

高等学校试用教材

电 磁 场

(电工原理Ⅱ)

冯慈璋 主编

人民教育出版社

高等学校试用教材

电 磁 场

(电工原理 II)

冯慈璋 主编

人 民 教 育 出 版 社

本书根据一九七七年十一月高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议通过的《电磁场(电工原理Ⅱ)》编写大纲写成。

邱关源主编的《电路(电工原理I)》与本书系上下篇。

全书共分九章,即静电场,恒定电场,恒定磁场,边值问题,时变场,平面电磁波波导,均匀传输线中的导行电磁波,等离子体中的电磁场,运动系统中的电磁场。

本书由哈尔滨工业大学主审,并经一九七八年十一月重庆审稿会议审查通过,作为试用教材,供高等工业学校电力类专业通用,兼顾电子类专业的需要。也可供一般电气、无线电和自动控制等方面工程技术人员参考。

本书责任编辑杨陵康。

高等学校试用教材

电 磁 场

(电工原理Ⅱ)

冯慈璋 主编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张 18 字数 435,000

1979年4月第1版 1979年12月第1次印刷

印数 00,001—63,000

书号 15012·0154 定价 1.45 元

目 录

序 言	1
第一章 静电场	3
§ 1-1 电场强度	3
§ 1-2 电位及其梯度	13
§ 1-3 高斯通量定理	23
§ 1-4 静电场的基本方程·分界面上的边界条件	31
§ 1-5 泊松方程和拉普拉斯方程	38
§ 1-6 电轴法	49
§ 1-7 镜象法	56
§ 1-8 部分电容	65
§ 1-9 电场能量	74
§ 1-10 电场力	81
习题	87
第二章 恒定电场	93
§ 2-1 电流与电流密度	93
§ 2-2 导电媒质中恒定电场的基本方程	97
§ 2-3 分界面上的边界条件	102
§ 2-4 恒定电场与静电场的比拟	106
§ 2-5 电导与部分电导	108
§ 2-6 接地电阻	112
§ 2-7 能量与功率	117
习题	119
第三章 恒定磁场	121
§ 3-1 磁感应强度·磁通	121
§ 3-2 安培环路定律	131
§ 3-3 恒定磁场的基本方程·分界面上的边界条件	137
§ 3-4 标量磁位	140
§ 3-5 向量磁位	147
§ 3-6 镜象法	153
§ 3-7 电感	156

§ 3-8 磁场能量	168
§ 3-9 磁场力	175
习题	182
第四章 边值问题	185
§ 4-1 概述	185
§ 4-2 分离变量法	189
§ 4-3 复位函数法	198
§ 4-4 保角变换法	210
§ 4-5 网格法	215
§ 4-6 有限元法	240
§ 4-7 图解法	269
§ 4-8 场的实验研究	274
习题	288
第五章 时变场	293
§ 5-1 电磁感应定律	293
§ 5-2 全电流定律	296
§ 5-3 电磁场的基本方程	300
§ 5-4 坡印亭定理和坡印亭向量	309
§ 5-5 电磁场方程和坡印亭向量的复数形式	314
§ 5-6 动态位	318
§ 5-7 达朗贝尔方程的解答	321
§ 5-8 辐射	328
习题	338
第六章 平面电磁波·波导	340
§ 6-1 理想介质中的均匀平面波	340
§ 6-2 导电媒质中的均匀平面波	352
§ 6-3 薄平板中的涡流	360
§ 6-4 集肤效应·邻近效应·电磁屏蔽	365
§ 6-5 线性极化波的正入射·驻波	367
§ 6-6 平行导板间的电磁波	372
§ 6-7 矩形波导和谐振腔	379
§ 6-8 光波导	384
习题	386
第七章 均匀传输线中的导行电磁波	389

§ 7-1	均匀传输线的基本方程	389
§ 7-2	均匀传输线基本方程的正弦稳态解	399
§ 7-3	均匀传输线的副参数	402
§ 7-4	接有不同负载时的均匀传输线	407
§ 7-5	均匀传输线の入端阻抗	415
§ 7-6	均匀传输线中电压、电流的计算	421
§ 7-7	均匀传输线的等值电路	427
§ 7-8	传输线中电压、电流波和空间平面波的相似	431
§ 7-9	传输线中的过渡过程	435
§ 7-10	无损耗线的过渡过程	441
§ 7-11	波的多次反射	446
§ 7-12	电磁场方程与电路定律	449
习题		456
第八章 等离子体中的电磁场		460
§ 8-1	引言	460
§ 8-2	电场、磁场中的带电粒子	461
§ 8-3	等离子体的一些物理性质	469
§ 8-4	等离子体的等效参数	478
§ 8-5	等离子体中电磁波的传播	483
§ 8-6	法拉第旋转	491
习题		495
第九章 运动系统的电磁场		498
§ 9-1	相对性原理与洛伦兹变换	498
§ 9-2	速度与力的变换	509
§ 9-3	电流密度与电荷密度的变换	512
§ 9-4	相对论中电场与磁场的变换关系	518
§ 9-5	电磁场方程的四维形式	525
习题		535
附录一 坐标制		537
附录二 向量分析		538
附录三 复位函数示例		549
附录四 电磁单位制		551
习题答案		556

序 言

本书根据一九七七年十一月高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议通过的《电磁场(电工原理Ⅱ)》编写大纲写成。

邱关源主编的《电路(电工原理Ⅰ)》与本书系上下篇。这样的定名是考虑到当前多数学校仍把“电路”与“电磁场”合为一门电工原理课程的实际情况。

“电磁场”是工科电类专业的一门理论性较强的基础技术课,它的任务是阐明电磁场的基本概念、基本规律和基本的分析计算方法。编写中,既重视基础理论,也注意适应现代科学技术发展的需要。

全书共九章。第一、二、三章分别系统地阐述静电场、恒定电场和恒定磁场的基本规律和性质。对于与物理电磁学衔接的部分,既保持理论体系的完整,同时尽量避免不必要的重复。第四章介绍位场的各种分析计算法,除了传统内容如分离变量法、保角变换法以及位场的模拟外,还详细阐述了网格法,并介绍了应用日益广泛的有限元法,以适应当前科技领域中由于计算技术的发展而引起的变化。第五章介绍时变电磁场的基本理论。第六章讨论平面电磁波及波导。第七章介绍均匀传输线中的导行电磁波,从电磁场方程组出发讨论二线传输线的电磁现象,并归结为分布参数电路。这部分内容放在电磁场中,就电工原理的教学传统来说,也是一种尝试;是否合适,有待于实践的检验。最后两章(第八章:等离子体中的电磁场,第九章:运动系统中的电磁场)是在我国电工原理教材中初次引入的内容。书中各章都附有习题。书末有附录,供参考。

本书是按六十个学时的讲授时数为参考编写的。考虑到各类学校及专业的不同情况，编写时适当增添了些内容与份量，以利选用。

对于本书的使用，编者有后列几点看法。一、第七章的内容可以移到电路部分去讲授，并不影响本书的连贯性。二、第八、九两章，对于扩展学生的知识面，使他们对电磁场有较完整的概念是有益的，也是加强基础理论所需要的，但与前面七章相比，要求应有所不同，也可以作为参考内容。三、数值计算法的处理，与算法语言等课程有一定联系，可以根据各方面条件，灵活掌握。四、其余各章，虽多属传统的基本内容，但可以结合专业情况及其它具体情况决定取舍，不宜强求一律。

参加本书编写工作的有冯慈璋、盛剑霓、江慰德、倪光正四同志，由冯慈璋主编。编写中，汲取了西安交通大学电工原理教研室的教学经验，教研室的同志们多次讨论书稿，并对本书的编写从精神和物质两方面都给予很大的帮助和支持。编者认为，本书是西安交大电工原理教研室的集体成果。

本书承哈尔滨工业大学周长源、马国强、刘润同志初审，并经一九七八年十一月重庆审稿会议通过。参加会议的有上海交通大学、北京工业大学、吉林电力学院、成都工学院、南京工学院、河北工学院、河北电力学院、重庆大学、哈尔滨工业大学、浙江大学、西安交通大学以及其它九所高等学校的代表。主审单位(哈工大)及与会代表们对书稿都提出很多宝贵意见，编者在此谨致以深切的谢意。

限于我们的水平，书中不妥和错误之处可能不少，衷心欢迎使用本书的师生和其它读者批评指正。

编 者

一九七九年一月 于西安交大

第一章 静 电 场

内 容 提 要

本章首先介绍静电场中最主要的场量——电场强度向量和标量电位，并讨论如何根据已知的电荷分布应用迭加原理计算静电场。对于电介质中的电场，用极化电荷考虑其附加作用，从而引入极化强度向量。在研究不均匀介质中电场强度向量闭合面积分的基础上，引入电位移向量，并得到高斯通量定理 $\left(\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q\right)$ ，它与静电场无旋特性 $\left(\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0\right)$ 一起，构成静电场的基本方程。

应用积分形式的基本方程，导得不同介质分界面上的边界条件。应用微分形式的基本方程 $(\nabla \times \mathbf{E} = 0)$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ 导得泊松方程 $(\nabla^2 \varphi = -\rho/\epsilon)$ 和拉普拉斯方程 $(\nabla^2 \varphi = 0)$ 。静电场问题都可归结为求解这两个方程。

在唯一性定理的基础上，介绍两种间接解法——电轴法与镜象法。

本章把电容概念扩充到多导体系统而引入部分电容。从场的角度，讨论了电场能量，电场能量密度及它们的计算式。最后，重点讨论应用虚位移法求电场力并导得计算式。

§ 1-1 电 场 强 度

1) 电荷的周围存在着一种特殊形式的物质，称为电场。

相对于观察者为静止的、且其电量不随时间而变的电荷的电场,即为静电场。

电场的表现是对于引入场中的静止电荷有力相作用。人们通常就利用这一表现来探索电场的存在,确定电场的特性。也就是说,电场的性质,可以通过另一带电体在场中各点所受作用力的情况来确定。我们把这种带电体称为试体,并用 q_i 表示它的电荷。为了使被研究的电场尽量少受到由于试体的引入而产生的影响,要求试体的几何尺寸很小,同时它所带的电量也必须相当少。也就是说试体是一个电量很少的点电荷。

表征电场特性的基本场向量是电场强度,我们用符号 E 表示之。它被定义为

$$E(x, y, z) = \lim_{q_i \rightarrow 0} \frac{f(x, y, z)}{q_i} \quad (1-1)$$

式中的 $f(x, y, z)$ 表示试体 q_i 在点 (x, y, z) 所受的力。显然,向量 $E(x, y, z)$ 仅与该点的电场有关而与试体的电荷无关。通常把电场强度简称为场强。

2) 在无限大真空中,两个点电荷 q_1 和 q_2 之间的作用力,可由库仑定律确定。例如 q_2 所受到(q_1 对它)的力,在国际单位制(简称国际制,代号为 SI)中,可表示成

$$f_{21} = \frac{q_2 q_1}{4\pi \epsilon_0 r^2} r_{12}^0 \quad (1-2)$$

同理, q_1 所受到(q_2 对它)的力为

$$f_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2} r_{21}^0 \quad (1-3)$$

上面两式中, r 是两电荷间的距离, r_{12}^0 和 r_{21}^0 都是单位向量,且 $r_{12}^0 = -r_{21}^0$, 即前者由 q_1 指向 q_2 , 后者由 q_2 指向 q_1 , 如图 1-1 所示。 ϵ_0 是真空的介电常数,在国际制中,其值为 $10^{-9}/36\pi = 8.85 \times 10^{-12}$ 法拉/米(F/m)。

如果把两个点电荷 q_2 和 q_1 置于无限大均匀介质中, 则它们所受之力分别为

$$f_{21} = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon r^2} r_{12}^0 \quad (1-4)$$

和
$$f_{12} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2} r_{21}^0 \quad (1-5)$$

式中的 ϵ 是介质的介电常数, 它和真空的介电常数的关系是

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad (1-6)$$

ϵ_r 称为相对介电常数, 是一个纯数。对于空气, $\epsilon_r = 1$ 。

在库仑定律的表达式中, 电荷的单位用库仑(C), 距离的单位用米(m), 力的单位用牛顿(N)。

在线性介质 (即其介电常数不随电场强度而变的电介质) 中, 如有多个点电荷, 则某一个点电荷 (例如 q_0) 所受到的其它点电荷对它的作用力, 等于这些电荷各别地作用于该点电荷的力的向量和 [即合力 (例如 f_0), 如图 1-2 所示]。也就是说, 在线性介质中, 可以应用叠加原理。

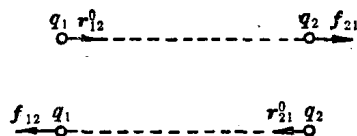


图 1-1

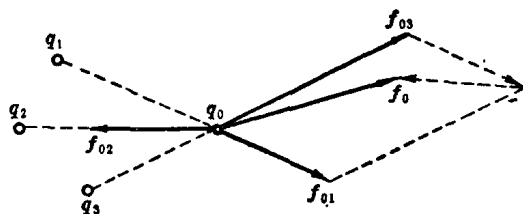


图 1-2

3) 这里来说明以后要采用的记法。在场的问题中, 必须经常地同时考虑两类点。一类是表明场源所在的点, 简称源点, 我们记之为 (x', y', z') ; 另一类是需要确定场量的点, 简称场点, 我们记

之为 (x, y, z) 。这样区分清楚，将有助于对问题的分析和计算。另外，我们规定用 $\mathbf{R}'$ 表示从坐标原点到源点的向量，用 $\mathbf{R}$ 表示由坐标原点到

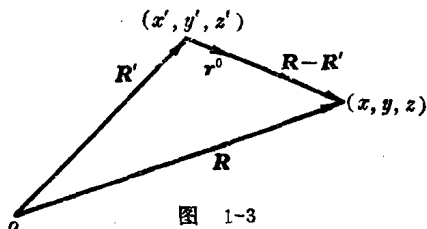


图 1-3

场点的向量，因此向量差 $\mathbf{R} - \mathbf{R}'$ 就表示由源点到场点的向量(见图 1-3)。为了简便，我们用小写字母 r 表示向量 $\mathbf{R} - \mathbf{R}'$ 的量值，同时用 $\mathbf{r}^0$ 表示 $\mathbf{R} - \mathbf{R}'$ 方向的单位向量；这样，可得关系式

$$r = |\mathbf{R} - \mathbf{R}'| = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{1/2}$$

$$\mathbf{r}^0 = \frac{\mathbf{R} - \mathbf{R}'}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}$$

如有多个源点，我们把从坐标原点到第 k 个源点 (x'_k, y'_k, z'_k) 的距离向量用 $\mathbf{R}'_k$ 表示，且令 $\mathbf{r}_k = \mathbf{R} - \mathbf{R}'_k$ 和 $\mathbf{r}^0_k = (\mathbf{R} - \mathbf{R}'_k) / |\mathbf{R} - \mathbf{R}'_k|$ 。例如有点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_k, \dots, q_n$ 分别位于 $(x'_1, y'_1, z'_1), (x'_2, y'_2, z'_2), \dots, (x'_k, y'_k, z'_k), \dots, (x'_n, y'_n, z'_n)$ ，则它们对位于 (x, y, z) 处的电荷 q_0 的作用力，可表示成

$$\mathbf{f}_0 = \frac{q_0}{4\pi\epsilon} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'_k|^2} \cdot \frac{\mathbf{R} - \mathbf{R}'_k}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'_k|} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \mathbf{r}^0_k \quad (1-7)$$

4) 根据电场强度的定义和库仑定律，可以求得位于无限大真空中 (x', y', z') 处的点电荷 q 在 (x, y, z) 点所产生的电场强度

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^2} \cdot \frac{\mathbf{R} - \mathbf{R}'}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}^0 \quad (1-8)$$

如点电荷 q 不是在真空中，而是在无限大均匀电介质(介电常数为 ϵ)中，则它所产生的电场强度应为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \mathbf{r}^0 \quad (1-9)$$

上两式中， r 是源点到场点的距离， $\mathbf{r}^0$ 是由源点指向场点的单位向

量(见图 1-4)。

前面已经提到,在线性介质中,一个点电荷所受其它点电荷的作用力可以应用迭加原理求得。据此,多个点电荷在无限大均匀介质中所产生的电场强度应等于各个点电荷各自在该点产生的电场强度之向量和,也就是说可以应用迭加原理。这样,我们可把 n 个点电荷在无限大真空和在无限大均匀电介质中一点 (x, y, z) 所产生的电场强度分别表示成

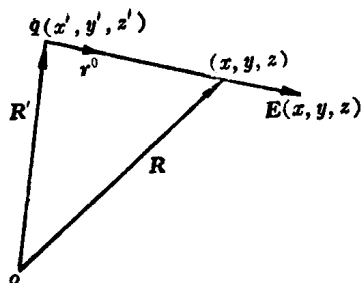


图 1-4

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \mathbf{r}_k^0 \quad (1-10)$$

和
$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{r_k^2} \mathbf{r}_k^0 \quad (1-11)$$

式中 r_k 是点电荷 q_k 与场点 (x, y, z) 的距离, $\mathbf{r}_k^0$ 是由 q_k 所在点 (x'_k, y'_k, z'_k) 指向场点的单位向量。

由式(1-8)可以推导出国际制中电场强度的单位是

$$[E] = \frac{\text{库}}{(\text{法拉/米}) \cdot \text{米}^2} = \frac{\text{库}}{\text{法拉} \cdot \text{米}} = \frac{\text{伏 (V)}}{\text{米 (m)}}$$

5) 根据物质结构理论,我们知道电荷的分布,实际上是不连续的。可是当我们考察电的宏观现象时,可以不考虑电的粒子结构而把电荷看成是连续分布的。这样就可以引入电荷密度的概念。

当电荷作体分布(即分布在一定体积内)时,我们定义其体密度

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \quad (\text{库/米}^3)$$

当电荷分布在厚度可以忽略的面积上时,我们定义其面密度

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad (\text{库/米}^2)$$

当电荷分布在面积可以忽略的线形区域内时, 我们定义其线密度

$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad (\text{库/米})$$

计算电场时, 对于任何电荷分布, 可以把它们分成许多元电荷 dq , 而把每一元电荷看成点电荷。因此, 根据式(1-9), 在无限大均匀介质中, 元电荷 dq 在离它 r 远处所产生的元场强为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon r^2} \mathbf{r}^0$$

应用迭加原理, 全部电荷在该点所产生的电场强度即为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{dq}{r^2} \mathbf{r}^0 \quad (1-12)$$

这是给定电荷分布求电场强度的一般公式。式中的 dq 随电荷作体分布、面分布或线分布可分别表示成 ρdV , σdS 或 τdl 。因此式(1-12)应相应分别写成

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(x', y', z')}{r^2} dV \mathbf{r}^0 \quad (1-13)$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\sigma(x', y', z')}{r^2} dS \mathbf{r}^0 \quad (1-14)$$

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_l \frac{\tau(x', y', z')}{r^2} dl \mathbf{r}^0 \quad (1-15)$$

例 1-1 图 1-5 示真空中一长度为 $2L$ 的均匀带电直线, 电荷的线密度为 τ , 试决定场中任意点 P 的电场强度。

解 对于这一电场, 如采用圆柱坐标, 则场强 $\mathbf{E}$ 将与 α 无关。从图可以看出:

$$R = r \csc \theta$$

$$l = z - r \cot \theta$$

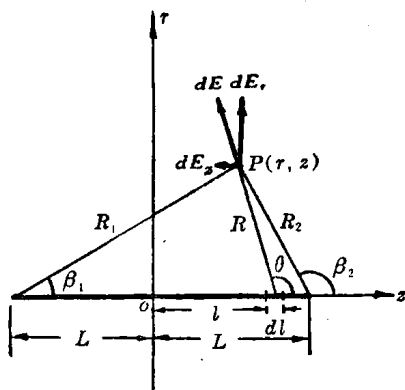


图 1-5

从而

$$dl = r \csc^2 \theta d\theta$$

元电荷 $dq (= \tau dl)$ 在场点 $P(r, z)$ 产生的电场强度

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\tau r \csc^2 \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2 \csc^2 \theta} = \frac{\tau d\theta}{4\pi\epsilon_0 r}$$

它的两个分量:

$$dE_z = dE \cos \theta = \frac{\tau \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$dE_r = dE \sin \theta = \frac{\tau \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r}$$

分别积分之, 可得

$$E_z = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 r} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (1-16)$$

$$E_r = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 r} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \quad (1-17)$$

如果是无限长带电直线, 即 $L \rightarrow \infty$, 这时 $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \pi$ 。由式 (1-16) 和 (1-17) 即得 $E_z = 0$

$$E = E_r = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (1-18)$$

6) 根据导电性能, 我们可以把物体分成两大类, 一类是导体

(包括半导体)，另一类是电介质。现在简要地说明这两类物体在静电场中的表现。

静电场中的导体，必须满足静电平衡条件。就是说，不论导体是否带电，或是否受外电场的作用，它的内部或表面上任何部分都没有宏观的电荷运动，根据上述条件并考虑到导体具有自由电子的特点，可以推知：在静电场中，导体内部不能存在电场，导体内任何一点的电场强度一定等于零；它表面上任何一点的电场强度方向一定垂直于导体表面。

电介质的特征是它所含的自由带电粒子数量极其微小。实际上它的带电粒子是被原子内在力、分子内在力或分子间的力紧密束缚着，因此这些粒子的电荷叫做束缚电荷。即使在外电场作用下，这些电荷也只能在微观范围内移动。在静电平衡条件下，电介质内部可以长期地存在电场，这是电介质和导体在静电场中的基本区别。

在研究有电介质存在的电场时，常用到电偶极子这一概念。电偶极子是指相距很近的两个符号相反而量值相等的电荷。电偶极子在它的周围要产生电场，另一方面，它在外电场中也要受到力的作用。根据电偶极子的上述涵义，可以认为：由场点到电偶极子中心的距离比起两电荷间的距离来要大得多，同时在电偶极子所在范围内如有外电场，可看成是均匀的。电偶极子的特性可用它的电偶极矩（简称电矩） $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ 表示。这里的 q 是每个电荷的电量， $\mathbf{d}$ 的量值等于两电荷间的距离，其方向规定由负电荷指向正电荷。

电介质的分子可分两类，一类是无极分子（分子内所有正电荷的作用中心和负电荷的作用中心相重合），一类是有极分子（分子内所有正电荷的作用中心和负电荷的作用中心不相重合）。在正常情况下，无论它的分子属哪一种，就一部分体积来看，它们分子的

等效偶极子电矩的向量和都为零。在外电场作用下,无极分子的正负电荷作用中心发生相对位移,有极分子的电矩发生转向,这时,它们的等效偶极子电矩的向量和便不等于零,这样的情况我们称为电介质的极化。极化的程度,可用电极化强度向量 $\mathbf{P}$ 表示。并定义电极化强度为每单位体积内的电偶极矩,即

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \mathbf{p}}{\Delta V} \quad (1-19)$$

显然,在国际制中电极化强度的单位是库仑/米²。

从式(1-19)出发,可以推得电极化强度的另一涵义,即 $\mathbf{P}$ 的量值等于介质极化过程中,在垂直于电场强度方向上每单位面积通过的正束缚电荷的电量。写成式子为

$$P = \frac{dQ'}{dS} \quad (1-20)$$

式中 dQ' 表示通过 dS 面的正束缚电荷的电量。下面以电介质中无极分子的位移极化为例来推导。

置电介质于两平行的带电金属板间均匀电场内。极化过程中,电介质分子内的正电荷要向带负电的金属板移动,设其平均位移为 x ; 同时电介质分子内的负电荷要向带正电的金属板移动,设其平均位移为 $(d-x)$, 这里的 d 是电介质极化后每个分子的正负电荷间的距离。在图 1-6 中,粗虚线表示垂直于场强方向的 S 面的截迹。极化过程中,原来在体积 $[xS]$ 内的所有正电荷将顺着电场方向穿过 S 面,原来在体积 $[(d-x)S]$ 内的全部负电荷将逆着电场方向穿过 S 面。如以 q_0 表示一个偶极子的正电量, n 表示单位体积内的偶极子数,则在极化过程中,顺着 E 的方向穿过 S 面的正电量为 $[q_0 n x S]$, 沿相反方向穿过 S 面的负电量

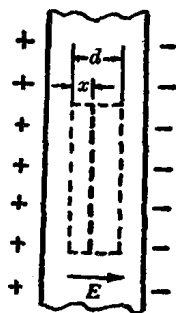


图 1-6