



国防特色学术专著·航空宇航科学与技术

National Defense Monograph



飞行器结构动力学中的几个问题

梁立孚 刘石泉 王振清 李宏亮 著

西北工业大学出版社

北京航空航天大学出版社

北京理工大学出版社

哈尔滨工业大学出版社

哈尔滨工程大学出版社



国防特色学术专著·航空宇航科学与技术

飞行器结构动力学中的 几个问题

梁立孚 刘石泉 著
王振清 李宏亮

西北工业大学出版社

北京航空航天大学出版社 北京理工大学出版社
哈尔滨工业大学出版社 哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书在总结多年研究成果的基础上,针对飞行器结构动力学中的若干问题,提出了新的分析方法和求解思路。内容包括:应用伴生力非保守系统的拟变分原理研究气动弹性;研究力学中的机械振动和电学中的电磁振荡、力学中的动力响应和电学中的过渡过程的对偶体系;开展单柔体动力学的理论分析,揭示了单柔体动力学中的“一力二用”的特性,研究了质点刚体动力学与弹性动力学之间的耦合效应;研究非保守系统动力学的 Fourier 卷积型拟变分原理及其在动力响应中的应用;应用振动和波动理论研究了动力学反问题。

本书可供相关专业的高等学校教师、高年级学生、研究生、科学研究人员和工程技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

飞行器结构动力学中的几个问题 / 梁立孚等著. — 西安:西北工业大学出版社, 2010.8

(国防特色学术专著·航空宇航科学与技术)

ISBN 978-7-5612-2849-4

I. ①飞… II. ①梁… III. ①飞行器—结构动力学—研究 IV. ①V414

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 151727 号

飞行器结构动力学中的几个问题

梁立孚 刘石泉 王振清 李宏亮 著

责任编辑 何格夫

*

西北工业大学出版社出版发行

西安市友谊西路 127 号(710072) 发行部电话:029-88493844 传真:029-88491147

<http://www.nwpup.com> E-mail: fxb@nwpup.com

陕西向阳印务有限公司印装 各地书店经销

*

开本: 787×1 092 1/16 印张: 18.25 字数: 442 千字

2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷 印数: 2 000 册

ISBN 978-7-5612-2849-4 定价: 40.00 元

前 言

航空航天科学技术的迅速发展,对该领域的科学研究和学术著作的撰写提出了更高的要求。就有关飞行器的结构动力学而言,出版一部能够反映当代力学发展水平的兼顾航空(大气中的飞行器)与航天(空间飞行器)事业发展需要的著作,是时代赋予科学工作者的任务。在航空航天科学技术发展需要的大背景下,我国已经出版了多部有关飞行器的结构动力学学术专著。本书着重研究几个诸多学术著作中尚未研究过的或者研究得较少的重要问题。这就是本书命名为《飞行器结构动力学中的几个问题》的原因。

本书主要研究以下几个问题:

(1)应用伴生力非保守系统的拟变分原理研究气动弹性。

(2)研究力学中的机械振动与电学中的电磁振荡、力学中的动力响应与电学中的过渡过程的对偶体系。

(3)开展单柔体动力学的理论分析,揭示单柔体动力学中的“一力二用”的特性,研究质点刚体动力学与弹性动力学之间的耦合效应。

(4)研究非保守系统动力学的 Fourier 卷积型拟变分原理及在动力响应中的应用。

(5)应用振动和波动理论研究动力学反问题。

某位学者曾指出,由于多柔体构形的复杂性,目前解决多柔体动力学问题主要是依赖于数值的、定量的分析方法,几乎没有人进行过解析的分析讨论,这对于深刻把握系统的非线性力学实质、预测系统的全局动力学现象是十分不利的。因此,极有必要开展多柔体系统的理论分析,当然,这是一个十分复杂的问题,解决它可能需要很长的时间。其实,这种现象不仅出现在多柔体动力学中,在其他学科中,也存在类似的现象。这就是本书主要研究解析法的原因。国家的发展需要庞大的科学研究队伍从事工程技术方面的研究,与此同时,还应有少量的科学技术人员进行基础理论的研究,并且要发挥基础理论对工程技术的指导作用;反之,应用工程技术研究来验证基础理论研究成果的正确性,又能够促进基础理论研究的进一步发展。本书的内容属于基础理论研究,尽量对问题进行解析的分析讨论,这一特点正好与其他偏于工程技术研究的结构动力学著作是互补的。

本书的内容属于国家自然科学基金(10272034)、博士学科点专项科研基金(20060217020)、黑龙江省自然科学基金(A01—06)和中央高校基本科研业务费专项资金(HEUCF100205)资助课题。

在本书的撰写过程中,参阅了有关文献和资料,在此笔者对这些文献和资料的原作者、提供者一并表示感谢。笔者诚挚地感谢廖振鹏院士和陈塑寰教授的指导,感谢宋海燕博士、刘宗民博士、张存博士、樊涛博士、郭庆勇博士、周平博士和孙海博士的帮助;同时感谢西北工业大学出版社雷军同志和何格夫同志为拙著的顺利出版所付出的辛勤劳动。

由于笔者水平有限,书中不妥之处在所难免,诚恳希望同行、专家和广大读者给予指导和帮助。

著 者
2010 年 3 月

目 录

绪论	1
第 1 章 非保守系统的拟变分原理及其应用	5
1.1 非保守分析动力学的拟变分原理及其应用	6
1.1.1 基本方程	6
1.1.2 拟 Hamilton 原理	7
1.1.3 广义拟变分原理	7
1.1.4 非完整非保守系统的拟变分原理和广义拟变分原理	8
1.1.5 应用举例	9
1.2 分析动力学初值问题的拟变分原理及其应用	13
1.2.1 分析动力学初值问题的控制方程	13
1.2.2 卷积型拟变分原理	13
1.2.3 卷积型广义拟变分原理	15
1.2.4 拟变分原理的检验	18
1.2.5 算例	19
1.2.6 讨论	21
1.3 非保守弹性动力学系统的拟变分原理及其应用	21
1.3.1 引言	21
1.3.2 拟 Hamilton 原理	22
1.3.3 拟余 Hamilton 原理	24
1.3.4 两类变量的广义拟变分原理	26
1.3.5 三类变量的广义拟变分原理	29
1.3.6 应用举例	31
1.4 弹性动力系统初值问题的拟变分原理及其应用	37
1.4.1 引言	37
1.4.2 卷积型拟势能原理	38
1.4.3 卷积型拟余能原理	40
1.4.4 卷积型两类变量的广义拟变分原理	41
1.4.5 三类变量的广义拟变分原理	46
1.4.6 相空间的广义拟余能原理应用于扭振问题	49
参考文献	52
第 2 章 机械振动和电磁振荡的对偶体系	55
2.1 基本元件和基本规律	56

2.1.1	阻尼元件和电阻元件	56
2.1.2	惯性元件和电感元件	57
2.1.3	弹性元件和电容元件	59
2.1.4	基本规律的对偶性	61
2.2	力学中的自由振动和电学中的自由振荡	67
2.2.1	比拟(类比)	67
2.2.2	简例	72
2.2.3	杆的振动和可与之相比拟的网络问题	76
2.2.4	有阻尼的自由振动和自由振荡	92
2.3	力学中的动力响应和电学中的过渡过程	96
2.3.1	变态定律和换路定律	96
2.3.2	mc 系统的动力响应和 LR 电路的过渡过程	98
2.3.3	Kc 系统的动力响应和 CR 电路的过渡过程	102
2.3.4	mK 系统的动力响应和 LC 电路的过渡过程	108
2.3.5	mKc 系统的动力响应和 LCR 电路的过渡过程	111
2.3.6	多自由度系统的动力响应和网络系统的过渡过程	116
2.3.7	卷积(Duhamel 积分)的物理意义	117
	参考文献	120
第3章	单柔体动力学	123
3.1	单柔体动力学的拟变分原理及其应用	124
3.1.1	单柔体动力学的拟变分原理	124
3.1.2	单柔体动力学的拟变分原理的拟驻值条件(一)	127
3.1.3	单柔体动力学的拟变分原理的拟驻值条件(二)	131
3.1.4	单柔体动力学的拟变分原理的拟驻值条件(三)	141
3.1.5	单柔体动力学的拟变分原理的拟驻值条件(四)	146
3.1.6	简短的总结	155
3.2	非惯性系中的力学问题	158
3.2.1	惯性参考系与非惯性参考系	158
3.2.2	惯性力	159
3.2.3	非惯性系中的力学问题	166
3.3	单柔体动力学初值问题的拟变分原理及其应用	173
3.3.1	一类变量单柔体动力学初值问题的拟变分原理	173
3.3.2	两类变量单柔体动力学初值问题的拟变分原理	179
3.3.3	单柔体动力学初值问题的拟变分原理的另一种表示形式	185
3.3.4	算例	187
3.4	几点说明	191
3.4.1	张量的指标形式和实体形式的对应关系	191
3.4.2	力的外效应、内效应和耦合效应	197
3.4.3	开展多柔体系统的理论分析的复杂性和长期性	199

参考文献	200
第 4 章 Fourier 卷积型拟变分原理应用于动力响应	203
4.1 Fourier 卷积型变分原理的提法	204
4.1.1 从 Fourier 级数展开到 Fourier 积分变换	204
4.1.2 Fourier 级数和 Fourier 变换的物理意义	207
4.1.3 Fourier 变换的重要性质	207
4.1.4 波动 Fourier 卷积型变分原理	209
4.2 分析动力学 Fourier 卷积型拟变分原理	211
4.2.1 分析动力学的基本方程	212
4.2.2 Fourier 卷积型拟变分原理	212
4.2.3 Fourier 卷积型广义拟变分原理	214
4.2.4 Fourier 卷积型拟变分原理的检验——拟驻值条件的推导	218
4.2.5 应用举例	221
4.3 弹性动力学 Fourier 卷积型拟变分原理	224
4.3.1 Fourier 卷积型拟势能原理	225
4.3.2 Fourier 卷积型拟余能原理	227
4.3.3 Fourier 卷积型两类变量的广义拟变分原理	229
4.3.4 三类变量的 Fourier 卷积型广义拟变分原理	237
4.3.5 应用举例	241
参考文献	246
第 5 章 结构动力反问题初探	249
5.1 结构振动参数识别	249
5.1.1 连续系统的模态分析方法	251
5.1.2 频域振动参数识别的最小二乘法	261
5.1.3 频域振动试验参数识别实例	263
5.2 波动问题的基本知识	265
5.3 反平面剪切波远场分析	269
5.3.1 弹性波分析概述	269
5.3.2 SH 波作用下圆形孔洞与裂纹相互作用远场解	272
5.3.3 SH 波作用下圆形夹杂与裂纹相互作用远场解	276
参考文献	281

绪 论

各种自然现象(特别是力学现象)和过程通常是由一组数理方程(偏微分方程、积分-微分方程或积分方程)及初边值条件来描述的。但人们通过长期的探索研究,发现这些现象和过程常常使系统的某一整体量(泛函)取驻值或极值,因而又可以用相应的变分原理来描述。后一描述法的突出优点是:

- 1)其数学形式简单紧凑,但内涵却十分丰富(包含了全部数理方程及初边值条件组)。
- 2)该方法是整体性描述,包括各种物理间断面上的相容条件。
- 3)该方法有“变域变分”“自然边界条件”等特殊工具,能够自动捕获各种未知边(分)界面。
- 4)该方法是各种变分直接解法和有限元法的理论基础。

可见,变分原理既体现了数学形式上的简洁优美,又体现了物理内容上的丰富深刻,更具有工程应用上的价值,确实体现了数学与物理的交融与贯通以及理论与实用的结合与统一。以变分原理作为理论基础是本书内容的一个特点。非保守系统的拟变分原理和广义拟变分原理的研究涵盖了许多学科,是一个相当重要的研究领域。在飞行器结构动力学中,不仅存在空气动力中的黏性阻尼和波阻尼,而且存在结构的内阻尼,还存在所谓伴生力,因此,飞行器结构动力学系统是非保守系统。本书第1章将研究非保守系统的拟变分原理及其应用。

正像线性是非线性的特例一样,保守也是非保守的一个特例。因此,可以将非保守系统的拟变分原理退化为保守系统的变分原理。非保守系统的拟变分原理应用范围十分广泛,本书第1章主要研究非保守系统的拟变分原理在气动弹性力学中的应用,而不想涉及空气阻力和结构内阻尼导致的非保守系统,因这类内容在多部结构动力学著作中已经有成熟的理论和应用研究。气动弹性力学所涉及的物理现象,包含惯性力、弹性和空气动力间的显著的相互作用。以翼面的气动弹性问题为例,由于机翼的空气动力引起机翼的转角,反过来转角又引起新的空气动力,即空气动力增量,这类现象类似自动控制中的反馈现象,这类空气动力增量是与机翼结构变形相伴而生的力,因此,空气动力便是所谓伴生力。可见气动弹性问题是由伴生力导致的非保守系统的力学问题。应用非保守系统拟变分原理研究气动弹性问题是本书的重要组成部分,它在第1章中以算例的形式出现。

世界的统一性显示在各个现象领域的微分方程的惊人的类似中,这一论断构成了类比逻辑和模拟技术的理论基础。这说明自然科学中多门学科相互间是密切关联的。它们应当有一个公共的理论体系,只要换成对偶变量体系,就可建立起这个公共的理论体系。因此,本书第2章将研究机械振动和电磁振荡的对偶体系。

机械振动和电磁振荡属于不同学科中的物理现象,但仔细研究可以发现,这两类问题的各个物理量或属性有一一对应的关系,其微分方程也可以归结为相似的形式。这样,力学中的机械振动和电学中的电磁振荡就具有对偶性。许多学者看到了这种对偶关系,并从物理量、微分方程等角度进行讨论。

由于机械振动和电磁振荡之间存在对偶关系,因而可以从机械振动的角度形象地说明电磁振荡的过程;反之,也可以从电磁振荡的角度更好地理解机械振动的过程。历史上借用力学

方法研究电学问题的例子很多,反过来,由于电学理论的迅速发展以及利用其理论处理问题的方便性,借用电学方法模拟力学问题也变得很自然。这类研究内容不仅应用于飞行器的振动和动力响应问题中,而且在空间飞行器的连接动力学中也有重要的应用。

本书第2章研究的是机械振动和电磁振荡的对偶体系,而不是一般的机械阻抗学,因此,在内容安排方面也具有自己的特点。首先,比较力学和电学中的基本元件、基本规律。分别比较阻尼元件与电阻元件、惯性元件与电感元件以及弹性元件与电容元件的一些对偶特性,得到这两类基本元件之间的对偶关系。接着,对力学中的协调原理和平衡原理与电学中的 Kirchhoff 电流和电压定律进行比较,得到这两类基本规律之间的对偶性。然后,讨论力学中的自由振动和电学中的自由振荡的对偶特性,并且说明力学中的力法和电学中的节偶电压法,力学中的位移法与电学中的回路电流法,分别具有对偶特性;讨论杆的纵振、扭振、弯曲振动、弯扭复合振动和与之相对应的几种网络问题。通过这些工作建立力学中的自由振动和电学中的自由振荡之间的对偶关系。最后,讨论力学中的动力响应和电学中的过渡过程。对应电学中的换路定律提出力学中的变态定律;讨论单自由度系统的动力响应和与之相应的单回路电路的过渡过程;研究多自由度力学系统的动力响应和与之相应的电学网络系统的过渡过程。通过这些研究可以看到,无论是单自由度还是多自由度的力学系统,或与之相应的电学系统,在相似的激励作用下,都会有相似的响应。即二者之间存在对偶关系。并且,在其他学者研究的基础上,进一步说明了卷积运算的物理意义。

本书第3章研究单柔体动力学,这是飞行器结构动力学的一个重要组成部分。将单柔体动力学列入飞行器结构动力学,这还是第一次。单柔体动力学是质点刚体动力学和固体动力学的杂交,具体到该章的研究,单柔体动力学是质点刚体动力学和弹性动力学的杂交。所谓杂交是指单柔体动力学中既包含质点刚体动力学,又包含弹性动力学,还包括质点刚体动力学和弹性动力学的耦合。以往人们应用质点刚体动力学研究单体飞行器的轨道和姿态动力学,应用弹性动力学研究单体飞行器的机械振动和动力响应,初期的单柔体动力学将单体飞行器的轨道和姿态动力学与单体飞行器的机械振动和动力响应组合起来进行研究,起到积极的作用。现在,研究单体飞行器动力学,不仅将单体飞行器的轨道和姿态动力学与单体飞行器的机械振动和动力响应组合起来进行研究,而且研究它们的耦合效应。所谓耦合效应是指不仅飞行器的轨道和姿态影响单体飞行器的机械振动和动力响应,而且机械振动和动力响应也影响飞行器的轨道和姿态。这时单体飞行器的轨道和姿态动力学、单体飞行器的机械振动和动力响应(弹性动力学)以及它们的耦合效应动力学构成一个整体,更加显示出单柔体动力学的学科杂交的特性。

17世纪伟大的物理学家牛顿(Isaac Newton, 1643年1月4日—1727年3月31日)的最伟大的功绩是发现了牛顿三定律,而牛顿三定律的核心是牛顿第二定律。牛顿第二定律指出,作用于一个物体上的作用力等于其动量随时间的变化率。假定物体的质量为常量,则可得一个物体的加速度与作用在物体上的合力成正比,与其质量成反比。在定轴转动中,类似地有,作用于一个物体上的力矩等于其动量矩随时间的变化率。假定物体的转动惯量为常量,则可得一个物体的角加速度与作用在物体上的合力矩成正比,与其转动惯量成反比。在此基础上,还可以导出动量定理、动量矩定理和动能定理等等。在牛顿力学中,认为力的作用引起物体运动状态的变化,称之为力的外效应。

17世纪还有另一位伟大的物理学家胡克(Robert Hooke, 1635年7月18日—1703年3

月3日)。他研究变形体力学,认为力的作用引起物体内部的变形,称之为力的内效应。1678年,胡克提出了著名的弹性定律,即胡克定律(Hooke's law)。它是弹性理论中的一条基本定律。其表明固体材料在受力之后,材料中的应力与应变之间成线性关系。对于连续体,一般认为在体积力和表面力作用下产生应力和应变,则可以推广为其正反形式的广义胡克定律。现在人们研究的弹塑性本构理论,可以认为是胡克定律在非线性材料方面的延伸。

单柔体动力学中出现“一力二用”的现象,即指由同一个力,既可以产生力的外效应,又可以产生力的内效应。以飞机的俯冲拉起为例,在确定飞机的运动轨迹和运动姿态时,涉及推力、升力、阻力和重力,在确定机体的弹性变形和弹性动力学效应时,再次涉及推力、升力、阻力和重力,这就是单柔体动力学中存在的“一力二用”的特点。这里强调指出,虽然存在“一力二用”,但是“二用”是各有特点的。在确定飞机的运动轨迹时,应用力的平行移动原理,将推力、升力、阻力和重力都作用在飞机的质心,将整个飞机视为一个质点来研究;在确定飞机的运动姿态时,应用力的平行移动原理,除将推力、升力、阻力和重力都作用在飞机的质心外,还要加上附加力矩,将整个飞机视为一个刚体来研究。而在确定机体的弹性变形和弹性动力学效应时,推力以分布力的形式作用在飞机的尾喷口,阻力可以近似以单位长度的阻力密度的形式分布在飞机机体的表面。升力情况要复杂一些,主要以分布力的形式作用在机翼的表面(忽略机身和尾翼产生的升力),通过机翼结构的受力将力传递到机翼的根部,然后,再传递到机身上,至于以怎样的形式传递到机身上,与机翼和机身的连接方式密切相关。它是以单位长度的升力密度的形式分布在飞机机体表面的,这是一种很大的近似。重力则作为质量力以重力密度的形式作用在飞机机体的每一个质点上。推力、升力、阻力和重力在机体中“传递”,并通过机体结构的受力和变形来实现产生结构的动力效应。实际上,推力、升力、阻力和重力的分布形式,比上面论述的还要复杂得多,其“传递”也有其复杂的规律性,兹不赘述。但是,仅仅注意到“一力二用”还是不够的,或者说是很不够的。如果飞机设计师仅仅用推力、升力、阻力和重力作为外载荷进行飞机设计,这个飞机一定会出现大事故。原因是他忽视了飞机的轨迹运动和姿态运动产生的惯性力对飞机结构强度的影响。同样的道理,如果飞机设计师在设计飞机的轨迹和姿态时,忽视弹性动力效应对飞机的轨迹运动和姿态运动的影响也是不行的。不过这种影响比起前一种影响来说相对较小,不易引起人们的重视。这两种影响都称之为力的耦合效应。当不仅认识到力的外效应,而且认识到力的内效应,并且进一步认识到内效应和外效应之间的耦合效应时,才可以说把质点刚体动力学与变形体动力学耦合起来了。第3章从质点刚体动力学与变形体动力学杂交的角度来研究飞行器结构动力学还仅仅是一个尝试性的开端,这类问题还有待于进一步的研究。

以往的结构动力学研究,多数是按照一般动力学研究的方式,认为地球是惯性坐标系,在地球坐标系中研究问题,很少涉及非惯性系中的力学问题。现在研究的是包括航天器在内的飞行器结构动力学,航天器一般要离开地球,甚至于将来要离开太阳系,这时取地球坐标系作为惯性坐标系就不能满足要求了。其实,即使取地球坐标系为惯性坐标系,航天器结构动力学中的问题多数也是非惯性坐标系中的力学问题。因此,本书将明确是在非惯性系中来研究问题的。这便要下大气力来论述非惯性系中力学问题的特点,并且讨论一些重要的问题。这也是第3章的内容之一。

飞行器结构的动力响应包括的范围较广,冲击问题、强迫振动问题都可以归类于动力响应问题。这类问题在已经出版的飞行器结构动力学和一般的结构动力学中都有较详细的论述。

这类问题既可以在时域中进行研究,也可以在频域中进行研究。由于 Fourier 变换正好对应时域与频域之间的变换,所以将应用 Fourier 卷积型拟变分原理来研究这类问题。这便是设置本书第 4 章的原因。

以往人们应用 Hamilton 型变分原理和 Gurtin 卷积型(Laplace 卷积型)变分原理来研究结构动力学问题。本书将进一步应用 Hamilton 型拟变分原理和 Gurtin 卷积型拟变分原理来研究结构动力学问题。在本书中还首次建立了各类 Fourier 卷积型拟变分原理,并且应用 Fourier 卷积型拟变分原理来研究强迫振动和冲击动力响应问题。应用 Fourier 卷积型拟变分原理来研究强迫振动和冲击动力响应问题,便于对应地在时域中和频域中研究问题,可以将变分原理从总体上去把握事物的优点推广到时域空间和频域空间,将变分原理作为有限元素法和其他近似计算的理论基础的作用推广到时域空间和频域空间,便于把快速 Fourier 变换等新进展融合到 Fourier 型变分原理和拟变分原理及其应用。

本书第 4 章介绍的是对 Fourier 卷积型拟变分原理及其应用的初步研究成果。4.1 节研究 Fourier 卷积型变分原理的提法;4.2 节研究非保守分析动力学的 Fourier 卷积型拟变分原理及其在动力响应中的应用;4.3 节研究非保守弹性动力学的 Fourier 卷积型拟变分原理在动力响应中的应用。

结构振动参数识别是结构动力学中的一个重要问题。通常的结构动力学分析,是已知结构的数学模型的激振力,求结构的响应,称之为正问题。与之相反,结构参数识别是结构动力学反问题。它是根据结构的试验数据或对结构的其他测量数据,利用一定的数学模型,对结构所含未知参数进行识别。随着科学技术的发展,特别是航空航天事业的发展,结构振动参数识别这类课题显得愈来愈重要。现代结构振动模态分析及其参数识别技术,是分析和解决各种复杂结构动力学正问题和反问题的主要手段之一。其自身发展是理论分析、计算技术与实验研究密切相结合的结果。它在建立与修改结构系统的数学模型,分析或预测实际结构的振动响应,结构动力修改或优化设计,以及振动与噪声控制、状态监测、故障诊断等方面,均有广泛应用。因此,本书在第 5 章对结构动力学反问题进行了初步探讨,为今后做进一步的深入研究奠定基础。

含圆形孔洞和夹杂的结构广泛存在于各种航空航天工程设计中。这些结构在加工过程中和工作中可能在圆形孔洞或圆形夹杂周围萌生出微裂纹等各种缺陷。当含有孔洞、夹杂及裂纹的复合材料结构受有动力荷载作用时,孔洞、夹杂与裂纹的动力相互作用使孔洞、夹杂周边以及裂纹尖端发生动应力集中现象,同时缺陷的组合形式也决定着材料结构内部能否产生损伤。孔洞、夹杂和微裂纹均存在于材料结构内部,一般情况下不能够直接发现,内部随工作情况恶化所发生的动应力集中和裂纹扩展等问题也不能直接发现,这都使结构安全实时评估无法实现。动力荷载作用在材料结构上时,内部缺陷的散射场提供了许多裂纹与孔洞、夹杂相互作用的特征参数信息,例如缺陷类型、位置与形状等等。因此对散射波远场解的研究对于结构健康诊断等领域有重要意义。本书引入一种新的模型及方法,比较深入地研究了此类问题。这一问题的解决可以提供孔洞、夹杂与裂纹共存的结构远场散射规律,而这一规律的得到,就可以为利用远场散射数据判断内部缺陷提供依据,因此可以看做是一种反问题。

第1章 非保守系统的拟变分原理及其应用

物质运动的规律,可以用时空坐标函数,以微分方程的形式描述,也可以用这些函数的积分泛函,以其取极值或驻值的变分形式描述。最小势能原理和最小余能原理分别是以位移和应力为基本函数给出积分泛函的变分极值原理, Hellinger-Reissner 原理和胡海昌-鹭津久一郎原理便分别是两类变量和三类变量的广义变分原理,它们都是驻值变分原理。由于有限元方法的发展及其在工程上的广泛应用,变分原理作为其理论基础,显示出重要性,因此,变分原理和广义变分原理的研究不仅在力学中受到重视,而且已经延拓到自然科学的其他领域。世界上有两个学术中心的工作引起各国学者的注意,一个是以美国麻省理工学院的 E. Reissner, K. Washizu, T. H. H. Pian 等人为代表的,另一个就是以钱伟长、胡海昌等中国学者为代表的。可以说,中国学者在变分原理和广义变分原理及其应用方面的研究在世界上处于领先地位。

我国学者十分重视变形体力学中广义变分原理的研究。文献[1]研究余能原理,从理论上和应用上为研究广义变分原理奠定了基础。文献[2]建立了弹性力学和塑性力学的广义变分原理,为后来发展起来的混合有限元素法提供了理论依据,并获得了重要的应用。文献[3]和文献[4]分别倡导 Lagrange 乘子法和对合变换法,为建立各个学科领域的广义变分原理提供了有效方法。国外学者也为这一学科领域的发展作出重要贡献^[5-8]。这些工作大部分是研究保守系统的变分原理和广义变分原理。

对于非保守系统,国外以 Leipholz 为代表,提出广义自共轭的概念,建立了广义的 Hamilton 原理,给出了著名的 Leipholz 杆模型^[9-10]。我国学者在文献[11]中阐述了 Leipholz 研究了非保守系统的势能原理,而没有研究余能原理,通过发展 Leipholz 的研究,并发扬国内对广义变分原理研究的优势,在伴生力系统的前提下,建立了非保守系统的余能原理,进而建立了关于弹性理论非保守系统的广义变分原理。作为文献[11]的继续,文献[12]建立了非保守系统的两类变量的广义拟变分原理,并且给出同时求解一个典型的伴生力非保守系统的内力和变形两类变量的计算方法。文献[13]建立了非保守系统自激振动的拟固有频率变分原理。还有一些学者对伴生力作用下弹性系统在不同边界条件下的响应进行了多方面的研究和计算。

由于变形体力学的广义变分原理在有限元素法和其他近似计算方法的应用方面取得重大成功^[1-2,5-6],各国学者都努力将广义变分原理的研究推广到分析动力学中去。但是,由于这一研究的难度很大,长期进展比较缓慢。文献[14]介绍了国外学者研究分析动力学中的变分原理的情况,将我国学者对分析动力学中的变分原理的研究引导到世界性研究的前沿。文献[15]引入广义 D'Alembert-Lagrange 原理,应用凑合法建立了分析动力学边值问题的第二类变分原理,并且将之写成正则形式。文献[16]应用对合变换推导出两类变量的 Hamilton 原理,应用 Lagrange 乘子法推导出分析动力学边值问题的两类变量的有附加条件的广义变分原理和无附加条件的广义变分原理,推导了各类变分原理的驻值条件。文献[17]应用对合变换,将两类变量的广义变分原理的驻值条件变换为三类变量的控制方程。按照广义力和广义位移之间的对应关系,将各控制方程乘上相应的虚量,代数相加,然后积分,进而建立了分析动力学

边值问题的三类变量的广义变分原理,并将这种建立广义变分原理的方法称为变积方法。

对于初值问题,1964年 Gurtin 利用卷积理论,提出了与弹性动力学初值问题等价的变分原理^[18],这种 Gurtin 型变分原理为建立弹性动力学初值问题的各种近似解法奠定了可靠的理论基础。我国学者罗恩对线性变形体动力学的初值问题的变分原理进行了比较全面深入的研究,系统地建立与发展了线性和非线性变形体动力学的 Gurtin 型变分原理^[19-20]。文献[21]建立了非保守弹性动力学初值问题的简单 Gurtin 型拟变分原理,文献[22]明确了分析动力学初值问题的控制方程,进而建立了分析动力学初值问题的一种变分原理形式。

本章主要论述非保守分析动力学的拟变分原理,非保守分析动力学的初值问题的拟变分原理,非保守弹性动力系统的拟变分原理,非保守弹性动力系统初值问题的拟变分原理。作为算例,还介绍了各类拟变分原理在气动弹性和工程振动中的应用。

1.1 非保守分析动力学的拟变分原理及其应用

分析动力学方法以离散系统为主要研究对象,例如由有限个质点和刚体组成的系统,它在空间的位置可以由有限个独立的参数来确定。在大量的自然界和工程的力学系统中,离散力学模型常常可以很好地描述系统的动力学性态。加之离散系统在数学求解方面较容易处理,因此离散系统动力学有着广泛的应用价值。

在分析动力学中,鉴于国内外学者对保守系统分析动力学的变分原理已经做了充分的研究^[23-30],本节研究非保守系统分析动力学的拟变分原理。这里指出,本节提到的非保守系统是含义丰富的概念,它既包括飞行器空气动力学和船舶流体力学中的黏性阻尼和波阻尼,也包括结构的内阻尼以及所谓伴生力系统。

1.1.1 基本方程

非保守系统分析动力学基本方程可以表示为

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i = 0 \quad (1.1.1)$$

式中 T ——动能;
 U ——势能;
 Q_i ——非保守外力;
 q_i ——广义坐标;
 t ——时间;

“ $\dot{}$ ”——变量对时间 t 的导数。

应用对合变换,可以得到含有两类变量的动力学基本方程

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{v}_i^q} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i = 0 \quad (1.1.2)$$

$$\dot{q}_i - v_i^q = 0 \quad (1.1.3)$$

再一次应用对合变换,可以得到含有三类变量的动力学基本方程

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} p_i^q - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i = 0 \quad (1.1.4)$$

$$\dot{q}_i - v_i^q = 0 \quad (1.1.5)$$

$$p_i^q - \frac{\partial T}{\partial v_i^q} = 0 \quad (1.1.6)$$

式中 v_i^q —— 广义速度;

p_i^q —— 广义动量。

1.1.2 拟 Hamilton 原理

保守系统分析动力学已经建立了相应 Hamilton 变分原理, 现在来建立非保守系统的拟 Hamilton 原理。

将式(1.1.1) 乘以相应的虚位移 δq_i 并求代数和, 然后对时间积分, 可得

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i dt = 0 \quad (1.1.7)$$

应用分部积分, 可得

$$- \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i dt = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i dt \quad (1.1.8)$$

将式(1.1.8) 代入式(1.1.7), 并按惯例在时域边界 $t = t_0$ 和 $t = t_1$ 处取 $\delta q_i = 0$, 可得

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i - \frac{\partial U}{\partial q_i} \delta q_i + Q_i \delta q_i \right) dt = 0 \quad (1.1.9)$$

可以进一步表示为

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \quad (1.1.10)$$

简记为

$$\delta \Pi_{H1} - \delta Q_H = 0 \quad (1.1.11)$$

式中

$$\Pi_{H1} = \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt \quad (1.1.12)$$

$$\delta Q_H = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt \quad (1.1.13)$$

这就是非保守完整系统的拟 Hamilton 原理。

1.1.3 广义拟变分原理

按照广义力和广义位移之间的对应关系, 将式(1.1.2) 和式(1.1.3) 乘上相应的虚量并求代数和, 然后对时间积分, 可得

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_i^q} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i + (\dot{q}_i - v_i^q) \delta \frac{\partial T}{\partial v_i^q} \right] dt = 0 \quad (1.1.14)$$

经分部积分, 并按惯例在时域边界 $t = t_0$ 和 $t = t_1$ 处取 $\delta q_i = 0$, 可将式(1.1.14) 变换为

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial v_i^q} (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \quad (1.1.15)$$

简记为

$$\delta \Pi_{H2} - \delta Q_H = 0 \quad (1.1.16)$$

式中

$$\Pi_{H2} = \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial v_i^q} (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt \quad (1.1.17)$$

$$\delta Q_H = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt \quad (1.1.18)$$

这就是非保守完整系统的两类变量的广义拟变分原理。

按照广义力和广义位移之间的对应关系,将式(1.1.4)~式(1.1.6) 乘上相应的虚量并求代数,然后对时间积分,可得

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} p_i^q - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i + (\dot{q}_i - v_i^q) \delta p_i^q - \left(p_i^q - \frac{\partial T}{\partial v_i^q} \right) \delta v_i^q \right] dt = 0 \quad (1.1.19)$$

经分部积分,并按惯例在时域边界 $t=t_0$ 和 $t=t_1$ 处取 $\delta q_i=0$,可将式(1.1.19) 变换为

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n p_i^q (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \quad (1.1.20)$$

简记为

$$\delta \Pi_{H3} - \delta Q_H = 0 \quad (1.1.21)$$

式中

$$\Pi_{H3} = \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n p_i^q (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt \quad (1.1.22)$$

$$\delta Q_H = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt \quad (1.1.23)$$

这就是非保守完整系统的三类变量的广义拟变分原理。

1.1.4 非完整非保守系统的拟变分原理和广义拟变分原理

设想对上述的完整系统附加上非完整约束条件

$$f_\beta(q_i, \dot{q}_i, t) = 0, \quad \begin{matrix} i=1, 2, \dots, n \\ \beta=1, 2, \dots, g \end{matrix}; \quad n > g \quad (1.1.24)$$

应用对合变换,可得

$$f_\beta(q_i, v_i^q, t) = 0 \quad (1.1.25)$$

将非完整约束条件式(1.1.24) 作用于拟 Hamilton 原理,可得非完整非保守系统的拟 Hamilton 原理

$$\left. \begin{aligned} & \delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \\ & \text{s. t. } f_\beta(q_i, \dot{q}_i, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.26)$$

方程式(1.1.26)中 s. t. 是 subject to 的缩写, 即约束条件。

不难验证, 对于 Chetaev 模型, 非完整非保守系统的拟 Hamilton 原理的拟驻值条件为

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i + \sum_{\beta=1}^g \mu_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial q_i} = 0 \quad (1.1.27)$$

将非完整约束条件式(1.1.25)作用于两类变量的广义拟变分原理, 可得非完整非保守系统两类变量的广义拟变分原理

$$\left. \begin{aligned} & \delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial v_i^q} (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \\ & \text{s. t. } f_\beta(q_i, v_i^q, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.28)$$

不难验证, 对于 Chetaev 模型, 非完整非保守系统两类变量的广义拟变分原理的拟驻值条件为

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial v_i^q} - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i + \sum_{\beta=1}^g \mu_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial v_i^q} = 0 \\ & \dot{q}_i - v_i^q = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.29)$$

将非完整约束条件式(1.1.25)作用于三类变量的广义拟变分原理, 可得非完整非保守系统三类变量的广义拟变分原理

$$\left. \begin{aligned} & \delta \int_{t_0}^{t_1} \left[T(q_i, v_i^q) - U(q_i) + \sum_{i=1}^n p_i^q (\dot{q}_i - v_i^q) + \sum_{i=1}^n Q_i q_i \right] dt - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n q_i \delta Q_i dt = 0 \\ & \text{s. t. } f_\beta(q_i, v_i^q, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.30)$$

不难验证, 对于 Chetaev 模型, 非完整非保守系统三类变量的广义拟变分原理的拟驻值条件为

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} p_i^q - \frac{\partial U}{\partial q_i} + Q_i + \sum_{\beta=1}^g \mu_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial v_i^q} = 0 \\ & \dot{q}_i - v_i^q = 0 \\ & p_i^q - \frac{\partial T}{\partial v_i^q} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1.31)$$

应用上述的方法, 也可以建立 Vacco 模型中的三类变量的广义拟变分原理, 限于篇幅, 不再赘述。

1.1.5 应用举例

在飞行器结构力学中, 经常将翼面简化为根部固支的多闭剖面梁。翼面的外伸段, 可以处理为梁的自由弯曲和扭转问题。这是一个非保守系统的动力学问题, 由机翼空气动力导致的升力 Q_i 是伴生力。机翼翼段的运动方程如何建立, 可以应用弹性动力学的拟 Hamilton 原理