

李建平 朱健民 编著
刘雄伟 周敏

高等数学课程实验

Mathematica



科学出版社

高等数学课程实验

李建平 朱健民 编著
刘雄伟 周 敏

科学出版社

北京

内 容 简 介

在高等院校开设数学实验课以及在数学公共基础课程中融入数学实验的思维方法已成为大学数学素质教育与创新能力培养的重要途径. 本书是建设国家精品课程“数学建模与数学实验”的教学改革成果之一. 全书包括 30 个实验项目, 主要围绕一些与微积分知识有关的案例, 以 Mathematica 软件作为工具, 开展实验探索. 每个实验项目由问题描述、实验内容及程序、进一步讨论三个部分构成, 并配备了思考题作为课后实验. 本书由浅入深, 从 Mathematica 软件基本操作讲起, 逐步深入到如何运用数学实验思想、方法及 Mathematica 软件开展问题探究, 使读者在实验中学会观察、分析与发现新的规律. 读者还能阅读和使用书中丰富的实验程序, 快速提高 Mathematica 编程水平.

本书可以作为高等院校数学实验课教材, 也可以作为高等数学课堂演示实验及课程实验指导书, 还可以作为科技工作者及大学生学习 Mathematica 软件编程的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学课程实验/李建平等编著. —北京: 科学出版社, 2011

ISBN 978-7-03-030639-5

I. 高… II. ①李… III. ①高等数学-实验-高等学校-教材 IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011) 第 050388 号

责任编辑: 王丽平 房 阳 / 责任校对: 张凤琴

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京市农林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 4 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2011 年 4 月第一次印刷 印张: 18 3/4

印数: 1—3 000 字数: 365 000

定 价: 65.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

数学实验是以计算机为工具、运用数学软件探索与研究数学问题的实践活动。实验是数学发现的重要方法，它可以启发新的猜测或对现有猜测提供支持和依据。利用数学实验不仅能对现有理论与方法提供直观的、易理解的表达形式，同时也可以对新的问题进行探索，发现新的规律，甚至引出新的研究领域。

随着计算机技术与数学软件的发展，数学实验已逐步渗透到大学数学教学中，改变着数学教与学的方式，从而成为大学数学素质教育与创新能力培养的一种重要方法。在课堂教学中，教师运用数学实验可以将抽象的数学概念与理论实验化、可视化、直观化，通过多角度的展示引导学生观察、分析、思考，更好地理解这些抽象的数学知识，有效地消除了学生对数学抽象性的恐惧，大大提高了数学教学的效果与效率。学生运用数学实验探究数学问题，这种实践性主动学习过程，不仅确立了学习的主体地位，而且能促进数学应用能力与创新能力的培养。

国防科学技术大学于 1997 年成立数学技术实验室，开展数学实验研究与教学。2000 年正式开设数学实验课程，并将数学建模课程一起纳入军队优质课程建设，同时，进行网络课程建设，这些措施极大地推动了数学教学活动，使数学建模与实验课程成为实践教学、案例教学、研究性教学、个性化教学的教学改革示范课程。2008 年，国防科学技术大学“数学建模与数学实验”被评为国家精品课程。随着教学改革的深入，我们将数学建模与实验的思想、方法逐步融入高等数学、线性代数、概率论与数理统计等公共数学基础课程教材及教学中。本书是国防科学技术大学授课教师根据近 10 年来在数学实验教学以及在高等数学教学中融入数学实验的教学实践中积累的教学案例编写而成的。

国防科学技术大学既将数学实验作为单独一门课程开设，也在相关课程中融入数学实验的内容，本书收录的实验主要是为了加强高等数学课程教学的实验环节，同时也为传统的理论教学提供可供演示和验证的实验手段。在教学实践中，对比较简单的演示和验证性实验，将其穿插在高等数学课堂教学中，帮助学生更好地理解相关的教学内容。例如，在讲授极限概念时，可以通过实验了解割圆术求圆周率、数 e 的各种计算方法，加深对极限概念的认识；在讲授数值级数收敛性时，可以让学生观察调和级数发散的数值特征和条件收敛级数重排的奇妙，感受有限求和与无限求和的迥然不同；在讲授定积分和重积分概念时，可以让学生直观理解积分概念“分割取近似、作和求极限”的思想；在讲授偏导数与方向导数概念时，可通过实验观察导数和偏导数的联系和区别以及如何确定最陡下降路线。另外，抽象内容的直观化是数学实验的优势和目的。本书设计了三重积分在球坐标下计算、泰勒级数与傅

里叶级数收敛性、吉布斯现象、幅角及幅角原理等内容的可视化实验,使理论推导和直观演示互为依托,相得益彰.为了更好地显示数学实验的魅力,本书也不完全局限于高等数学教学内容.素数的分布、非线性方程的求根、曲线的插值与拟合、迭代与分形、混沌、几何变换、特殊区域间的映射等内容便是传统教学内容的扩充.数学软件还有强大的数据处理功能,通过“数字图像信息的伪装和隐藏”的实验便可略见一斑.后面两部分内容通常在单独的数学实验课程中讲授.因此,本书既为数学实验融入课堂教学提供素材,也为进一步开展深层次的数学实验进行示范.

全书以实验形式编排,包括 30 个实验项目,其中前两个实验项目着重介绍 Mathematica 软件的基本操作以及用它来解决微积分基本问题的方法;后 28 个实验项目主要围绕一些与微积分知识有关的案例,开展实验探索.每个实验项目由问题描述、实验内容及程序、进一步讨论三个部分构成,并配备了一些有趣的思考题作为课后实验.这三个部分中,“问题描述”部分简要地引出问题;“实验内容及程序”部分渐进式地开展针对性实验,从实验结果中观察、分析实验现象;“进一步讨论”部分或者将实验进一步引向深入理解,或者进行理论分析与探讨.本书由浅入深,从 Mathematica 软件基本操作讲起,逐步深入到如何运用数学实验思想、方法及 Mathematica 软件开展问题探究,使读者在实验中学会观察、分析与发现新的规律.读者还能阅读和使用书中丰富的实验程序,快速提高 Mathematica 编程水平.本书可以作为高等院校数学实验课程参考教材,也可以作为高等数学课堂演示实验及课程实验的参考教材.同时,本书也可以作为科技工作者及大学生学习 Mathematica 软件的参考书.

本书由李建平主持编写,实验 4~ 实验 9,实验 13,实验 14 由李建平编写;实验 16,实验 20,实验 21,实验 23,实验 24,实验 28~ 实验 30 由朱健民编写;实验 1~ 实验 3,实验 11,实验 15,实验 17,实验 22,实验 27 由刘雄伟编写;实验 10,实验 12,实验 18,实验 19,实验 25,实验 26 由周敏编写,全书由李建平、朱健民负责统稿,刘雄伟负责图形.本书的出版得到国防科学技术大学国家教学团队“数学公共课程教学团队”的资助.湖南省教学名师、国防科学技术大学“数学建模与数学实验”国家精品课程负责人吴孟达教授认真审阅了书稿,并提出了宝贵的建议.作者还在多个场合和教育部数学与统计教学指导委员会委员、清华大学白峰杉教授讨论过数学实验课程的改革与建设,他的真知灼识和中肯的意见让作者受益匪浅,在此对他们表示衷心的感谢.另外还要感谢科学出版社的王丽平编辑,没有她的辛勤工作,本书难以付梓.最后,衷心感谢在本书编写及教学工作中给予作者帮助的老师 and 同学们,同时,以感恩的心对待各种友善的批评和建议.

作 者

2010 年 9 月于国防科学技术大学佳园

目 录

前言

实验 1 体验 Mathematica	1
一、问题描述	1
二、实验内容及程序	1
三、进一步讨论	25
思考题	27
实验 2 微积分基本计算	30
一、问题描述	30
二、实验内容及程序	30
三、进一步讨论	44
思考题	48
实验 3 摆线	51
一、问题描述	51
二、实验内容及程序	52
三、进一步讨论	55
思考题	57
实验 4 素数的分布	58
一、问题描述	58
二、实验内容及程序	58
三、进一步讨论	60
思考题	61
实验 5 数 e 探索	62
一、问题描述	62
二、实验内容及程序	64
三、进一步讨论	65
思考题	68
实验 6 N 的阶乘有多大	69
一、问题描述	69
二、实验内容及程序	70
三、进一步讨论	71

思考题	73
实验 7 割圆术与圆周率	75
一、问题描述	75
二、实验内容及程序	76
三、进一步讨论	79
思考题	83
实验 8 调和级数与欧拉常数	85
一、问题描述	85
二、实验内容及程序	85
三、进一步讨论	87
思考题	88
实验 9 级数的重排	90
一、问题描述	90
二、实验内容及程序	90
三、进一步讨论	92
思考题	94
实验 10 泰勒公式与函数逼近	96
一、问题描述	96
二、实验内容及程序	97
三、进一步讨论	99
思考题	101
实验 11 曲线的曲率及渐屈线	103
一、问题描述	103
二、实验内容及程序	103
三、进一步讨论	109
思考题	111
实验 12 非线性方程求根	112
一、问题描述	112
二、实验内容及程序	112
三、进一步讨论	118
思考题	121
实验 13 定积分的概念	122
一、问题描述	122
二、实验内容及程序	122
三、进一步讨论	126

思考题	127
实验 14 定积分的数值计算	128
一、问题描述	128
二、实验内容及程序	128
三、进一步讨论	135
思考题	138
实验 15 空间形体的截痕	140
一、问题描述	140
二、实验内容及程序	140
三、进一步讨论	146
思考题	150
实验 16 偏导数与方向导数	152
一、问题描述	152
二、实验内容及程序	152
三、进一步讨论	158
思考题	160
实验 17 极值问题与最优化	161
一、问题描述	161
二、实验内容及程序	161
三、进一步讨论	166
思考题	170
实验 18 多项式插值	172
一、问题描述	172
二、实验内容及程序	172
三、进一步讨论	177
思考题	178
实验 19 曲线拟合的最小二乘法	179
一、问题描述	179
二、实验内容及程序	179
三、进一步讨论	183
思考题	184
实验 20 重积分的概念与计算	186
一、问题描述	186
二、实验内容及程序	187
三、进一步讨论	192

思考题	194
实验 21 曲面的面积	196
一、问题描述	196
二、实验内容及程序	197
三、进一步讨论	202
思考题	203
实验 22 傅里叶级数的收敛性与吉布斯现象	205
一、问题描述	205
二、实验内容及程序	205
三、进一步讨论	211
思考题	214
实验 23 积分曲线与方向场	215
一、问题描述	215
二、实验内容及程序	215
三、进一步讨论	220
思考题	222
实验 24 振动与摆动	223
一、问题描述	223
二、实验内容及程序	224
三、进一步讨论	227
思考题	230
实验 25 迭代与分形	232
一、问题描述	232
二、实验内容及程序	233
三、进一步讨论	238
思考题	241
实验 26 混沌	242
一、问题描述	242
二、实验内容及程序	242
三、进一步讨论	249
思考题	250
实验 27 数字图像信息的伪装与隐藏	251
一、问题描述	251
二、实验内容及程序	251
三、进一步讨论	258

思考题	260
实验 28 幅角与幅角原理	262
一、问题描述	262
二、实验内容及程序	262
三、进一步讨论	268
思考题	270
实验 29 几何变换	271
一、问题描述	271
二、实验内容及程序	271
三、进一步讨论	278
思考题	279
实验 30 区域间的典型映射	280
一、问题描述	280
二、实验内容及程序	280
三、进一步讨论	286
思考题	289
参考文献	290

实验 1 体验 Mathematica

一、问题描述

随着计算机技术的迅速发展, 数学的地位发生了巨大的变化, 在自然科学、工程技术、经济管理、人文科学等各领域, 数学越来越成为解决实际问题的有力工具. “高技术本质上就是数学技术” 的观点受到众多有识之士的认同. 数学实验慢慢走入了中学、大学的课堂. 在现代教育理论的指引下, 借助于数学软件开拓思维, 培养学生自主探索、研究数学问题、解决数学应用的实践能力, 激发创造力, 提高学生的自主创新的能力, 有利于满足我国创新型应用性人才培养的需要.

目前在科学技术、教育教学、工程与管理等领域比较流行的主要数学软件有 Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD 等. 本书选用 Mathematica 7.0 软件引导大家开展数学实验和解决高等数学教学中相关的数学问题, 让大家在数学软件的辅助下亲身体验、发现、探索和解决数学问题的酸甜苦辣, 在动手实践中查询被掩盖的数学轨迹, 寻找数学带来的惊喜和美的享受.

二、实验内容及程序

程序 1.1 Mathematica 基本操作

单击电脑屏幕左下角的“开始”按钮, 在开始菜单上移动鼠标指针到“程序”选项, 在出现的级联菜单中用鼠标左键单击“Wolfram Mathematica 7.0”选项, 启动 Mathematica 软件, 如图 1.1 所示.

Mathematica 软件操作界面主要包括三个部分: 上面是标题栏和菜单栏; 下面大的空白工作区域为实验区域 (工作窗口), 用来输入内容和显示结果; 右边是常见的符号输入辅助面板, 三个窗口在位置上浮动独立. 将鼠标左键按住各窗口上方的蓝色标题栏, 可以拖动改变其位置. 将鼠标指针移动到实验区域的边沿, 当鼠标指针变成双向箭头时, 按下鼠标左键拖动可以改变窗口大小.

从图 1.1 的工作窗口中可以看到, Mathematica 对输入和显示的内容分为不同单元进行管理. 大的单元可以分为多个小的单元, 在其右边以中括号的形式表明其级联关系. 同一个工作窗口多个单元构成一个笔记簿 (Notebook), 可以通过菜单命令“File”→“New”→“NoteBook(.nb)”或直接按下【Ctrl+N】键 (先按下【Ctrl】键不放, 然后再按下【N】键, 后面的快捷键操作方式相同), 新建多个工作窗口.

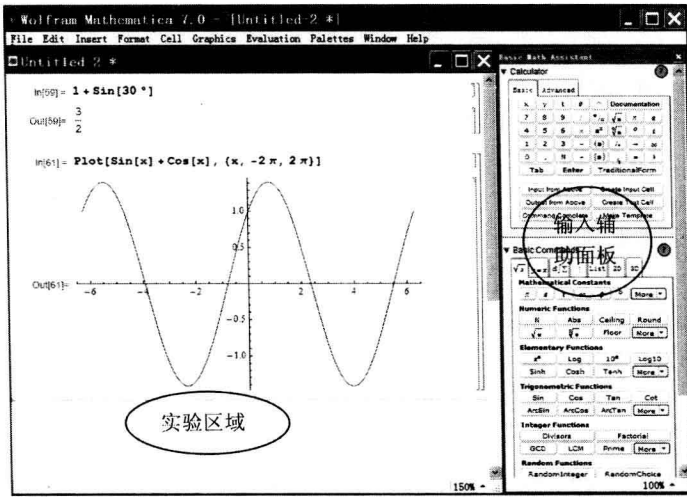


图 1.1 Mathematica 7.0 操作界面

将鼠标指针移动到工作窗口,当指针变成横向指针“ ↔ ”时,单击并输入内容,表示开启新的单元(后面没有说明,一般单击左键为新建运算单元)。当鼠标指针显示为“ ⌂ ”,单击,则插入编辑点到当前位置,并可对当前行进行编辑修改。

对于输入和修改后的表达式要运行看到结果,则在输入或者修改单元内容后,按下主键盘区的【Shift】键的同时按下【Enter】键(如果有小键盘,则只要按一下小键盘区的【Enter】键);或者单击执行菜单命令“Evaluation”→“Evaluate Cells”,就会运行当前插入点所在单元的程序代码,其计算得到的输出结果会在下方用新的单元显示。

例 1 计算 $(5320 - 634 + 820) \times 539 \div 351$ 。

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键,输入程序代码:

$(5320-634+820)*539/351$

计算运行后,显示为

In[1]:	:=	$(5320-634+820)*539/351$	}]
Out[1]:	=	$\frac{2967734}{351}$	}]

用户输入的内容显示为“In[1]:=”后面内容,而对应的输出结果在“Out[1]=”后显示。“In[n]”表示第 n 次输入的内容,“Out[n]”表示第 n 次输出的结果。可以直接通过它们引用对应的内容,如输入: `In[3]+Out[6]`,则表示对 In[3] 后的内容与 Out[6] 后的内容执行加法运算。本书后面的代码中输入和输出都不带 In 和 Out 前缀,而只说明是输入的代码与输出的结果。

在程序代码运行的过程中,如果按下快捷键【Alt+.】,则可以终止当前单元程

序代码的计算过程.

利用键盘上的方向键和单击鼠标左键, 在工作窗口中改变输入位置, 可对相应位置的输入内容进行编辑、修改或重新计算. 例如, 在上面的例子中用鼠标左键单击 5320 后面中间位置, 通过【Delete】键删除 20 两个数字, 然后输入 “.0”, 即输入更改为

$$(53.0-634+820)*539/351$$

重新计算, 得到结果为


$$367.011$$

单击菜单栏中的文件“File”菜单, 在出现的下拉菜单中选择保存“Save”命令, 打开“另存为”对话框, 如图 1.2 所示. 在“文件名”的右边输入一个名字, 用鼠标左键单击“保存”按钮就可以将当前笔记簿中内容保存为后缀名为 “.nb” 的 Mathematica 文件.



图 1.2 “另存为”对话框

下次在启动 Mathematica 后, 单击执行菜单命令“File”→“Open”, 打开“打开”对话框 (与另存为对话框基本相同), 选择以前保存的文件, 单击“打开”按钮 (或者直接在“资源管理器”中双击 Mathematica 文件) 就可以浏览或修改先前做的工作. 最后编辑修改的几个文件一般会在“File”菜单下面以列表形式列出, 单击相应的文件名称同样可以打开对应的文件.

如果工作完成了, 可以单击标题栏右侧的关闭按钮 , 或者执行菜单命令“File”→“Exit”, 退出 Mathematica 软件. 如果当前操作内容发生了修改没有保存, 则会出现提示对话框, 可以确定是否保存当前修改内容或者确定是否退出.

程序 1.2 基本计算

Mathematica 中的四则运算与大家熟悉的表示方式基本相同, 进行四则运算的符号及使用方法如表 1.1 所示.

表 1.1 Mathematica 四则运算输入方式

键盘输入	+	-	* 或空格	/	^
使用方式	$a+b$	$a-b$	$a*b$ 或 $a b$	a/b	a^b
相当于运算	加法	减法或负号	乘法 (\times)	除法或分数	乘方

四则运算的先后顺序由低到高为：加（减），乘（除），乘方（按住【Shift】的同时按一下【6】键输入乘方运算符“^”）。连续几个同级运算（乘方除外）从左到右进行，需要说明的是 Mathematica 只用小括号来改变运算次序。

例 1 计算 $\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left\{3 - \frac{1}{2} \times [1 - (4 - 1)]\right\} + 6^{\frac{1}{3}}$ 。

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键，输入程序代码：

```
1/5-(1/3)^3*(3-(1/2)*(1-(4-1)))+6^(1/3)
```

计算得到结果为

$$\frac{7}{135} + 6^{1/3}$$

Mathematica 中除了几个常数外，其他数的表示与平时表示基本相同。在软件中常用的数学常数有：

圆周率 —— 用 Pi 或用 π 表示；

角度 1 度 —— 直接用单词 Degree 表示，如 30Degree 表示 30° ，45Degree 表示 45° ；

自然对数的底 e —— 用 E 表示，E 表示 2.71828...；

无穷大 —— 直接用单词 Infinity 或用无穷大符号 $+\infty$ 表示，负无穷大将“+”改为“-”。

虚数单位 —— I，表示 $i = \sqrt{-1}$ 。

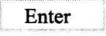
以上这些常数符号，除了直接输入，也可以在工作窗口中选好位置后，然后用鼠标左键单击符号输入辅助面板（如果没有显示，单击执行菜单命令“Palettes”→“Basic Math Assistant”显示）中对应的符号输入。

对于根号、分式等表达式的输入，除了直接输入函数名称，也可以直接借助于符号输入辅助面板进行直观输入。对于有多个输入位置的，如 $\frac{\square}{\square}$ ，则可以通过【Tab】键或者直接在输入位置单击鼠标左键改变输入位置，输入相关数值或符号，得到需要的输入形式。



例 2 计算 $e^4 - \frac{\pi}{3} \times \sqrt{6} \div 2.8$ 。

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键，然后在基本数学符号面板上单击“ $\frac{\square}{\square}$ ”，再单击“e”，按一下【Tab】键，输入 4，按一下右向箭头【→】键，输入“-”，得到“ e^4- ”。同样方式输入余下内容，显示为

$$e^4 - \frac{\pi}{3} \times \sqrt{6}/2.8$$

通过前面介绍的计算方法或者按下符号输入辅助面板上的  按钮, 计算得到结果为

53.682

Mathematica 中包含大量的数学函数, 其中函数名与我们现行教材中的名称基本相同, 主要的区别为 Mathematica 的内部函数名为单个单词时, 第一个字母大写, 如 Sin; 为多个单词组合时, 每个单词第一个字母大写, 如 ArcTan. 其中的参数用中括号 “[] ” 括起来. Mathematica 常见函数可以通过符号输入辅助面板单击  前面的右向三角形图标展开面板中查看基本命令, 同时三角形转为方向向下. 单击对应的  按钮可以获取更多命令. 再次单击三角形按钮可以折叠面板.

例 3 计算 $\sin 30^\circ + \log_3 4 - \arctan 3$.

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键, 借助于符号输入辅助面板, 输入程序代码:

`Sin[30°]+Log[3,4]-ArcTan[3]`

计算得到结果为

$$\frac{1}{2} - \text{ArcTan}[3] + \frac{\text{Log}[4]}{\text{Log}[3]}$$


对于输入的数值计算式中, 如果都为整数输入, 则结果一般为整数描述形式, 如例 1, 例 3; 如果输入带有小数点的数, 则显示为带小数点形式, 如例 2. 将输入表达式中的某个数写成带小数点的描述式, 则输出结果为小数形式, 如将例 3 中的 4 改成 4.0, 则输出结果为 0.512814.

一般情况下, Mathematica 进行数值计算都按照特定的精度进行所有计算, 给出精确结果. 用户可以利用 $N[]$ 函数给出近似数值结果. 例如, 输入 4^{80} , 计算得到结果为

1461501637330902918203684832716283019655932542976

而输入 $N[4^{80}]$, 则得到的结果为 1.4615×10^{48} . 另外, 还可以在 N 函数中添加参数控制精度, 如输入 $N[4^{80}, 8]$, 则显示结果为 1.4615016×10^{48} .

Mathematica 中的函数也可以在加上 “//” 后写在一个需要计算的表达式后面, 如计算 $2+3.0$ 的以自然常数 e 为底的对数, 则可以输入 $2+3.0//\text{Log}$, 得到结果为 $\ln 5$ 的近似结果 1.60944. 在例 3 的输入式后加上 $//N$, 则结果输出为带小数点近似形式.

单击执行菜单命令 “Edit” \rightarrow “Preferences”, 在打开的 “Preferences” 对话框中单击 “Appearance” 标签, 在出现的选项中单击 “Numbers” 标签, 通过更改数值显示格式参数下的精度显示 “Displayed precision” 数字, 如改成 16, 如图 1.3 所示. 单击右上角的关闭按钮  退出参数设置对话框, 则 $\ln 5$ 的结果显示为 1.6094379124341.

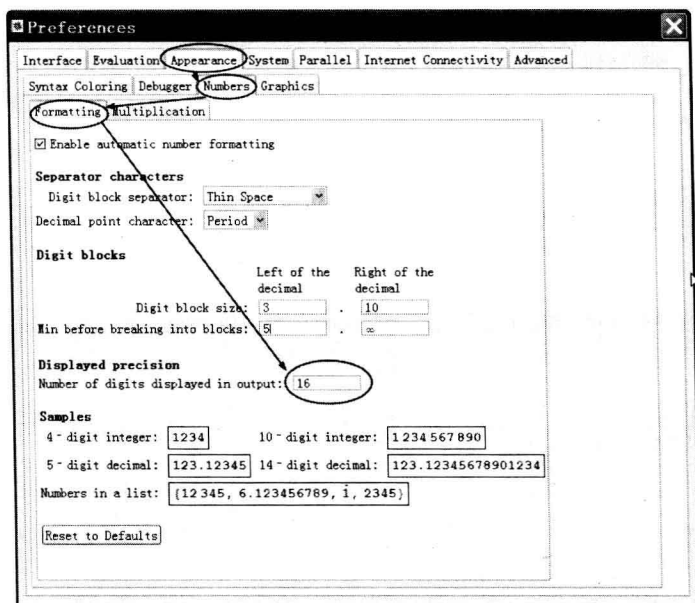


图 1.3 参数设置对话框

Mathematica 除了快捷方便的数值计算功能外, 也提供了丰富的符号运算功能, 在后面的实验中将会体验到其符号运算的优越性.

例 4 分解因式: $-a + b + ax - bx + ax^2 - bx^2 - ay^2 + by^2 + axy^2 - bxy^2 + ax^2y^2 - bx^2y^2$.

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键, 输入程序代码:

```
Factor[-a+b+a x-b x+a x^2-b x^2-a y^2+b y^2+a x y^2-b x y^2+
a x^2 y^2-b x^2 y^2]
```

计算得到结果为

$$(a-b)(-1+x+x^2)(1+y^2)$$

Factor 的作用是分解因式, 不仅可以分解多项式, 也可以分解有理式. 其反向操作的命令为 Expand, 用来展开多项式.

例 5 将有理式 $\frac{4x+x^2+x^3}{-1-x+x^3+x^4}$ 展开为部分分式.

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键, 输入程序代码:

```
Apart[ $\frac{4x+x^2+x^3}{-1-x+x^3+x^4}$ ]
```

计算得到结果为

$$\frac{1}{-1+x} + \frac{2}{1+x} + \frac{-1-2x}{1+x+x^2}$$

Apart 的作用是将可分解的有理式分解为部分分式. 其反向操作的命令为 Factor, 得到的是分子、分母已经分解因式的有理式形式. 输入程序代码:

$$\text{Factor}\left[\frac{1}{-1+x} + \frac{2}{1+x} + \frac{-1-2x}{1+x+x^2}\right]$$

计算得到的结果为

$$\frac{x(4+x+x^2)}{(-1+x)(1+x)(1+x+x^2)}$$

程序 1.3 平面图形与动画

Mathematica 除了出色的数值计算功能外, 更具有优秀的图形与动画表现能力. 对于二维平面曲线, Mathematica 7.0 主要通过内部绘图命令 Plot, ParametricPlot 和 PolarPlot 三个函数来完成.

例 1 绘制正弦函数 $y = \sin x$ 在 $[-2\pi, 2\pi]$ 范围内的图形.

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键, 输入程序代码:

```
Plot[Sin[x], {x, -2Pi, 2Pi}]
```

计算得到结果显示如图 1.4 所示.

例 2 在同一个坐标系中绘制常值函数 $y = 1$, 绝对值函数 $y = |x|$ 及余弦函数 $y = \cos x$ 在 $[-\pi, 3\pi]$ 范围内的图形.

实验步骤 在工作窗口单击鼠标左键, 输入程序代码:

```
Plot[{1, Abs[x], Cos[x]}, {x, -Pi, 3Pi}]
```

计算得到结果显示如图 1.5 所示.

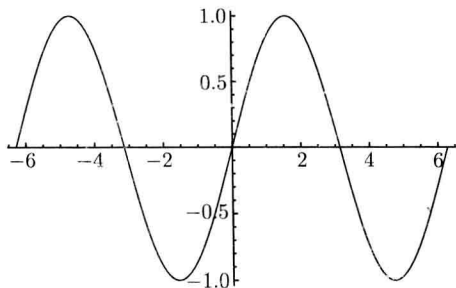


图 1.4 正弦曲线

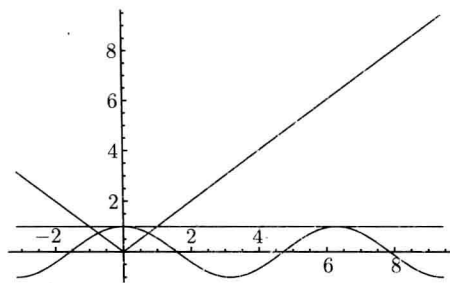


图 1.5 常值函数、绝对值函数与余弦函数对应曲线

在第一个大括号中的列表添加或者删除函数, 可以在一个坐标系中的同一范围内绘制多个函数图形. 在图形上单击鼠标左键选择图形后, 将鼠标指针移动到边框上的控制点 (边框上的小方块), 按下鼠标左键拖动可以改变图形大小. 利用函数的图形表现功能, 可以非常方便观察与研究初等函数的一些性质与特征.

例 3 通过绘制幂函数 $y = x^\mu$, μ 取 $1, 2, 3, 4, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1, -2, -3, -4$ 时的函数图