坐标系上作图表示线性规划问题的有关概念，并求解.

3. 线性规划的标准型

目标函数： $\max z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

约束条件：

$$
\begin{aligned}
& a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \\
& x_1, x_2, \cdots, x_n \geqslant 0
\end{aligned}
$$

4. 图解法的灵敏度分析：建立数学模型和求得最优解之后，研究线性规划的一些系数 $c_i, a_{ij}, b_j$ 的变化对最优解产生什么影响.

5. 学会用计算机解决或者辅助解决这些问题.

## 第二部分：重点和难点

图解法的灵敏度分析：对于目标函数中的系数 $c_i$ 的灵敏度分析，$c_i$ 的变化只影响目标函数等值线的斜率；而对于约束条件中右边系数 $b_j$ 的灵敏度分析，当约束条件中右边系数 $b_j$ 变化时，线性规划的可行域发生变化，可能引起最优解的变化.

## 第三部分：例题解析

**例 1**　试写出下列线性规划模型的一般形式

某轮胎厂计划生产甲、乙两种轮胎. 这两种轮胎都需要在 $A$、$B$、$C$ 三种不同的设备上加工. 每个轮胎的工时消耗定额、每种设备的生产能力以及每件产品的计划利润如表 2-1 所示. 问在计划内应该如何安排生产计划，使总利润最大？

**表 2-1　产品数据表**

| | 产　品　甲 | 产　品　乙 | 生产能力/t |
|---|---|---|---|
| 设备 $A$ | 7 | 3 | 215 |
| 设备 $B$ | 4 | 5 | 205 |
| 设备 $C$ | 2 | 4 | 180 |
| 计划利润（元/件） | 70 | 65 | — |

**解**　设变量 $x_j(j=1,2)$ 为计划期内第 $j$ 种产品的产量.

目标函数：　$\max z = 70x_1 + 65x_2$

约束条件：

$$
\begin{aligned}
7x_1 + 3x_2 &\leqslant 215 \\
4x_1 + 5x_2 &\leqslant 205 \\
2x_1 + 4x_2 &\leqslant 180 \\
x_1 \geqslant 0,\ x_2 &\geqslant 0
\end{aligned}
$$

**例 2**　试写出下列线性规划模型的一般形式.

废品厂通过收集四种废料（假设为 1,2,3,4），通过加工生产出 $A,B,C$ 三种新产品. 该废品加工厂制定一周的生产计划，具体情况见表 2-2 和表 2-3，求能够获得的最大利润.

表 2-2

| 产品 | 产品构成及比例要求 | 每千克新产品生产成本/元 | 每千克新产品售价/元 |
|---|---|---|---|
| $A$ | 原材料 1:不超过 30% | 3.00 | 8.50 |
| | 原材料 2:不少于 40% | | |
| | 原材料 3:不多于 50% | | |
| | 原材料 4:恰等于 20% | | |
| $B$ | 原材料 1:不多于 50% | 2.50 | 7.00 |
| | 原材料 2:不少于 10% | | |
| | 原材料 3:恰等于 10% | | |
| $C$ | 原材料 1:不多于 70% | 2.00 | 5.50 |

表 2-3

| 原料 | 每周最大供应量 | 每千克处理成本/元 | 附加说明 |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 000 | 3.00 | (1)对于每一种原材料来讲每周至少处理最大供应量的一半<br>(2)用于处理原材料的花费最多不能超过 3 000 |
| 2 | 2 000 | 6.00 | |
| 3 | 4 000 | 4.00 | |
| 4 | 1 000 | 5.00 | |

**解** 设变量 $x_{ij}(i = A,B,C,\ j = 1,2,3,4)$ 为原料 $j$ 用于产品 $i$ 的供应量.

目标函数:

$$\begin{aligned}\max f = {} & 5.5(x_{A1}+x_{A2}+x_{A3}+x_{A4})+4.5(x_{B1}+x_{B2}+x_{B3}+x_{B4})+\\ & 3.5(x_{C1}+x_{C2}+x_{C3}+x_{C4})-3(x_{A1}+x_{B1}+x_{C1})-\\ & 6(x_{A2}+x_{B2}+x_{C2})-4(x_{A3}+x_{B3}+x_{C3})-\\ & 5(x_{A4}+x_{B4}+x_{C4})\end{aligned}$$

(1) 从 $ABC$ 三种成品角度分析

约束条件:

$$\begin{aligned}x_{A1} &\leqslant 0.3(x_{A1}+x_{A2}+x_{A3}+x_{A4})\\ x_{A2} &\geqslant 0.4(x_{A1}+x_{A2}+x_{A3}+x_{A4})\\ x_{A3} &\leqslant 0.5(x_{A1}+x_{A2}+x_{A3}+x_{A4})\\ x_{A4} &= 0.2(x_{A1}+x_{A2}+x_{A3}+x_{A4})\\ x_{B1} &\leqslant 0.5(x_{B1}+x_{B2}+x_{B3}+x_{B4})\\ x_{B2} &\geqslant 0.1(x_{B1}+x_{B2}+x_{B3}+x_{B4})\\ x_{B3} &= 0.1(x_{B1}+x_{B2}+x_{B3}+x_{B4})\\ x_{C1} &\leqslant 0.7(x_{C1}+x_{C2}+x_{C3}+x_{C4})\end{aligned}$$

(2) 从 1,2,3,4 四种原材料的供应能力角度分析

约束条件：
$$x_{A1}+x_{B1}+x_{C1}\leqslant 3\,000$$
$$x_{A2}+x_{B2}+x_{C2}\leqslant 2\,000$$
$$x_{A3}+x_{B3}+x_{C3}\leqslant 4\,000$$
$$x_{A4}+x_{B4}+x_{C4}\leqslant 1\,000$$

(3) 从 1,2,3,4 四种原材料的最小处理要求来分析

约束条件：
$$x_{A1}+x_{B1}+x_{C1}\geqslant 1\,500$$
$$x_{A2}+x_{B2}+x_{C2}\geqslant 1\,000$$
$$x_{A3}+x_{B3}+x_{C3}\geqslant 2\,000$$
$$x_{A4}+x_{B4}+x_{C4}\geqslant 500$$

(4) 从 1,2,3,4 四种原材料的处理总成本分析

约束条件：
$$3(x_{A1}+x_{B1}+x_{C1})+6(x_{A2}+x_{B2}+x_{C2})+$$
$$4(x_{A3}+x_{B3}+x_{C3})+5(x_{A4}+x_{B4}+x_{C4})\leqslant 3\,000$$

(5) 非负约束
$$x_{A1}\geqslant 0,x_{A2}\geqslant 0,\cdots,x_{C4}\geqslant 0$$

**例 3** 靠近某河流有两个化工厂，如图 2-1 所示. 流经第一化工厂的河流量为每天 500 万 $m^3$，在两个工厂之间有一条流量为每天 200 万 $m^3$ 的支流. 第一化工厂每天排放含有某种有害物质的工业污水 2 万 $m^3$，第二化工厂每天排放这种工业污水 1.4 万 $m^3$. 从第一化工厂排出的工业污水流到第二化工厂以前，有 20% 可自然净化. 根据环保要求，河流中工业污水的含量应不大于 0.2%. 这两个工厂都需各自处理一部分工业污水. 第一化工厂处理工业污水的成本是 1 000 元/万 $m^3$. 第二化工厂处理工业污水的成本是 800 元/万 $m^3$. 现在要问在满足环保要求的条件下，每厂各处理多少工业污水，使这两个工厂总处理的工业污水费用最小.

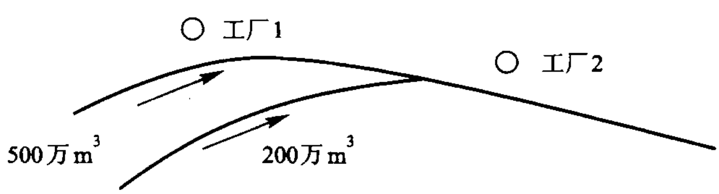



图 2-1

**解** 设第一化工厂每天处理工业污水量为 $x_1$ 万 $m^3$，第二化工厂每天处理工业污水量为 $x_2$ 万 $m^3$，从第一化工厂到第二化工厂之间，河流中工

业污水含量要不大于0.2%,由此可得近似关系 $(2-x_1)/500 \leqslant 2/1\,000$. 流经第二化工厂后,河流中的工业污水量仍要不大于0.2%,这时有近似关系式 $[0.8(2-x_1)+(1.4-x_2)]/700 \leqslant 2/1\,000$. 由于每个工厂每天处理的工业污水量不会大于每天的排放量,故有:$x_1 \leqslant 2$;$x_2 \leqslant 1.4$. 这问题的目标是要求两厂用于处理工业污水的总费用小,即 $z = 1\,000\,x_1 + 800\,x_2$.

综合上述,这个环保问题可用数学模型表示为:

目标函数: $\min z = 1\,000x_1 + 800x_2$

约束条件:

$$x_1 \geqslant 1$$
$$0.8x_1 + x_2 \geqslant 1.6$$
$$x_1 \leqslant 2$$
$$x_2 \leqslant 1.4$$
$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

**例4** 考虑下面线性规划问题

目标函数: $\max z = x_1 + 3x_2$

约束条件:

$$x_1 + x_2 \leqslant 4$$
$$2x_1 + 9x_2 \leqslant 22$$
$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

(1) 画出其可行域

(2) 当 $z=9$ 时,画出等值线 $x_1 + 3x_2 = 9$

(3) 用图解法求出该模型的最优解以及最优目标函数值

**解**

(1)

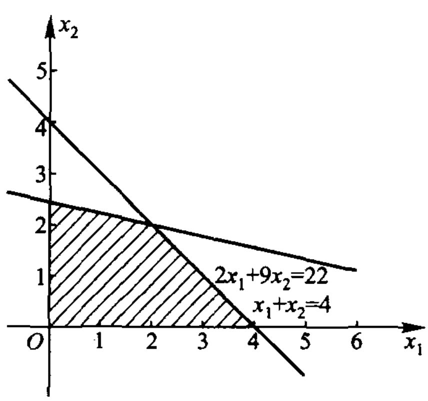



图2-2

(2)

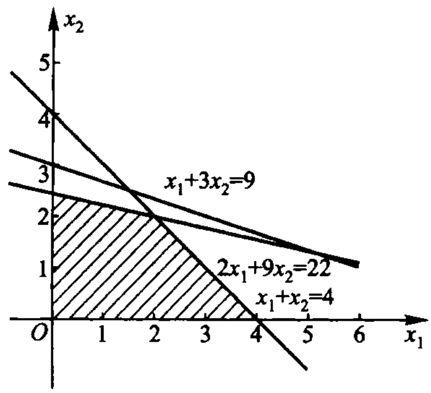



图 2-3

(3)

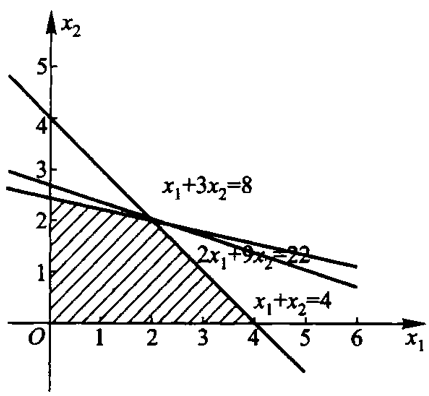



图 2-4

最优解：$x_1=2, x_2=2, \max z=8$

**例 5** 将下述线性规划问题化成标准式：

目标函数：$\min z = x_1 + 2x_2 - 3x_3$

约束条件：

$$x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 9$$

$$-x_1 - 2x_2 + x_3 \geqslant 2$$

$$3x_1 + x_2 - 3x_3 = 5$$

$$x_1 \leqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \text{ 符号无限制}$$

**解**

(1) 令 $x_1 = -x'_1$，$x_3 = x_4 - x_5$，其中 $x_4, x_5 \geqslant 0$

(2) 在第一个约束不等式"≤"号的左边加上松弛变量 $s_1$，在第二个约束不等式"≥"号的左边减去剩余变量 $s_2$；

(3) 令 $z'=-z$,把求 $\min z$ 改成求 $\max z'$,于是便可以得到该问题的标准型

目标函数: $\max z'=x_1'-2x_2+3x_4-3x_5$

约束条件:
$$-x_1'+x_2+x_4-x_5+s_1=9$$
$$x_1'-2x_2+x_4-x_5-s_2=2$$
$$-3x_1'+x_2-3x_4+3x_5=5$$
$$x_1',x_2,x_3,x_4,x_5,s_1,s_2\geqslant 0$$

**例 6** 考虑下面线性规划问题

目标函数: $\max z=10x_1+5x_2$

约束条件:
$$3x_1+4x_2\leqslant 9$$
$$3x_1+2x_2\leqslant 8$$
$$x_1,x_2\geqslant 0$$

(1) 用图解法求解

(2) 假定 $c_2$ 值不变,求出使其最优解不变的 $c_1$ 值的变化范围.

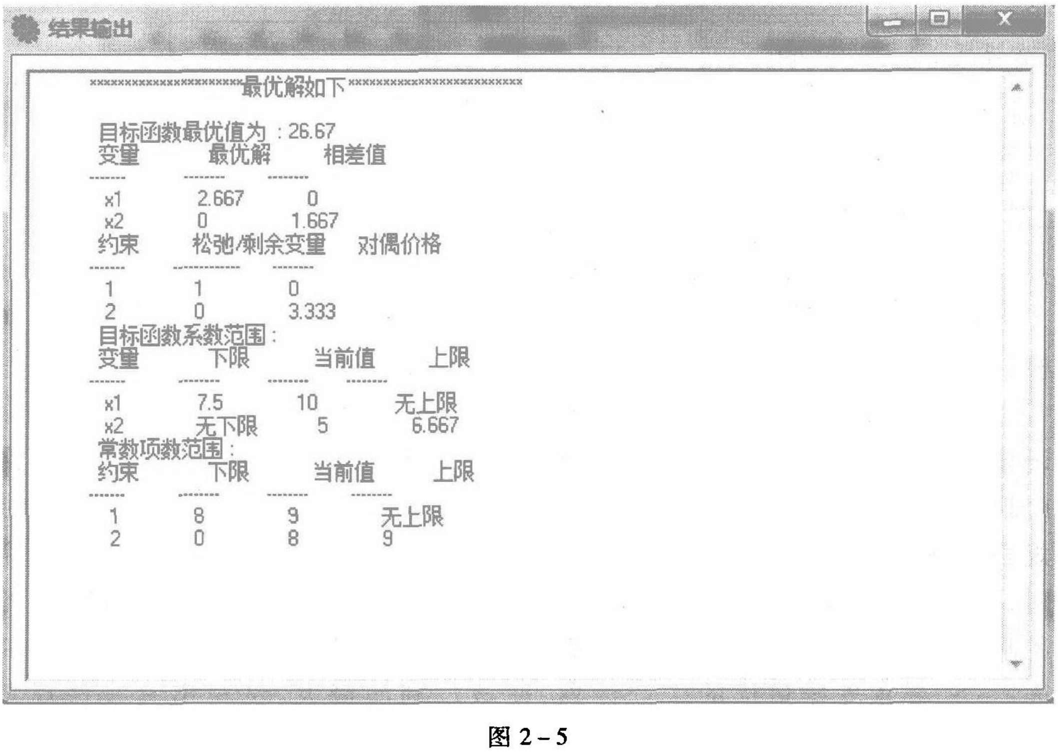
(3) 假定 $c_1$ 值不变,求出使其最优解不变的 $c_2$ 值的变化范围.

(4) 当 $c_1$ 值从 10 变成 4,$c_2$ 值不变,求出新的最优解.

(5) 当 $c_2$ 值从 5 变成 8,$c_1$ 值不变,求出新的最优解.

(6) 当 $c_1$ 从 10 变成 9,$c_2$ 从 5 变成 5.5 时,其最优解变化吗?请说明理由.

**解** 由图解法或"管理运筹学软件"可得结果:



结果输出

************************最优解如下**************************

目标函数最优值为:26.67

| 变量 | 最优解 | 相差值 |
|---|---|---|
| x1 | 2.667 | 0 |
| x2 | 0 | 1.667 |

| 约束 | 松弛/剩余变量 | 对偶价格 |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 3.333 |

目标函数系数范围:

| 变量 | 下限 | 当前值 | 上限 |
|---|---|---|---|
| x1 | 7.5 | 10 | 无上限 |
| x2 | 无下限 | 5 | 6.667 |

常数项数范围:

| 约束 | 下限 | 当前值 | 上限 |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 9 | 无上限 |
| 2 | 0 | 8 | 9 |

图 2-5

(1) $x_1 = 8/3, x_2 = 0, z = 80/3$

(2) $7.5 \leqslant c_1 \leqslant +\infty$

(3) $-\infty \leqslant c_2 \leqslant 20/3$

(4) $x_1 = 7/3, x_2 = 0.5, z = 11.832$

(5) $x_1 = 7/3, x_2 = 0.5, z = 82/3$

(6) $x_1 = 8/3, x_2 = 0, z = 24$，由百分之一百原则可知，$c_1, c_2$ 允许减少（增加）百分比分别为 $1/2.5, 0.5/1.667$，而 $1/2.5 + 0.5/1.667 \leqslant 100\%$，所以其最优解不变.

## 第四部分：习题

1. 试写出下列线性规划模型的一般形式.

某工厂想要把具有下列成分的几种现成合金混合起来，成为一种含铅30%，含锌20%，含锡50%的合金. 每种合金的组成比例如表2－4. 以怎样的比例混合才能使生产费用最小？

**表 2－4**

| | 合 金 1 | 合 金 2 | 合 金 3 | 合 金 4 | 合 金 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 含铅百分比 | 30 | 10 | 50 | 10 | 50 |
| 含锌百分比 | 60 | 20 | 20 | 10 | 10 |
| 含锡百分比 | 10 | 70 | 30 | 80 | 40 |
| 单位成本 | 8.5 | 6.0 | 8.9 | 5.7 | 8.8 |

2. 试写出下列线性规划模型的一般形式.

某木材生产厂加工一批木料（直径相同），木料需求为3m的90根，4m的60根. 已知现有木料的长度为10m，问怎样加工最省料？

3. 某厂生产三种产品Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ. 每种产品要经过 $A, B$ 两道工序加工. 设该厂有两种规格的设备能完成 $A$ 工序，它们以 $A_1, A_2$ 表示；有三种规格的设备能完成 $B$ 工序，它们以 $B_1, B_2, B_3$ 表示. 产品Ⅰ可在 $A, B$ 任何一种规格设备上加工. 产品Ⅱ可在任何规格的 $A$ 设备上加工，但完成 $B$ 工序时，只能在 $B_2$ 设备上加工；产品Ⅲ只能在 $A_2$ 与 $B_1$ 设备上加工. 已知在各种机床设备的单件工时，原材料费，产品销售价格，各种设备有效台时如表2－5，要求安排最优的生产计划，使该厂利润最大. 试写出其线性规划模型的一般形式.

表 2-5

| 设　备 | 产　品 | | | 设备有效台时 |
|---|---|---|---|---|
| | Ⅰ | Ⅱ | Ⅲ | |
| $A_1$ | 6 | 12 | | 8 000 |
| $A_2$ | 8 | 10 | 10 | 10 000 |
| $B_1$ | 4 | | 8 | 6 000 |
| $B_2$ | 6 | 9 | | 7 000 |
| $B_3$ | 8 | | | 4 000 |
| 原料费(元/件) | 0.45 | 0.5 | 0.55 | |
| 单 价(元/件) | 1.35 | 2.00 | 2.65 | |

4. 某战略轰炸机群奉命摧毁敌人军事目标. 已知该目标有四个要害部位，只要摧毁其中之一即可达到目的. 为完成此项任务的汽油消耗量限制为48 000L、重型炸弹 48 枚、轻型炸弹 32 枚. 飞机携带重型炸弹时每升汽油可飞行 2km，带轻型炸弹时每升汽油可飞行 3km. 又知每架飞机每次只能装载一枚炸弹，每出发轰炸一次除来回路程汽油消耗(空载时每升汽油可飞行 4km)外，起飞和降落每次各消耗 100 L. 有关数据如表 2-6 所示. 求能够摧毁军事目标的最大可能性.

表 2-6

| 要害部位 | 离机场距离/km | 摧毁可能性 | |
|---|---|---|---|
| | | 每枚重型弹 | 每枚轻型弹 |
| 1 | 450 | 0.10 | 0.08 |
| 2 | 480 | 0.20 | 0.16 |
| 3 | 540 | 0.15 | 0.12 |
| 4 | 600 | 0.25 | 0.20 |

5. 考虑下面线性规划问题

目标函数：　　$\max z = 4x_1 + 8x_2$

约束条件：

$$3x_1 + 2x_2 \leqslant 7$$

$$6x_1 + 10x_2 \geqslant 6$$

$$x_1, x_2 \geqslant 0$$

(1) 画出其可行域

(2) 用图解法求解

6. 用图解法求解下列线性规划问题，并指出哪个问题具有唯一最优解、无穷多解、无界解或无可行解.

(1) 目标函数：　　$\max z = 6x_1 + 8x_2$