

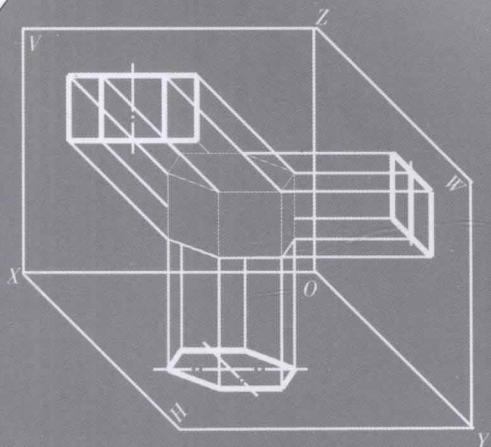


新世纪高等学校教材

LITIJIHE
ZHONG DE SANSHISA SAN

立体几何中的三视图

齐邦交 编 著

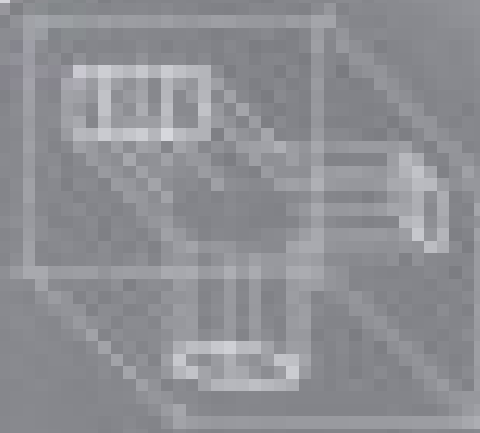


北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

教育部 2003 年颁布的《普通高中课程方案(实验)》

立体几何中的三视图

王 明 著



人民教育出版社

新世纪高等学校教材

中学数学新课程教师培训教材

立体几何中的三视图

LITIJHE ZHONG DE SANSHITU



北京师范大学出版集团

BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP

北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP) 数据

立体几何中的三视图/齐邦交编著. —北京: 北京师范大学出版社, 2011.2

ISBN 978-7-303-11957-8

I. ①立… II. ①齐… III. ①立体几何课—教学法—师范大学—教材②立体几何课—教学法—高中 IV. ① G633.632

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 249377 号

营 销 中 心 电 话	010-58802181 58808006
北师大出版社高等教育分社网	http://gaojiao.bnup.com.cn
电 子 信 箱	beishida168@126.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印 刷: 北京东方圣雅印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170 mm × 230 mm

印 张: 9

字 数: 160 千字

版 次: 2011 年 2 月第 1 版

印 次: 2011 年 2 月第 1 次印刷

定 价: 18.00 元

策划编辑: 范 林

责任编辑: 范 林 袁 梦

美术编辑: 毛 佳

装帧设计: 天泽润

责任校对: 李 茵

责任印制: 李 啸

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

序言

2000年,我国启动了新一轮基础教育课改工作。教育部于2000年6月组建课程方案和各学科课程标准研制组,2001年6月完成了基础教育课程改革纲要、义务教育课程方案和各学科课程标准的研制工作,并于2001年8月在42个国家级实验区开展义务教育新课程实验,2005年8月义务教育新课程实验在全国起始年级展开。普通高中新课程研制于2001年6月启动,2003年3月完成了普通高中课程方案和各学科课程标准的研制工作,2004年8月在4个省(区)开展普通高中新课程实验,至今已有29个省(市、区)进入普通高中新课程实验。本次基础教育课程改革是新中国成立以来基础教育领域进行的第八次课程改革,也是新中国成立以来我国教育领域改革力度最大、影响最为深远的一场变革。这种变革体现在课程功能、课程结构、课程内容、学习方式、评价方式、课程管理制度等方面。

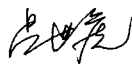
基础教育数学新课程(以下简称数学新课程)在课程功能、结构、内容、呈现方式上都发生了较大变化。在内容方面,新增加了一些内容,对一些原有的内容作了新的处理。几何是数学新课程中变化较大的内容之一。数学新课程中对几何课程功能的定位首先是培养学生的几何直观能力。几何直观能力是一种用图形思维的能力,也就是把握图形的能力、空间想象能力、几何洞察能力。从思维类型来看,它属于形象思维的范畴。基于这种定位,数学新课程中几何课程的结构也发生了变化,从原来单一的论证几何变为直观几何(实验几何)与论证几何并重。例如,义务教育阶段的几何加大了直观几何(实验几何)的比重,增加了图形的视图与投影的内容。要求会画基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)的三视图,会判断简单物体的三视图,能根据三视图描述基本几何体或实物。高中数学新课程中的几何也加大了直观几何(实验几何)的比重,在义务教育阶段的基础上也增加了视图的内容。数学2的立体几何初步部分要求会画简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆

锥、棱柱等简易组合)的三视图,能根据三视图识别其表示的立体模型,会使用材料制作出模型。可见,义务教育数学新课程和高中数学新课程中都新增了直观图、三视图的内容。实际上,直观图、三视图都是在二维平面上刻画空间物体的形状、特征的几何图形,由几何体或实物到直观图、三视图,再由直观图、三视图到几何体或实物,是一种典型的图形思维过程,因此,直观图、三视图的内容是培养学生几何直观能力的重要载体。

基础教育阶段的几何课程改革在国际范围内一直是有争议的,历次几何课程改革在几何课程内容的呈现方式上曾采用直观几何(实验几何)、论证几何或者直观几何(实验几何)与论证几何二者结合的形式。我国基础教育数学新课程在几何内容处理上采用直观几何(实验几何)与论证几何结合的方式,而且对直观几何(实验几何)给予了更多的关注。这种呈现方式与我国传统的几何课程以论证几何为主的呈现方式不同,一些数学教师对于这种呈现方式不习惯,尤其对于新增加的视图等内容感到陌生、难以把握。这与我国大学数学课程体系中缺少直观几何(实验几何)的内容有关。我国大学数学课程体系中,没有直观几何(实验几何)和体现几何应用的内容,像画法几何这样的课程只在工科专业开设。在数学教师培养方面,像视图等直观几何(实验几何)内容至今还没有作为数学教师教育课程的内容开设。这种状况不仅影响基础教育几何课程教育功能的实现,也对数学新课程的有效实施产生了一定影响。

齐邦交同志撰写的《立体几何中的三视图》一书,基于“数学课程标准”中对于直观图、视图的要求,系统地阐述了画图(直观图、三视图)和识图(三视图)的基本方法,同时对高考中的三视图问题作了分析和研究。该书的主要内容包括作图的基本知识、基本方法,基本几何体、简单组合体的直观图、三视图的画法,根据三视图想象出实物的形状,高考热点——三视图,等等。该书可作

为高等师范院校数学教师教育课程的教材,以弥补职前数学教师教育课程中缺少视图内容的不足,也可作为在职数学教师的培训教材和自修参考资料。相信对于该书内容的系统学习,有助于数学教师更好地理解 and 把握数学新课程中新增的视图内容,体验图形思维的过程,进而在数学教学中更好地培养学生的几何直观能力。



2010 年 10 月于西北师范大学

前言

众所周知,高等师范院校数学与应用数学专业的主要目标就是要培养合格的中学数学教师。前苏联著名教育家苏霍姆林斯基曾说过:“给学生一杯水,教师必须有一桶水。”因此,中学数学课程中所设置的每一内容,高等师范院校数学与应用数学专业就应开设与此相关的课程。

作者认真反复地学习了教育部 2003 年颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》(下称新课标)及普通高中课程标准实验教科书,发现其数学 2(必修)立体几何初步中设有直观图、三视图,而且要求学生能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等简易组合体)的三视图,并能识别上述三视图所表示的立体模型,会用斜二测法画出它们的直观图。作者进而通过实地拜访、电话联系等方式与一些高等师范院校数学与应用数学专业的教师、学生及中学数学教师进行了深入地探讨,又发现三视图已成为实施新课程的一些省、市的高考热点。而现在几乎所有的高等师范院校数学与应用数学专业都未开设过与三视图有关的课程。所有的高中数学教师也未曾学过有关三视图的课程,三视图教学已成为实施新课程的一些省、市数学教师教学的难点,普遍感到新课标对三视图虽然要求不高,但不好讲,讲不清楚。

其实,三视图有着悠久的历史。关于三视图,前人已有图文并茂、通俗易懂的著述。怎样画三视图,怎样看三视图以及由三视图画出其直观图等都有其基本的方法。图线的粗细、尺寸标注也都有一定的规定。

可见,让现在的高中数学教师或即将成为高中数学教师的高等师范院校数学与应用数学专业的学生较为系统地学习有关三

视图的知识是必需的,也是急需的,更是可行的。

为此,作者根据新课标,以“一桶水”为度,结合自己多年学习与教学积累的经验和资料,编写成《立体几何中的三视图》一书,以解燃眉之急。

全书共 11 讲,系统的讲述了直观图、三视图。内容包括作图的基本知识、常用的几何作图方法、基本几何体及其直观图的作法、正投影及三视图、点线面的投影、基本几何体的三视图、物体的表面交线、简单组合体三视图的画法、怎样由视图想象出其实物的形状、徒手画图、高考热点——三视图。

本书取材适中,注重观察能力、形象思维能力和空间想象能力的培养,突出方法,结构紧凑,表述清楚,易教易学。

本书可作为高等师范院校数学与应用数学专业教材及中学数学新课程教师培训教材,也可作为中学数学教师教学参考用书。对几何爱好者来讲,也同样是一本有益的读物。

建议教学时数,安排一学期,以 18 周计,共 36 课时。

虽然作者反复学习,大量调查,尽心写作,多次仔细校对,但限于作者水平,加之此前我国高等师范院校数学与应用数学专业没有三视图的教材可供借鉴。因此,不妥之处在所难免,恳请同仁和读者批评指正。作者的电子邮箱是:qibangjiao@163.com。

在本书写作过程中,西北师范大学研究生导师王仲春教授给予了很大的鼓励和支持。国家数学课程标准研制组核心成员、全国高师数学教育研究会副秘书长、西北师范大学教师培训学院副院长、博士生导师吕世虎教授在百忙之中审阅了全书,提出了许多宝贵的修改建议和意见,使本书增色不少。本书写作过程中,还

得到天水师范学院数学与统计学院院长、研究生导师何万生教授的指导,特别是他怀着支持中学数学课程改革的极大热情和高等师范院校数学与应用数学专业健康发展的愿望,对本书的出版给予了很大的帮助。同时,本书的出版得到了北京师范大学出版社的大力支持。在此作者一并表示衷心的感谢!

齐邦交
2010年8月

目 录

第 1 讲 作图的基本知识	(1)
1.1 画图工具及其使用	(1)
1.2 图的比例	(2)
1.3 图线	(3)
1.4 图的尺寸标注	(4)
第 2 讲 常用的几何作图方法	(8)
2.1 线段的垂直平分线	(8)
2.2 常用等分方法	(8)
2.3 圆弧连接	(13)
2.4 作圆弧的切线	(17)
2.5 椭圆的近似画法——四心法	(18)
2.6 平面图形的画法	(19)
第 3 讲 基本几何体及其直观图的作法	(22)
3.1 基本几何体	(22)
3.2 基本几何体直观图的画法	(25)
第 4 讲 正投影及三视图	(38)
4.1 正投影	(38)
4.2 三视图	(39)

第 5 讲	点、直线段、平面形的投影	(45)
5.1	点的投影	(45)
5.2	直线段的投影	(49)
5.3	平面形的投影	(51)
第 6 讲	基本几何体的三视图	(54)
6.1	平面体的三视图	(54)
6.2	曲面体的三视图	(60)
6.3	基本几何体视图上的尺寸标注	(66)
第 7 讲	物体的表面交线	(68)
7.1	截交线及其画法	(68)
7.2	平面体的截交线	(69)
7.3	曲面体的截交线	(72)
7.4	相贯线及其画法	(79)
第 8 讲	简单组合体三视图的画法	(83)
8.1	组合体的组合形式	(83)
8.2	画简单组合体三视图的方法和步骤	(85)
第 9 讲	怎样由三视图想象出其实物的形状	(91)
9.1	看图的基本要领	(91)
9.2	看图的方法和步骤	(93)
9.3	补视图与补缺线	(98)
9.4	由三视图画直观图	(101)
9.5	直观图尺寸标注举例	(105)

第 10 讲 徒手画图	(106)
10.1 徒手画图的基本方法	(106)
10.2 水平放置的平面图形的直观图画法	(108)
10.3 组合体直观图画法举例	(111)
第 11 讲 高考热点——三视图	(114)
11.1 高考三视图试题题型及内容分析	(114)
11.2 高考三视图试题特征分析	(115)
11.3 教科书、高考试题、参考资料中关于三视图存在的几个问题 ...	(116)
11.4 对高中数学教学和高考命题中三视图内容的建议	(117)
附录 1 《普通高中数学课程标准(实验)》立体几何初步(选)	(120)
附录 2 2007~2010 年高考数学三视图试题(选)	(122)
附录 2.1 由几何体判断或画出其三视图	(122)
附录 2.2 由三视图想象出其几何体	(123)
附录 2.3 线段的投影	(129)
主要参考文献	(130)

第1讲 作图的基本知识

图形,一般是由直线和曲线按一定的几何关系构成的。作图时,需利用作图工具,按图形的几何关系顺序画。为了迅速、正确地画出表达物体形状和大小的平面图,必须学会运用画图工具进行几何作图,并掌握比例、图线、尺寸标注等基本知识。

1.1 画图工具及其使用

这里介绍几种常用的画图工具及其使用方法。

一、三角板

一副三角板有两块,都是直角三角形,其中一块为 45° ,另一块为 $30^\circ(60^\circ)$ 。用任意一块三角板,可画直线或量尺寸。特别地,当一直角边与画图纸的左边重合时,沿另一直角边可画出水平直线。

两块三角板配合使用,可画出已知直线的平行线和垂直线,如图1.1所示。

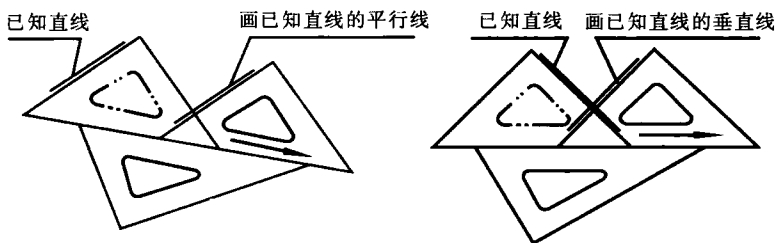


图 1.1

还能画出倾斜角为 $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 15^\circ, 75^\circ$ 等各种角度的斜线,如图1.2所示。

二、圆规和分规

1. 圆规 圆规是画圆和圆弧的工具。圆规的一支腿上装插针,另一支腿上装

铅芯。使用时,应使插针、笔尖都与纸面大致保持垂直,如图 1.3 所示。

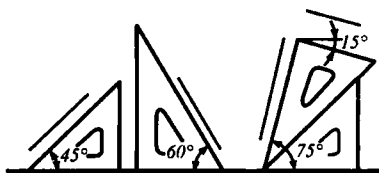


图 1.2

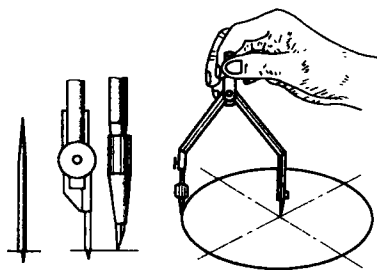


图 1.3

2.分规 分规是等分线段、量取尺寸的工具。分规两腿并拢时,两针尖应对齐。其使用方法如图 1.4 所示。

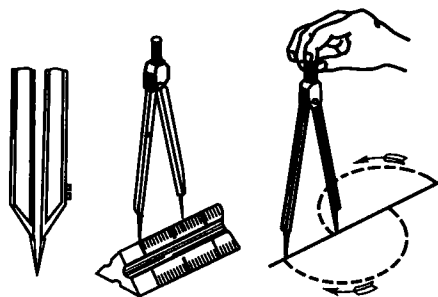


图 1.4

三、笔

铅笔 铅笔铅芯的硬度用 B, H 符号表示, B 前数字越大表示铅芯越软, H 前数字越大表示铅芯越硬, HB 笔铅芯硬度适中。画图时,一般采用 H, 2H 画细实线、虚线、细点画线,打底稿;用 HB, B, 2B 加深粗实线;用 HB 写字、注尺寸。铅笔应从没有标号的一端开始使用,以保留铅笔的硬度符号。

中性笔 也可用来练习画图,目前中性笔的粗细有 0.25 mm, 0.35 mm, 0.5 mm, 0.7 mm。画图时,采用最细的(如 0.25 mm)打底稿,然后用较粗的(如 0.35 mm)加粗细线、虚线、点画线,用 0.7 mm 的加粗粗实线。

1.2 图的比例

图形与物体的相应尺寸之比称为比例。

画图时,尽可能按物体的实际尺寸画。当物体的实际尺寸较大或较小时,可按比例缩小或放大后再画。注意,表示同一物体的各个图应采用相同的比例。

当图的尺寸与物体的实际尺寸一致时,不需标注比例。否则,应在图的下方标注比例,如 2:1。

1.3 图线

画图时,一般用粗细两种宽度的图线,其宽度比例为:粗线:细线=2:1。常用的几种图线的名称、线型及应用,如表 1.1 所示。

一、图线的种类及应用

表 1.1 图线及其应用

图线名称	图线型式	图线宽度	应用
粗实线		d	可见轮廓线
虚线		$\frac{d}{2}$	不可见轮廓线
细实线		$\frac{d}{2}$ 或更细	尺寸线、尺寸界线
细点画线		$\frac{d}{2}$ 或更细	轴线,对称中心线

其中 d 可在 0.5~2 mm 之间选择,练习时,一般用 0.7 mm;虚线的间隔为 1 mm,每段的长为 2~6 mm;细点画线的间隔(包括点)约 3 mm,每段的长为 15~30 mm。

二、图线的画法

1. 在同一张图中,同类图线的宽度应基本一致。虚线、细点画线的线段长度和间隔应各自大致相等,其长度凭目力控制,不要太长或太短。

2. 虚线、点画线的相交处应是线段,而不应是点或间隔处,如图 1.5 所示。

3. 虚线在粗实线的延长线上时,虚线应留出间隙,如图 1.5 所示。

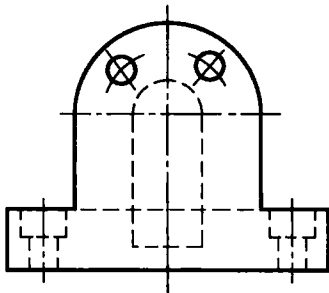


图 1.5

4. 细点画线伸出图形轮廓的长度一般为 2~3 mm, 如图 1.5 所示。

5. 图线重叠时, 应根据粗实线、虚线、细实线、细点画线的顺序, 按照画前一种图线的原则进行。

6. 画圆的对称中心线时, 圆心应为线段的交点。当圆的直径较小时, 比如小于 12 mm, 其中心线可画成细实线。

1.4 图的尺寸标注

图形只能表示物体的形状, 而其大小及组成物体的各部分的相互位置关系, 还须用标注尺寸来表达。因此, 图的尺寸标注十分重要。标注尺寸时, 应做到正确、齐全、清晰、合理。

一、基本原则

1. 图形上所注尺寸应为物体的真实大小尺寸, 与图形的大小及画图的准确度无关。

2. 图形上的尺寸, 以 mm(毫米) 为单位时, 不需标注其计量单位的名称或符号。若采用其他单位, 则须注明相应的计量单位的名称或符号。

3. 图形上的每一尺寸, 一般只标一次, 并应标注在反映结构最清晰的图形上。

二、标注尺寸的三要素

一个完整的尺寸应该包括尺寸界线、尺寸线和尺寸数字三个基本要素, 如图 1.6 所示。

1. 尺寸界线的画法

尺寸界线表示所标注尺寸的起止范围。尺寸界线用细实线画, 一般应由图形轮廓线、轴线或对称中心线处引出, 其末端一般超出尺寸线终端 2~3 mm。也可直接用图形轮廓线、轴线或对称中心线做尺寸界线。如图 1.6 所示。

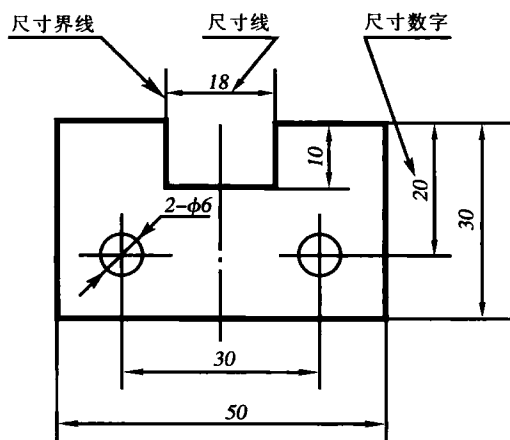


图 1.6