



高等院校工程力学基础教材

谭文锋 徐耀玲 主 编

工程力学 II  
材料力学  
简明教程



科学出版社

高等院校工程力学基础教材  
工程力学Ⅱ

---

# 材料力学简明教程

谭文锋 徐耀玲 主编

杜国君 主审

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书根据教育部“高等工业院校材料力学课程教学基本要求”编写。全书内容共分 10 章，主要内容包括绪论、轴向拉伸与压缩、剪切与扭转、平面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态理论和强度理论、组合变形和压杆稳定等。书中附有一定数量的习题及参考答案，以便读者学习。

本书可作为高等院校工科专业材料力学课程（中、少学时）的教学用书，也可供其他专业选用或有关工程技术人员参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学简明教程/谭文锋, 徐耀玲主编. —北京: 科学出版社, 2011

高等院校工程力学基础教程·工程力学·2

ISBN 978-7-03-030869-6

I. ①材… II. ①谭… ②徐… III. ①材料力学—高等学校—教材  
IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 072877 号

责任编辑: 童安齐 芦 瑶/责任校对: 耿耘

责任印制: 吕春珉/封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\* 2011年5月第一 版 开本: B5(720×1000)

2011年5月第一次印刷 印张: 12 1/4

印数: 1~3 000 字数: 235 620

定价: 25.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<路通>)

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026 (BA08)

**版权所有, 侵权必究**

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

## 前　　言

本书根据教育部“高等工业院校材料力学课程教学基本要求”，并结合多年教学实践经验编写。本书适用于高等工科院校中开设中、少学时“材料力学”课程的相关专业教学，并可供有关工程技术人员参考。

本书在内容及编排上，遵从由浅入深、循序渐进的原则，力求结构严谨、重点突出、简明易学。书中编入一定数量的例题和习题，供读者学习选用，从而巩固对基本内容的理解，加强基本方法的训练。

参加本书编写的有：谭文锋（第1章、第2章、第5章、第6章、第9章），徐耀玲（第3章、第4章、第7章、第8章、第10章），张晖辉（习题解答）。姜鑫、程树良、黄良等参与了本书内容的讨论和实践教学工作。全书由谭文锋、徐耀玲担任主编，谭文锋统稿，杜国君担任主审。

本书在编写过程中，参考了一些其他院校编写的优秀教材，在此一并表示感谢。

由于编者水平所限，书中难免存在疏漏和欠妥之处，诚望读者批评指正。

# 目 录

## 前言

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 材料力学的基本假设	2
1.3 内力和截面法	3
1.4 应力、应变和胡克定律	4
1.5 杆件变形的基本形式	7
习题	9
<b>第2章 轴向拉伸与压缩</b>	10
2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例	10
2.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力和应力	10
2.3 材料在拉伸与压缩时的力学性能	15
2.4 失效、许用应力与强度条件	22
2.5 轴向拉伸或压缩时的变形	25
2.6 轴向拉伸与压缩时的静不定问题	29
2.7 应力集中的概念	34
习题	35
<b>第3章 剪切与扭转</b>	41
3.1 剪切与挤压的实用计算	41
3.2 扭转的概念与实例	46
3.3 外力偶矩与扭矩的计算、扭矩图	47
3.4 薄壁圆筒的扭转、纯剪切	50
3.5 圆轴扭转时的应力与变形	53
3.6 圆轴扭转时的强度与刚度计算	60
习题	62
<b>第4章 平面图形的几何性质</b>	67
4.1 静矩和形心	67

4.2 惯性矩、惯性积与惯性半径 .....	70
4.3 平行移轴公式 .....	74
4.4 转轴公式、主惯性轴和主惯性矩 .....	77
习题 .....	82
<b>第5章 弯曲内力 .....</b>	<b>85</b>
5.1 概述 .....	85
5.2 剪力和弯矩 .....	87
5.3 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图 .....	90
5.4 载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系 .....	93
习题 .....	96
<b>第6章 弯曲应力 .....</b>	<b>99</b>
6.1 概述 .....	99
6.2 弯曲正应力 .....	99
6.3 弯曲切应力 .....	104
6.4 弯曲强度计算 .....	110
6.5 提高弯曲强度的措施 .....	113
习题 .....	117
<b>第7章 弯曲变形 .....</b>	<b>120</b>
7.1 挠度与转角、梁的刚度条件 .....	120
7.2 挠曲线的近似微分方程 .....	122
7.3 用积分法求弯曲变形 .....	123
7.4 用叠加法求弯曲变形 .....	128
7.5 简单静不定梁 .....	134
7.6 提高梁的弯曲刚度的一些措施 .....	135
习题 .....	137
<b>第8章 应力状态理论和强度理论 .....</b>	<b>139</b>
8.1 一点应力状态的概念 .....	139
8.2 平面应力状态分析的解析法 .....	141
8.3 三向应力状态简介 .....	146
8.4 广义胡克定律 .....	146
8.5 强度理论 .....	148
习题 .....	153

---

<b>第 9 章 组合变形</b>	.....	155
9.1 组合变形的概念、叠加原理	.....	155
9.2 斜弯曲	.....	156
9.3 拉伸或压缩与弯曲的组合	.....	158
9.4 弯扭组合变形	.....	161
习题	.....	164
<b>第 10 章 压杆稳定</b>	.....	166
10.1 压杆稳定性概念	.....	166
10.2 两端饺支细长压杆的临界力	.....	168
10.3 不同杆端约束细长压杆的临界力	.....	169
10.4 欧拉公式的适用范围、经验公式	.....	171
10.5 压杆稳定性计算	.....	175
10.6 提高压杆稳定性的措施	.....	178
习题	.....	179
<b>习题答案</b>	.....	182
<b>主要参考文献</b>	.....	187

# 第1章 绪 论

## 1.1 材料力学的任务

在工程实际中，各种机械和工程结构得到广泛应用。机械或工程结构的各组成部分，统称为构件。当机械或工程结构工作时，其每一构件都要受到外力（也称为载荷）的作用。在载荷作用下，构件具有抵抗破坏的能力，但这种能力是有限度的。同时，在载荷作用下，构件的形状和尺寸也将发生变化。构件的形状和尺寸的变化称为变形。

为保证机械或工程结构的正常工作，构件应具有足够的承受载荷的能力，因此构件必须满足下述三项要求。

(1) 具有足够的强度。构件能够安全地承受所担负的载荷，不至于发生断裂或产生严重的永久变形。例如，冲床的曲轴，在工作冲压力作用下不应折断，又如，储气罐或氧气瓶在规定压力下不应爆破。可见，所谓强度是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力。

(2) 具有足够的刚度。在载荷作用下，构件的最大变形不应超过实际使用中所能容许的数值。某些结构的变形，不能超过正常工作允许的限度。以机床的主轴为例，即使它有足够的强度，若变形过大时，将使轴上的齿轮啮合不良，并引起轴承的不均匀磨损。因而，所谓刚度是指构件在载荷作用下抵抗变形的能力。

(3) 具有足够的稳定性。构件受力时能够保持原有的平衡形式，不至于突然偏离原有的平衡状态而丧失承载能力。有些细长杆，如内燃机中的挺杆、千斤顶中的螺杆等，在压力作用下有被压弯的可能。为了保证其正常工作，要求这类杆件始终保持直线形式，即要求原有的直线平衡形态保持不变。所以，所谓稳定性是指构件在载荷作用下保持其原有平衡状态的能力。

若构件的截面尺寸过小，或截面形状不合理，或材料选用不当，在载荷作用下将不能满足上述要求，从而影响机械或工程结构的正常工作。反之，如构件尺寸过大，材料质量太高，虽然满足了上述要求，但构件的承载能力难以充分发挥。这样，既浪费了材料，又增加了成本和重量。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的条件下，以最经济的代价，为构件确定合理的形状和尺寸，选择适宜的材料，为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

实际工程问题中，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性。对具体构件而

言，上述三项要求往往有所侧重。例如，氧气瓶以强度要求为主，车床主轴以刚度要求为主，而挺杆则以稳定性要求为主。

在材料力学中，经过简化建立的理论，需要实验来验证。这些理论中所需要的材料的力学性能要由实验来测定。尚无理论结果的问题又往往要用实验方法来解决。因此，材料力学是一门理论与实验相结合的学科。

## 1.2 材料力学的基本假设

构件是由固体组成的。固体因载荷作用而变形，故称为变形固体或可变形固体。为计算简便可行，对变形固体做出如下基本假设。

### 1. 连续性假设

连续性假设认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的体积。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙，并不连续。但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小，可以不计。于是可以认为固体在其整个体积内是连续的。因此，当把力学量表示为固体点的坐标的函数时，对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析。

### 2. 均匀性假设

均匀性假设认为在固体内各点的力学性能是相同的。对金属而言，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但因构件或其任一部分中都包含数量极多的晶粒，而且无规则地排列，固体每一部分的力学性能都是众多晶粒的力学性能的统计平均值，所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。因此，如从固体内任意地取出一部分，不论从何处取出，也不论大小，性能总是相同的。

### 3. 各向同性假设

各向同性假设认为沿任何方向，固体的力学性能都是相同的。就单一的金属晶粒而言，沿不同方向，力学性能并不完全相同。但金属构件包含数量极多的晶粒，而且晶粒又是无序排列的，这样各个方向的力学性能就接近相同。沿各个方向力学性能相同的材料，称为各向同性材料，如钢、铜、玻璃等。但像木材、纤维织品、某些人工合成材料等，在不同方向其力学性能并不相同，这类材料称为各向异性材料。

### 4. 小变形假设

固体因载荷作用而引起的变形，可能很小也可能相当大。但材料力学所研究

的问题，局限于变形的大小远远小于构件原始尺寸的情况。这样，在研究构件的平衡和运动时，就可忽略构件的变形，而按变形前的原始尺寸进行分析计算。例如在图 1.1 中，简易吊车的各杆因受力而变形，引起支架几何形状和外力位置的变化，但  $\delta_1$  和  $\delta_2$  都远远小于吊车的其他尺寸，所以在计算各杆受力时，仍然可用吊车变形前的几何形状和尺寸。今后将经常使用小变形的概念以简化分析计算。至于构件变形过大，而超出小变形条件，一般不在材料力学中讨论。

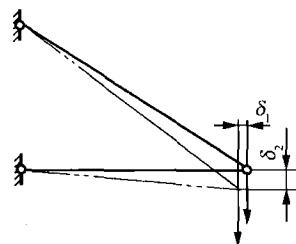


图 1.1

试验结果表明，如外力不超过一定限度，绝大多数材料在外力作用下发生的变形，外力解除后又可恢复原状，这种变形称为弹性变形。但如外力过大，超过一定限度，则外力解除后只能部分复原，而遗留下一部分不能消失的变形称为塑性变形，也称为残余变形或永久变形。一般情况下，要求构件只发生弹性变形，而不允许发生塑性变形。

### 1.3 内力和截面法

#### 1.3.1 内力的概念

内力是指构件内部两相邻部分之间的相互作用力。构件在受外力之前，内部各相邻质点之间，已存在相互作用的内力。正是这种内力使各质点保持一定的相对位置，使构件具有一定的几何尺寸和形状。构件受外力作用后，在产生变形的同时，在其内部也因各部分之间相对位置的改变而引起内力的改变。这种由外力作用引起的内力变化量称为附加内力。附加内力随着外力的增加而相应地增大，当其达到某一限度时，就会引起构件的破坏。由此可见，附加内力与构件的强度、刚度和稳定性密切相关。材料力学中所研究的内力，就是指这种附加内力。

#### 1.3.2 截面法

现以两端受轴向拉力  $F$  作用的直杆为例说明求内力的方法。欲求横截面  $m-m$  上的内力，必须首先将内力暴露出来。为此，假想地把杆件沿截面  $m-m$  分成 I 和 II 两个部分 [图 1.2 (a)]。任取一部分，如取部分 I 为研究对象。根据连续性假设，部分 II 对部分 I 作用的内力，沿横截面连续分布 [图 1.2 (b)]。为了维持保留部分 I 的平衡，分布内力的合力应为沿杆件轴线作用的力  $F_N$ 。称内力  $F_N$  为轴力。根据作用力与反作用力原理可知，部分 I 对部分 II 作用的内力，必

然大小相等、方向相反 [图 1.2 (b)]。然后可取一部分 (如部分 I) 的平衡条件, 即可以求出轴力  $F_N$  的大小, 即

$$F_N = F$$

上述求截面内力的方法称为截面法。

可将截面法归纳为以下三个步骤。

(1) 欲求某一截面上的内力时, 就沿该截面假想地把构件分成两个部分, 弃去一部分, 保留另一部分作为研究对象。

(2) 用作用在横截面上的内力, 代替弃去部分对保留部分的作用。

(3) 建立保留部分的平衡条件, 确定未知内力。

截面法是求截面上内力的一般方法。对图 1.3 (a) 所示的杆件, 受空间平衡力系作用。若求  $m-m$  截面的内力, 则需沿  $m-m$  截面假想地将杆件分成 I、II 两个部分。弃去部分 II, 保留部分 I 为研究对象。可用六个内力素  $F_N$ 、 $F_{Qy}$ 、 $F_{Qz}$ 、 $T_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  代替部分 II 对部分 I 的作用 [图 1.3 (b)]。其中  $F_N$  为轴力, 称与截面相切的内力素  $F_{Qy}$ 、 $F_{Qz}$  为剪力, 称绕杆轴线  $x$  轴的力偶  $T_x$  为扭矩, 称绕横截面形心轴  $y$ 、 $z$  的力偶  $M_y$ 、 $M_z$  为弯矩。在给定外力的条件下, 这六个内力素可由保留部分空间力系的六个独立平衡条件来确定。

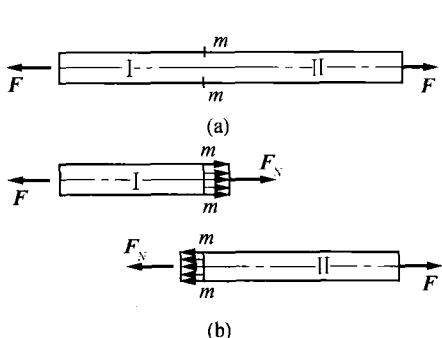


图 1.2

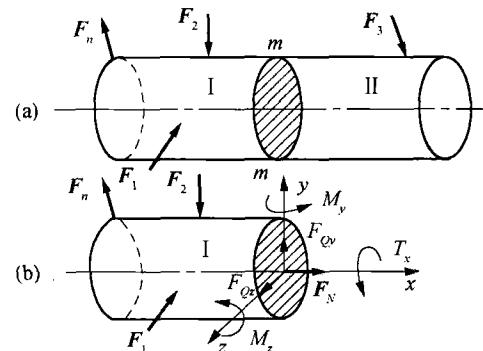


图 1.3

## 1.4 应力、应变和胡克定律

### 1.4.1 应力

截面法所确定的内力是图 1.4 (a) 所示截面上分布内力的合力。它不能说明截面上任一点内力的强弱程度。为了度量截面上任一点处内力的强弱程度, 引入应力的概念。

在截面上任一点 C 处取微面积  $\Delta A$ , 作用在该面积上的内力为  $\Delta F$  [图 1.4 (b)], 定义  $\Delta A$  上内力的平均集度为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

式中:  $p_m$  为  $\Delta A$  上的平均应力。一般来说, 应力并不是均匀分布的, 它将随着  $\Delta A$  的缩小趋向均匀分布。当  $\Delta A$  趋于零时, 其极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.1)$$

式中:  $p$  为 C 点处的全应力。 $p$  是一个矢量, 一般可将  $p$  分解成与截面垂直、相切的两个分量  $\sigma$  和  $\tau$  [图 1.4 (c)]。称垂直于截面的应力分量  $\sigma$  为正应力, 称与截面相切的应力分量  $\tau$  为切应力。

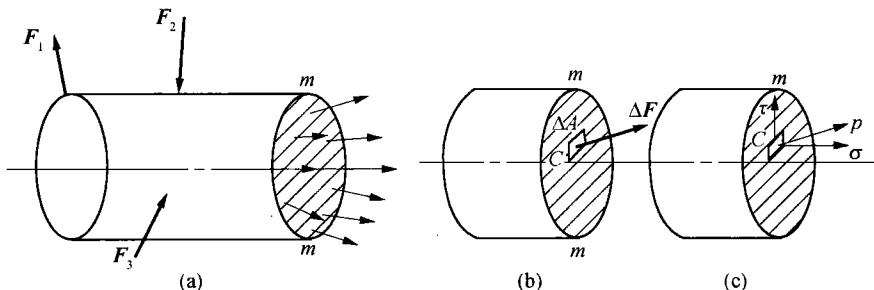


图 1.4

在我国法定计量单位制中, 应力的基本单位是牛 [顿] /米<sup>2</sup> (N/m<sup>2</sup>), 或称为帕 [斯卡] (Pa)。工程中常用单位为 MPa (兆帕)、GPa (吉帕), 它们的关系如下:

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}, \quad 1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

#### 1.4.2 应变

在研究构件的变形和其截面上内力的分布规律时, 往往借助于截面上各点的变形分布规律。为了研究一点处的变形情况, 设想将构件分割成无数个如图 1.5 (a) 所示的微小正六面体。在外力作用下产生变形, 微小正六面体的棱边 ab 由原长  $\Delta x$  变为  $\Delta x + \Delta u$ , 如图 1.5 (b) 所示。 $\Delta u$  为  $\Delta x$  长度内的总变形量。为度量一点处变形强弱的程度, 现引入应变的概念。若 ab 长度内各点处的变形长度相同, 则比值

$$\epsilon = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1.2)$$

式中:  $\epsilon$  为线应变, 表示 ab 长度内每单位长度的伸长或缩短。若在 ab 长度内各

点处的变形程度并不相同时，为了确定该点处的线应变，使微小正六面体的边长无限缩小，该点处的线应变定义为

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.3)$$

线应变  $\epsilon$  是量纲一的量。

上述微小正六面体的各边缩小为无穷小时，称为单元体。在变形过程中，单元体除棱边长度变化外，相互垂直棱边的夹角也发生变化，如图 1.5 (c) 所示。称其夹角的改变量  $\gamma$  为切应变。切应变用弧度来度量，也是量纲一的量。

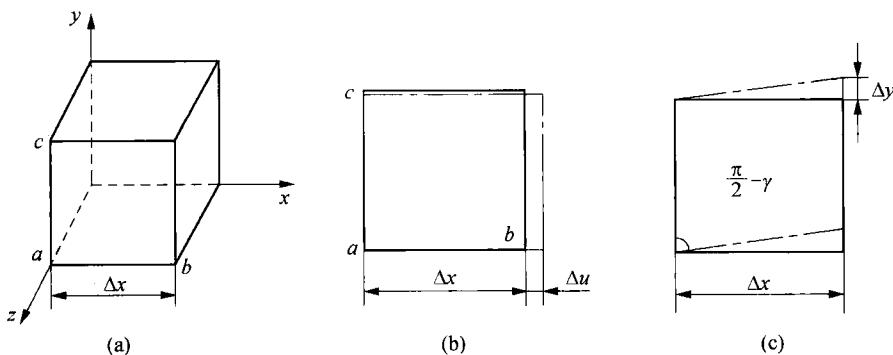


图 1.5

### 1.4.3 胡克定律

材料的力学性能实验表明，当应力不超过某一限度时，应力与应变之间存在正比关系，称这一关系为胡克定律。

图 1.6 (a) 表示单向应力状态的单向拉伸（压缩），这种情况下的胡克定律为

$$\sigma = E\epsilon \quad (1.4)$$

式中： $E$  为比例系数，称  $E$  为弹性模量，其量纲与应力量纲相同，它的数值需由实验测定。

图 1.6 (b) 表示纯剪切应力状态，这种应力状态下的胡克定律为

$$\tau = G\gamma \quad (1.5)$$

式中： $G$  为比例系数，称  $G$  为切变模量，其量纲与应力量纲相同，它的数值仍需由实验测定。

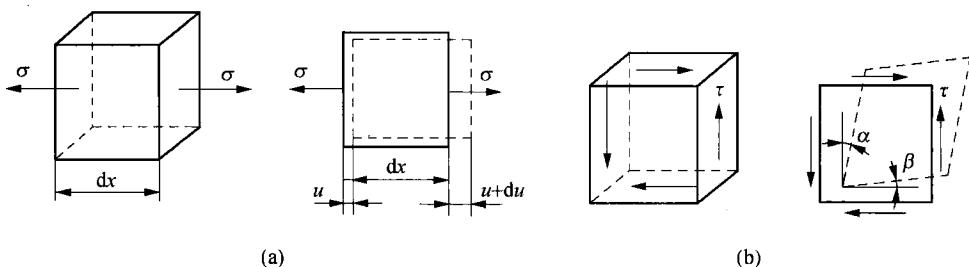


图 1.6

## 1.5 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同形状，通常把构件的形状进行某些简化，然后按构件的几何形状分类研究。材料力学中所研究的构件长度远远大于横截面尺寸，这类构件称为杆件，或简称为杆。轴线（横截面形心连线）为直线的杆称为直杆。横截面大小和形状不变的直杆，称为等直杆。轴线为曲线的称为曲杆。工程上常见的很多构件都可以简化为杆件，如直杆、传动轴、立柱、丝杠、吊钩，等等。某些实际构件，如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等，并不是典型的杆件，但在近似计算或定性分析中也简化为杆。所以，杆是工程中最基本的构件。

除杆件外，工程中常用的构件还有平板和壳体、块体等。

实际杆件的受力可以是各种各样的，但都可以归纳为轴向拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲等基本受力和变形形式，以及由两种或两种以上基本受力和变形形式叠加而成的组合受力与变形形式。

### 1.5.1 轴向拉伸或压缩

图 1.7 (a) 表示一简易吊车。在载荷  $F$  作用下，AC 杆受到拉伸 [图 1.7 (b)]，而 BC 杆受到压缩 [图 1.7 (c)]。这类变形形式是由大小相等、方向相反、作用线与

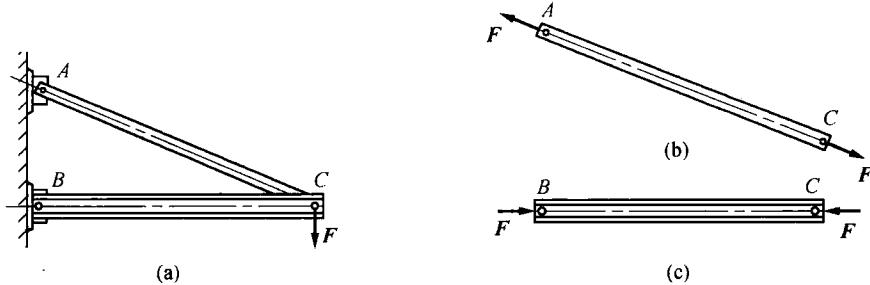


图 1.7

杆件轴线重合的一对力引起的，表现为杆件的长度发生伸长或缩短。这种变形称为轴向拉伸或压缩。起吊重物的钢索、桁架的杆件、液压缸的活塞杆等的变形都属于轴向拉伸或压缩变形。

### 1.5.2 剪切

杆件受到垂直于轴线的大小相等、方向相反且相距很近的平行力作用时，将引起两力作业线之间的横截面的相对错动。这种变形称为剪切，如图 1.8 所示。

### 1.5.3 扭转

图 1.9 (a) 所示转向轴 AB，在工作时发生扭转变形。扭转变形形式是由大小相等、方向相反、作用面垂直于杆件轴线的两个力偶引起的 [图 1.9 (b)]，表现为杆件的任意两个横截面将发生绕轴线的相对转动。汽车的传动轴、电动机和水轮机的主轴等，都是受扭杆件。

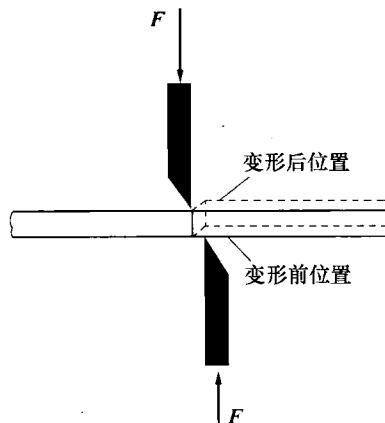


图 1.8

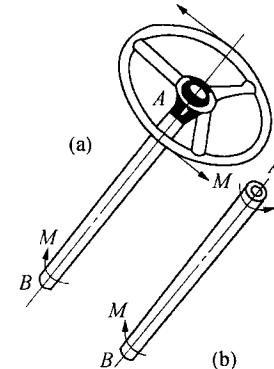


图 1.9

### 1.5.4 弯曲

图 1.10 (a) 所示火车轮轴的变形即为弯曲变形。弯曲变形形式是由垂直于杆件轴线的横向力或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶引起的，表现为杆件轴线由直线变为曲线 [图 1.10 (b)]。在工程实际中，受弯杆件是最常遇到的情况之一。桥式起重机的大梁、各种心轴以及车刀等构件的变形都属于弯曲变形。

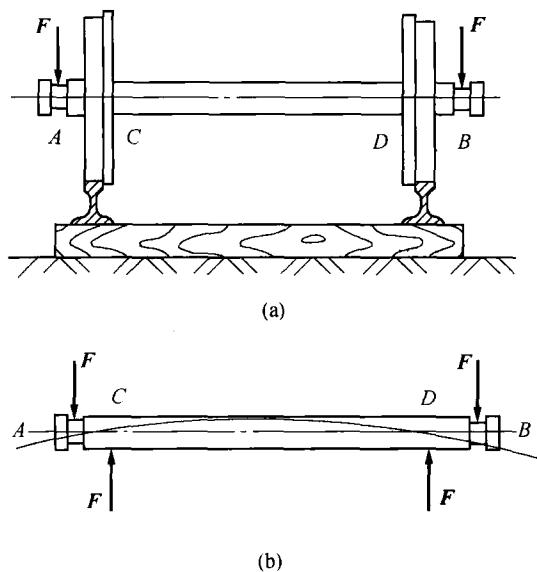


图 1.10

### 1.5.5 组合变形

工程中，还有一些杆件同时发生几种基本变形。例如，牛床主轴工作时有弯曲、扭转和压缩三种基本变形，钻床立柱工作时同时发生拉伸和弯曲两种基本变形。如果杆件工作时存在两种或两种以上的基本变形，则称为组合变形。

实际构件受力不管多么复杂，在一定条件下，都可以简化为基本变形形式的组合。在本书中，首先依次讨论四种基本变形问题，然后再讨论组合变形问题。

## 习 题

- 1.1 什么是变形？
- 1.2 材料力学的任务是什么？
- 1.3 什么是构件的强度、刚度和稳定性？
- 1.4 变形固体的基本假设是什么？
- 1.5 试述杆件的基本变形形式。

## 第2章 轴向拉伸与压缩

### 2.1 轴向拉伸与压缩的概念和实例

工程中存在很多承受拉伸或压缩的杆件，例如火箭发射架撑臂AB中的活塞杆 [图2.1(a)]、桁架的支杆 [图2.1(b)] 等。

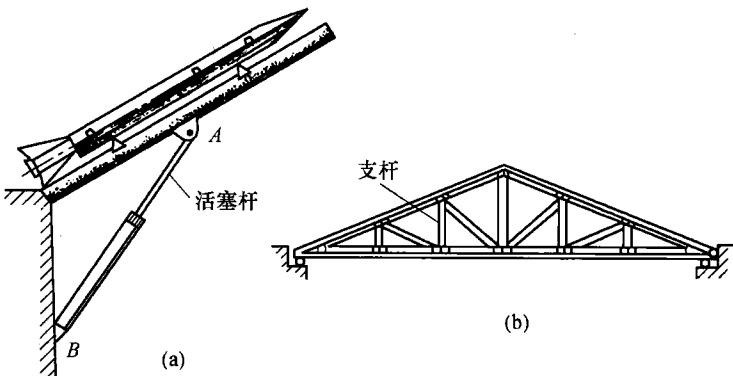


图 2.1

虽然这些杆件的形状和加载方式等并不相同，但就杆长的主要部分来看却有相同的特点：都是直杆，所受外力的合力与杆轴线重合，沿轴线方向发生伸长或缩短变形。这种变形形式称为直杆的轴向拉伸或压缩，简称拉伸或压缩。

### 2.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力和应力

#### 2.2.1 横截面上的内力

图2.2(a)为一受拉伸的等直杆。用截面法可求得其横截面上的内力。沿横截面m-m上相互作用的内力是一个分布力系，其合力为 $F_N$  [图2.2(b)、(c)]。

由图2.2左段的平衡方程  $\sum X = 0$ ，得

$$F_N = F$$

因为外力 $F$ 的作用线与杆件轴线重合，内力的合力 $F_N$ 的作用线也必然与杆