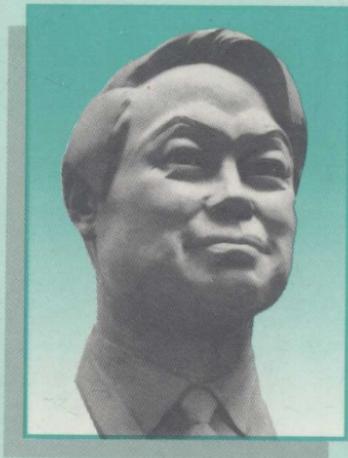


寧振楊談科學發展



張美曼 編

八方文化企業公司
GLOBAL PUBLISHING CO. INC.

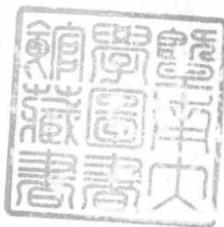
MI
20092

楊振寧 談科學發展



張美曼 編

八方文化企畫公司
GLOBAL PUBLISHING CO. INC.



Φ 八方文化企業公司
GLOBAL PUBLISHING CO. INC.

八方文化企業公司
Global Publishing Co. Inc.

楊振寧談科學發展

作 者 楊振寧

編 著 張美曼

出 版 者 八方文化企業公司

Global Publishing Co. Inc.

1060 Main Street, River Edge,
NJ 07661, USA

印 刷 鼎易印刷事業有限公司

四 版 1996年12月

國際書號 ISBN 1-879771-04-7 pbk

版權所有 ©1996 Global Publishing Co. Inc.

編譯者的話

楊振寧教授是1957年諾貝爾物理學獎的兩位獲獎者之一，也是1986年美國國家科學獎章的獲獎者。他現任美國紐約州立大學石溪分校理論物理研究所所長、愛因斯坦講座教授，香港中文大學博文講座教授。

本書匯集編譯的是楊振寧的關於物理學史及有關科學發展方面的文章。書中文章大都按發表的順序排列，只有一些文章的後記，雖然都是1982年寫的，由於它們敘述的是有關文章的背景材料，所以按原文發表的年代排列。

書中引的參考文選絕大多數沒有中譯本，所以保持原來的英文索引，以便有進一步研究興趣的讀者查閱。

本書內容豐富，而且基本上是現有中文書籍所未收集過的。書中也收入了很少幾篇其他譯者的重要文章，這在文後都有註出。若文後未註明譯者，則係編譯者所譯。

楊振寧是當代物理學的奠基者之一，他的工作推動了粒子物理學、統計物理學的發展，並且對數學的發展也有深刻影響。由於他親身經歷、參加並推動了物理學的發展，所以他寫的物理學史的文章對史實的敘述生動、準確、切中核心，對問題的分析深刻、透徹，更寶貴的是還包含有他幾十年成功的經驗和體會。編譯者深信這些文章無論對物理學的愛好者、或對專業的物理學工作者都極有教益。對於科學史工作者，這些文章是很寶貴的資料。

我很高興能將這些文章介紹給讀者，並感謝楊振寧教授提供資料。

張美曼
1991年2月

楊振寧談科學發展

編譯者的話

目錄

1 “二維 Ising 模型的自發磁化”之後記	1—4
2 “給費米的信，1952年5月5日”之後記	5—6
3 “同位旋守恒和一個推廣的規範不變性” 及“同位旋守恒和同位旋規範不變性” 兩篇文章的後記	7—10
4 書評：薛定諤寫的“擴張的宇宙”	11
5 “物理學中的宇稱守恒及其它對稱定律” 之後記	13—14
6 在諾貝爾賀宴上的講話（1957年10月10日）	15—16
7 現代物理學中的對稱原理	17—24
8 物理學的前景	25—29
9 在研究和教學中需要什麼？ 在應用數學專題討論會上的發言記錄 (1961年11月4日)	31—37
10 基本粒子發展簡史	39—96
11 計算機和高能物理	97—101
12 祝賀羅伯特·奧本海默六十大壽（1964年）	103—105
13 “關於高能大動量轉移過程的一些推測” 之後記	107—109
14 物理學中的對稱性原理	111—126
15 在京都會議最後一天宴會上的演講 (1965年9月30日)	127
16 相變和臨界現象的引言	129—133
17 現代基本粒子物理中的一些概念	135—143
18 “規範場的積分形式”之後記	145—147

19 文章“不可積相因子概念和規範場的整體公式 表示”的後記	149
20 磁單極、纖維叢和規範場	151—167
21 愛因斯坦對理論物理的影響（一九八〇年）	169—180
22 晚餐後的演講 在 AGS20 週年慶祝典禮上（1980年）	181—184
23 約瑟夫·邁厄和統計力學	185—189
24 分立對稱性 P. T 和 C	191—209
25 美和理論物理學	211—222
26 自旋	223—226
27 規範場、電磁作用和波姆——阿哈拉諾夫效應	227—235
28 場和對稱性	237—246
29 前言（爲吳大猷先生的“量子力學”出版）	247—248
30 五十年代初的粒子物理	249—262
31 對湯川秀樹1935年的文章的評價	263—264
32 魏爾對物理學的貢獻	265—283
33 楊振寧教授談物理學研究和教學	285—300

中國科學技術大學 研究生院座談會的記錄
中國科學院

（1986年5月、6月）

34 王淦昌先生與中微子的發現	301—311
35 天才的起源	313—314
36 趙忠堯與電子對產生和電子對湮滅	315—328
37 在統計力學領域中的歷程	329—334

附錄

1 英中譯名對照表	335—348
2 中國大百科全書的“楊振寧”介紹	349—350
3 基本物理學的精髓——九組方程式	351—353

“二維 Ising 模型的自發磁化”

之後記^(52a)

按照費米 (Fermi) 的建議，我努力使自己對物理學盡可能多的方面感興趣。在 1950-1951 年間我學習了種種科目，其中的兩門後來對我極有裨益：時間反演不變問題和 β 衰變理論。對於 β 衰變理論，自從做博士論文以來，我一直持有興趣。

在 1951 年春，奧本海默 (Oppenheimer) 紿我看一本他剛剛收到的預印本，這本預印本是薛溫格 (Schwinger) 寄來的，題目是“量子場論 I”。在這篇文章中引入了一個時間反演算符，後來稱之為“薛溫格時間反演”。在讀了這篇預印本後我給薛溫格寫了一封信，在其中我提出，是否可以任意選擇電荷共軛和時間反演的組合。回想起來，由於我沒有研究所有定域場的不變性，我沒能發現 CPT 定理。

在 1950 年夏，物理學家做了 $\beta - \gamma$ 關聯實驗，這個實驗導致了有關庫侖場在其中的效應的大量討論①。在十月，墨士拜契 (E. Merzbacher) 和我以某種深度研究了這問題，雖然沒有得到激動人心的結果，但這一研究使我們徹底地弄懂了魯斯 (M.E. Rose) 的文章，這篇文章刊載在物理評論上 (The Physical Review 51, 484 (1937))。後來，在對宇稱不守恒中庫侖效應的研究中，這段經歷被證明是很有益的。

從 1951 年初開始，我深入地研究了 Ising 方面的問題。Ising 模型是統計力學中的一個著名的鐵磁模型。由於我的碩士論文，我對它很熟悉。在 1944 年，非常意外地，昂沙格 (L. Onsager) 得出了二維 Ising 模型配分函數的精確的數值計算。這篇文章技巧性極高。1947 年春，在芝加哥，我研究過他的文章，但不懂它的方法。文章用的方法非常複雜，有許多代數上的巧妙技巧。在 1949 年十一月初的一天，在研究所的中型轎車從普林斯頓大學的

派爾默廣場開往研究所的路途中，路丁格 (J.M. Luttinger) 和我偶然談起 Ising 模型。路丁格說，考夫曼 (Bruria Kaufman) 化簡了昂沙格的方法，這個解可以藉助於 $2n$ 個反對易厄米矩陣系統的表示來理解。我對這個表示很熟悉，並很快理解了昂沙格-考夫曼方法的要點。在到達研究所後我很快完成了這個近似的基本步驟，並且非常高興在最後理解了昂沙格的解。同一個下午，我建議路丁格與我合作，推廣昂沙格-考夫曼方法到三角格點，那時路丁格已忙於其它研究，不想再處理別的問題。對於這個問題我又經過了考慮，由於沒有足夠的挑戰性，我也放棄了這個建議。

但是，我没有放棄 Ising 模型，我一直思考着這個問題，並意識到昂沙格和考夫曼已得到比配分函數更多的信息，這個信息決定於變換矩陣的最大本徵值。實際上，他們的方法給出了所有本徵值、本徵矢量的有關信息。沿着這個方向前進，在1951年1月我得到了結論，即自發磁化決定於有最大本徵值的二個本徵矢量之間的一個非對角矩陣元。對我來說似乎是這樣，利用潛存於昂沙格-考夫曼方法中的過剩信息，我應當能計算矩陣元的值。

於是我就做了漫長的計算，這是我的經歷中最長的計算。整個過程充滿了局部的戰術上的技巧，計算進行得迂回曲折，有許多障礙，但總是在幾天後設法找到一個新的技巧，指出了一條新的途徑。麻煩的是我很快感到像進入了迷宮，並且不能肯定在經過了這麼多曲折之後，是否確實在某種程度上比開始的時候靠近目標。這種戰略上的總的估價非常令人沮喪，有幾次我幾乎要放棄了，但每次總有某種事情又把我拉回來，通常是一個新的戰術上的技巧使情況變得有希望，即使僅僅是局部的。

最後，經過六個月斷斷續續的工作，所有的部份突然都相一致了，導致了奇蹟般的相消，我瞪眼看着令人驚奇的簡單的最後結果，即文章“二維 Ising 模型的自發磁化”中的方程式(96)。由於我的計算中有一些取極限的手續，這不是嚴格的，我感到不是十分有把握。已知範登 (Van der Waerden)、阿希根 (Ashkin) 和

蘭姆 (Lamb) 的方法是精確到 χ^{12} 項的，我把我的方程的展開式與範登、阿希根和蘭姆的表達方式比較到參數 χ 的 χ^{12} 項，它們完全一致，這才感到有把握。那時是1951年6月，我的長子楊光諾 (英文名 Franklin) 出生前一週。

在1952年^②，張承修推廣“二維 Ising 模型的自發磁化”到矩形 Ising 格點，他的文章還包括了也許是關於臨界指數普遍性的最早推測。

東洋，“二維 Ising 模型的自發磁化”一文的結果與昂沙格長程序的計算相一致。幾年前昂沙格在一個會議上宣佈過他的結果^③。我相信他沒有出版他的計算。在1970年，他發表了一些有關其方法的有趣信息^④。

Ising 模型是一個不斷使人感到意外的問題，從物理方面來說，在1950年代，一些人認為只是一種有趣的數學遊戲，並不認真地對待它。在1960年代，情況戲劇性地變化了，人們發現 Ising 模型不僅對於鐵磁的研究非常重要，對於許多其它種類的相變也很重要。(見文章“液態和氣態躍遷的臨界點”。) 在1970年代這一點漸漸地清晰起來，即這個模型與場論也極其有關。從數學方面來說，創造了一些新的巧妙的方法來處理這個問題並得到多點相關函數^⑤，巴克斯特 (R. Baxter) 找到了8頂角模型的解，Ising 模型作為一個極限情況被包括在內。

1965年5月迪馬卡斯 (W.C. de Marcus) 邀請費希 (M. Fisher)、卡茨 (M. Kac)、昂沙格和我去肯塔基大學做一個統計力學的講演。(順便提一下，對於我們所有的人，這是一個非常有意思的經歷，住在奢侈排場的卡那漢旅館並被授於肯塔基上校的稱號) 當我們離開來克新登市時 (Lexington) 昂沙格和我在機場呆了幾小時，我問他，他在1944年的文章中所用的所有這些複雜的代數步驟是從哪兒來的。他說，他在戰爭中有許多時間，所以他開始去把變換矩陣對角化，這些變換矩陣是蒙脫 (E. Montroll)、克拉默 (H.A. Kramers)、華尼 (G.H. Wannier) 所討論過的。他從 $2 \times \infty$ 開始，然後 $3 \times \infty$, $4 \times \infty$ 格點。接着進行 $5 \times \infty$ 格

點，變換矩陣是 32×32 的，這樣一個矩陣是非常大的，但是他從小的矩陣的討論中得到的經驗得心應手，在一些時候以後，就成功地找出所有這32個本徵值。最後他進行到 $6 \times \infty$ 的情況，並且對角化 64×64 矩陣，發現所有的本徵值有如下形式

$$\exp(\pm\gamma_1 \pm \gamma_2 \pm \gamma_3 \pm \gamma_4 \pm \gamma_5 \pm \gamma_6)$$

(這是一個真正規律性的化簡，精確的敘述，見昂沙格的文章，《物理評論》65, 117 (1944)，方程式(97)和(98)。這稍稍複雜的本徵值規律可能解釋了為什麼早些時候用小格點却没有能發現它。) 這導致了這樣一個概念，這個問題的代數是一種積乘代數，這就是他文章中的技巧。

註解：

- ① 閱J.M. Cork, W.C. Rutledge, A.E. Stoddard, C.E. Branyan, 和J.M. Le Blanc, The Physical Review 79, 938 (1950); B.N. Sorensen, B.M. Dale, J.D. Kurbatove, The Physical Review 79, 1007 (1950)
- ② C.H. Chang, The Physical Review 88, 1422 (1952)
- ③ L. Onsager, II Nuovo Cimento 6, Suppl. 261 (1949)
- ④ L. Onsager, in Critical Phenomena in Alloys, Magnets, and Superconductors, eds. R.E. Mills, E. Ascher, and R.I. Jaffee (New York: McGraw-Hill 1971), P.3.
- ⑤ 閱T.T. Wu, B.M. McCoy, C.A. Tracy, 和E. Barouch, Physical Review D13, 316 (1976)

(譯自楊振寧Selected Papers 1945-1980 with Commentary, Freeman and Co. 1983。)

“給費米的信，1952年

5月5日”之後記 [52d]

“給費米的信，1952年5月5日”是1952年春天和夏天我訪問位於西雅圖的華盛頓大學時寫的。

1952-1953這一年，就我而言，沒有什麼收獲。我做了一下強耦合理論以及庫朗特 (E. Courant)、李文斯通 (S. Livingston) 和席特 (H. Snyder) 發明的加速器設計中的強聚焦原理方面的工作。我也保持著對 π —核子散射及宇宙線實驗的興趣。但我的努力沒有導致任何有用的結果。也許那一年裏我做的最好的事是對德波爾 (J.de Boer) 作的討論液態 He 的演講產生興趣。對於我，那是一個新的領域。很幸運，我足夠自信和沉着，沒有因為缺少成果而過份地煩惱。

1952年12月中旬，我接到布魯克海文國家實驗室考司莫加速器主席柯林斯 (G.B. Collins) 的信，邀請我在1953-1954年間去布魯克海文訪問一年。在1952年12月18日—20日的第三屆羅徹斯特 (Rochester) 會議上，舍勃 (R. Serber) 告訴了我關於實驗室和資助的更多的信息，我決定接受這一邀請。

1953年夏，我去了位於長島的布魯克海文。在那時，布魯克海文擁有世界上最大的考司莫加速器，工作能量是 3Gev。它產生 π 和奇異粒子。非常有趣的實驗結果從幾個在那兒工作的實驗組源源不斷地流出。我養成一個習慣，每幾個星期去訪問這些實驗組一次，以使自己熟悉他們的實驗。對於我，與在普林斯頓時相比，是在一個十分不同的方向上接受物理，並且我認識到它們各有長處。

在那年夏天，布魯克海文有許多訪問者，物理學的討論、海濱活動和社交活動熱烈地進行着。秋天來了，訪問者走了，我和我的夫人、兒子在一套單元房子裏安頓了寧靜的生活。這一套房

子是在一個兵營舊址的基地上改建的。（這個實驗室建在一個遠離商業區的軍營舊址上）它四週被樹林環抱，在這片樹林裏我們作長距離散步。週末則駕車去探究長島各不同地區，我們漸漸變得喜歡蒙托克小岬（Montauk Point）、大西洋海濱和自然林公園，喜歡布魯克海文週圍謙遜的島民。一個下雪的星期日，我們漫無目的地駕車沿着北海岸到達一個迷人的小鎮，我們欣賞這個漂亮的購物中心週圍的氣氛，看了地圖，發現它的名字叫石溪。那時，我們沒有想到，當下一次，在1965年，我們再來到石溪時，它成了我們的家。

在1953-1954年間，布魯克海文做了許多介子多重產生的實驗。克里斯汀（R.Christian）和我花費了一些功夫去計算不同多重數的相空間體積。我們很快得出結論：我們需要用一台計算機。在那時，IBM 計算機的祖父 701 已經開始在 IBM 位於紐約市的辦公處運轉。通過舍勃的安排我們用了一些時候計算機。克里斯汀知道如何寫程序，我們寫了一個簡單的，那是在 FORTRAN 語言之前，所以用的是包括有成千、成萬條的機器語言。我們必須不斷地估計量值並把記錄器左右移動，以免丟失有效數字。克里斯汀是程序碩士。剛開始我覺得它很好玩，但然後我們開始排除程序中的錯誤，發覺在我們的句子中有這麼多因粗心造成的錯誤，我很沮喪。我漸漸地失去興趣，而克里斯汀堅持着完成了我們的題目。幾年之後，當我瞭解了 FORTRAN 語言後，我責備自己，當初我在普林斯頓和哥爾德斯坦（H. Goldstine）一起探索使用計算機的可能性時及上面敘述的後來的1954年的經歷中，為什麼我沒有想到程序語言的思想。

（譯自楊振寧 Selected Papers 1945-1980 With Commentary, Freeman and Co. 1983.）

“同位旋守恒和一個推廣的規範不變性”^(a) 及“同位旋守恒和同位旋規範不變性”^(b) 兩篇文章的後記^{(c), (54b, c)}

當我在昆明和芝加哥做研究生時，我詳細地學習了泡利寫的場論的總結文章^①。電荷守恒與一個理論在相因子變換下的不變性有關的思想給了我深刻的印象，後來我發現這個思想源於魏爾^②。規範不變性確定了全部的電磁作用這一事實給了我更深刻的印象^③。在芝加哥的時候我嘗試着將這個思想推廣到同位旋相互作用，所用的步驟，後來寫在文章“同位旋和同位旋規範不變性”的方程(1)和(2)中。從這些出發，很容易得到方程(3)。然後我嘗試着去定義場強為

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\mu}{\partial X_\nu} - \frac{\partial B_\nu}{\partial X_\mu},$$

這是對電磁作用的一種自然推廣。這導致了麻煩，我不得不放棄它。但是基本的動機仍然是吸引人的，在以後的幾年裏我幾次回到這個問題上，但總是在同一點上擋淺。在一些像是好的想法上遭受這一類重複的失敗當然是所有研究者共同的經歷。大多數這樣的想法，最後被放棄或擋置。但是有些思想被堅持下來，並且可能入了迷。偶然地，一種着了迷的思想確實得到好的結果。

隨着被發現的介子越來越多，所有種類的相互作用被考慮着^④，必須建立一個寫下相互作用的原則，這一點，對於我變得更加顯然。因此，在布魯克海文(Brookhaven)我再一次回到推廣規範不變性的想法上來。米爾斯與我在同一辦公室，他師從哥倫比亞的克勞爾(N. Kroll)並即將得到博士學位。我們研究了這個問題，最後產生了文章“同位旋守恒和同位旋規範不變性”。

我們也為1954年4月在華盛頓舉行的美國物理學會的會議寫了一個摘要，這就是文章“同位旋守恒和一個推廣的規範不變性”。這兩篇文章強調了不同的動機。

沒用多久，我們工作的正式樣子就出來了，實質上在1954年2月就完成了。但是我們發現，對於規範粒子的質量應當是什麼，我們不能下結論。我們試了試量綱論證，但對於一個純規範場，理論中沒有一個有質量量綱的量可以作為入手點，因此規範粒子是無質量的。但是我們很快地擯棄了這種推理的路線。

在二月下旬，奧本海默 (Oppenheimer) 邀請我回普林斯頓幾天，做一個關於我們工作的報告。泡利這一年在普林斯頓，他對於對稱性和相互作用有很深的興趣。(他曾用德文寫下一個關於一些思想的粗略提綱，並寄給了派斯 (A. Pais)。幾年之後戴遜 (F. J. Dyson) 將這個提綱譯成英文。這篇文章以這樣的註釋開頭“1953年7月22-25日寫，為了看一下它像是什麼。”文章的標題是“介子-核子相互作用和微分幾何。”) 我的報告剛開始，當我在黑板上寫下

$$(\partial_\mu - i\epsilon B_\mu)\psi,$$

泡利問，“ B_μ 這個場的質量是什麼？”我說我們不知道，然後繼續我的報告。但很快泡利又問相同的問題。我說了一些話，大意是這是一個很複雜的問題，我們曾研究過它，但沒有得到確定的結論。我仍然記得他的巧妙回答，“這不是一個充份的理由。”我嚇了一跳，幾分鐘的猶豫之後我決定坐下來，這造成了一個尷尬的場面。最後，奧本海默說，“我們應該讓富蘭克 (Frank. 楊振寧的非正式英文名—譯者註) 繼續下去。”然後，我繼續報告下去。在報告期間，泡利沒有再問任何問題。

我不記得報告結束時發生過什麼，但在第二天我收到內容如下的便條：

2月24日

親愛的楊：

我很遺憾，你使得我幾乎無法在你報告後與你談話。
良好的祝願。

謹呈
泡利

我去和泡利談話。他說我應當去查閱薛定諤的一篇文章，其中有類似的數學^⑤。回到布魯克海文後我查閱了這篇文章，並最後得到一份副本。這篇文章對引力場中的狄拉克電子的、依賴於空間-時間的、 γ_μ 矩陣的表示進行了討論。文章中的方程一方面與黎曼幾何中的方程有關，另一方面又與米爾斯和我正在研究的方程類似。在許多年之後我才懂得這是纖維叢上的聯絡的數學理論的不同情況（見〔74c〕“規範場的積分形式”一文的後記）。

回到布魯克海文，斯諾（G. Snow），斯騰海默（R.M. Sternheimer）和我對新近在核子-原子核散射中發現的極化現象有興趣，我們寫了文章〔54a〕“核子和原子核彈性散射”。然後，我回到規範場。米爾斯和我希望除去補充條件。我們試圖重複費米對電磁理論的做法，將縱場分離出來^⑥，這導致了很複雜的計算，我們沒能成功地實現我們的企圖。

我們應該發表規範場的文章嗎？在我們的思想中，這決不成爲一個問題，這是一個漂亮的思想，文章應當發表。然而，規範粒子的質量是什麼？我們沒有確定的結論。僅有的一些不成功的經驗表明，非阿貝爾情形比電磁作用更複雜。從物理上看，我們傾向於相信帶電的規範粒子不能是無質量的。在〔54c〕“同位旋守恒和同位旋規範不變性”最後一節中，我們傾向於這種觀點，然而沒有那麼清楚地說出來。這一節比前幾節都難寫。

泡利是第一位對我們的文章表示了強烈興趣的物理學家，這是不奇怪的，因爲他熟悉薛定諤的工作^⑦，他1953年7月22日—25日寫的，寄給派斯的文章的註釋表明他自己就試圖把相互作用與幾何聯繫起來。我常常想，如果他活到六十年代和七十年代，他會談論這一課題。

當我於1954年2月在普林斯頓見到奧本海默時，我覺得他和通常一樣。二個月之後我從紐約時報 (New York Times) 知道了他的困境。之後，我才知道，事實上當我在普林斯頓見到他時，他已在起草給原子能委員會尼科爾斯 (Nichols) 將軍的長信。

註釋

- (a) C.N. Yang and R.L. Mills, Phys. Rev. 95 631 (1954)
 - (b) C.N. Yang and R.L. Mills, Phys. Rev. 96 191 (1954)
 - (c) C.N. Yang Selected Papers 1945-1980 With Commentary, P. 19
- ① W. Pauli, Handbuch der Physik, 2nd. ed. (Geiger and Scheel, 1933) Vol. 24(1), P83; W. Pauli, Reviews of Modern Physics, 13, 203 (1941)
- ② H. Weyl, Ztschrift für Physik 56, 330 (1929) 也可閱Pauli, Handbuch der Physik, op. cit., P. 111, footnote
- ③ 規範不變是不貼切的名稱。見〔77e〕
- ④ 見, R.E Marshak, Meson Physics (紐約: McGraw-Hill, 1954)
- ⑤ E. Schrodinger, Sitzungsberichte der Preussischen (Akademie der Wissenschaften, 1932), P. 105
- ⑥ 見E. Fermi, Review of Modern Physics 4, 105 (1932)
- ⑦ Schrodinger, op. cit.
- * 〔77e〕即文章“磁單極。纖維叢和規範場”

(譯自楊振寧 Selected Papers 1945-1980 With Commentary, Freeman and Co. 1983. P. 19-)

薛定諤寫的“擴張的宇宙”^(56f)

這是一系列明瞭透徹的演講，其內容是在擴張的宇宙中的粒子和波的運動學。前面的二章對底西特空間和一般球形空間的幾何性質作了有趣的介紹。在這二章裏，對各種底西特空間的表示作了比較，還討論了短程線、零短程線的性質和光波紅移的含義。另外二章處理了這樣一個問題，這個問題在歷史上導致了波動力學的形成和發展：即幾何光學，波動光學和哈密頓-雅可比方程之間的關係，還檢驗了在擴張的宇宙中的波的傳播和沿短程線的路徑的概念。這一討論主要是根據作者1930年代發表的研究工作寫成的。

貫穿本書的特點是自始至終的、令人愉快的透徹明瞭，始終着重於幾何形象和它的從容不迫的風格。這種風格同現代堆積公式的趨勢形成了有趣的對比，人們不禁感到疑問，是否我們對物理學直觀的認識沒有受到現代所傾向的寫作風格的嚴重妨礙。

註：

本文是書評，原載“Science” 124, 370 (1956)