



美国名校入学考试指导系列

SAT

数学宝典

王卡廷
王志强
|编著|

Workbook



清华大学出版社



美国名校入学考试指导系列

SAT

数学宝典

清华大学出版社

北 京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。
版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

SAT 数学宝典/王卡廷 王志强 编著. —北京:清华大学出版社, 2011.7

(美国名校入学考试指导系列)

ISBN 978-7-302-25677-9

I. S… II. ①王… ②王… III. 数学课—高等学校—入学考试—美国 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 095108 号

责任编辑:陈莉 高岫

封面设计:周周设计局

版式设计:高新特公司

责任校对:胡花蕾

责任印制:杨艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:11.5 字 数:232 千字

版 次:2011 年 7 月第 1 版 印 次:2011 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1~4000

定 价:29.00 元

产品编号:039404-01

丛 书 序

SAT, 又称学术能力评估测试, 是 1901 年以来美国普遍使用的大学入学考试, 也是国际学生申请美国本科必须参加的考试之一。经过多年不断地修改和完善, 目前的 SAT 版本不仅测试考生的知识水平, 而且注重考查他们运用知识和独立思考的能力。

考生要在 SAT 考试中取得高分并不容易, 对母语不是英语的中国学生来说尤其如此, 所以平时持之以恒的努力和考前全力以赴的冲刺都是必要的。为了提高考生平时练习的效率, 有目标地进行考前突击复习, 我们特意编写了美国名校入学考试指导系列。

在编写过程中, 常春藤 100 教育的资深顾问团队将其多年丰富的入学申请成就和咨询经验进行了总结, 同时, SAT 教学专家仔细研究了历年的 SAT 考题, 并收集了大量美国历史、文化、新闻及教育方面的素材, 以求我们的这套丛书更贴近真题, 更有指导性、针对性和时代性。

这套丛书包括:

- SAT 数学宝典
- 美国大学入学申请文章写作及例文欣赏
- SAT 词汇宝典
- SAT 作文: 你也可以拿满分
- SAT 阅读分析及训练
- SAT 语法攻略

其内容包揽了常春藤 100 教育 10 年来对美国著名大学录取标准的分析, 东西方教育体制的比较, 以及指导考生成功进入美国名校的经验和个案。在英语和数学方面, 这套书从词汇、语法、阅读、写作, 到几何、代数、统计、概率以及基础数论的计算和分析都做了详尽的解释和深刻的剖析, 并给予学习方法上的指导和考试技巧上的提示。此外, 该丛书还收入了大量由常春藤 100 教育 SAT 专家撰写的相关练习和仿真限时考题。

在使用这套丛书的过程中, 考生对 SAT 会从知之甚少到驾轻就熟, 从茫然不知所措到坦然从容应对。这个过程帮助他们丰富科学知识, 接触美国文化, 提高英语技能, 熟悉考试模式, 充分认识自我, 增强应试能力。

从准备参加 SAT 考试, 到如愿以偿进入理想的美国大学, 是一个短至数月长至数年的过程。这个过程犹如在崎岖不平的小道上攀登, 是对毅力的磨练和恒心的考验。对正

处于个性形成期的中学生而言,这个过程对他们将来的人生轨迹和成功有着重要的作用。SAT 是一项有相当难度的考试,考生在准备考试的过程中,需有坚强的毅力克服重重困难,需有持久的恒心面对种种挑战。从这个意义上来说,准备 SAT 考试就是为将来锲而不舍勇往直前的人生铺路,以达到自信自强的目的。

参加 SAT 考试,进入理想的美国大学,需要考生的勤奋和努力,也需要家长的支持和培育。家长希望孩子受到良好的教育,更希望孩子敢于面对挫折,经得住生活的考验,有百折不挠的精神。当孩子复习考试遇到困难时,理解与帮助会给孩子温暖;鼓励和鞭策会给孩子动力。敢于参加 SAT 考试并为之付出努力本身就是积极向上的态度和行动。不管结果如何,通过这一过程,孩子会逐渐积累知识,培养毅力。这是不可多得的经历,是现代教育的理念,也是考生家长的期盼。

SAT 不仅寄托着家长的希望,更孕育着考生的成功!

目录

第 1 章 SAT 数学概况	1
1.1 SAT 简介	1
1.2 SAT 数学概况	1
1.3 SAT 数学部分所涵盖的数学知识	2
1.4 SAT 数学部分题目难易程度的安排	3
1.5 答题策略	3
1.6 计算器的使用	4
第 2 章 SAT 常用数学词汇	5
2.1 代数部分	5
2.1.1 数论	5
2.1.2 数列	6
2.1.3 集合	6
2.1.4 基本运算	6
2.1.5 基本数学概念	7
2.1.6 分数和小数	7
2.1.7 代数式、方程和不等式	8
2.1.8 其他	8
2.2 几何	9
2.2.1 线段	9
2.2.2 角	9
2.2.3 三角形	9
2.2.4 其他平面图形	10
2.2.5 立体图	11
2.2.6 与图形相关的术语	11
2.2.7 平面坐标	11
2.2.8 其他	12

第 3 章 SAT 常用数学概念与公式	13
3.1 数的概念及数的运算类	13
3.2 代数及函数类	19
3.3 几何	24
3.4 数据分析、统计和概率类	29
第 4 章 Number and Operations	31
4.1 Numbers and Operations on Numbers	31
4.1.1 数学基本概念	31
4.1.2 Specified SAT Practice Questions	31
4.1.3 Solutions	34
4.2 Factors and Multiples	35
4.2.1 数学基本概念	35
4.2.2 Specified SAT Practice Questions	35
4.2.3 Solutions	37
4.3 Ratios and Rates	39
4.3.1 数学基本概念	39
4.3.2 Specified SAT Practice Questions	39
4.3.3 Solutions	42
4.4 Proportions	45
4.4.1 数学基本概念	45
4.4.2 Specified SAT Practice Questions	45
4.4.3 Solutions	47
4.5 Fractions and Percents	50
4.5.1 数学基本概念	50
4.5.2 Specified SAT Practice Questions	50
4.5.3 Solutions	53
4.6 Exponents and Roots	56
4.6.1 数学基本概念	56
4.6.2 Specified SAT Practice Questions	56
4.6.3 Solutions	57
4.7 Counting and Logic Reasoning	59
4.7.1 数学基本概念	59
4.7.2 Specified SAT Practice Questions	60
4.7.3 Solutions	62

第 5 章	Algebra and Functions	65
5.1	Signed Numbers and Equations	65
5.1.1	数学基本概念	65
5.1.2	Specified SAT Practice Questions	65
5.1.3	Solutions	68
5.2	Literal Expressions	70
5.2.1	数学基本概念	70
5.2.2	Specified SAT Practice Questions	70
5.2.3	Solutions	72
5.3	Factoring and Algebraic Fractions	74
5.3.1	数学基本概念	74
5.3.2	Specified SAT Practice Questions	74
5.3.3	Solutions	76
5.4	Absolute Value and Inequalities	77
5.4.1	数学基本概念	77
5.4.2	Specified SAT Practice Questions	78
5.4.3	Solutions	79
5.5	Functions	81
5.5.1	数学基本概念	81
5.5.2	Specified SAT Practice Questions	82
5.5.3	Solutions	84
5.6	Problem Solving in Algebra	86
5.6.1	数学基本概念	86
5.6.2	Specified SAT Practice Questions	87
5.6.3	Solutions	89
第 6 章	Geometry	92
6.1	Lines and Angles	92
6.1.1	数学基本概念	92
6.1.2	Specified SAT Practice Questions	92
6.1.3	Solutions	96
6.2	Triangles	97
6.2.1	数学基本概念	97
6.2.2	Specified SAT Practice Questions	98
6.2.3	Solutions	100
6.3	Quadrilaterals and Other Polygons	101
6.3.1	数学基本概念	101

6.3.2	Specified SAT Practice Questions	102
6.3.3	Solutions	104
6.4	Circles	107
6.4.1	数学基本概念	107
6.4.2	Specified SAT Practice Questions	107
6.4.3	Solutions	111
6.5	Solids	114
6.5.1	数学基本概念	114
6.5.2	Specified SAT Practice Questions	114
6.5.3	Solutions	117
6.6	Coordinate Geometry	119
6.6.1	数学基本概念	119
6.6.2	Specified SAT Practice Questions	120
6.6.3	Solutions	122
6.7	Transformations	125
6.7.1	数学基本概念	125
6.7.2	Specified SAT Practice Questions	125
6.7.3	Solutions	127
第 7 章	Graphs, Statistics, and Probability	129
7.1	Mean, Median, and Mode	129
7.1.1	数学基本概念	129
7.1.2	Specified SAT Practice Questions	129
7.1.3	Solutions	132
7.2	Graphs	134
7.2.1	数学基本概念	134
7.2.2	Specified SAT Practice Questions	134
7.2.3	Solutions	137
7.3	Probability	138
7.3.1	数学基本概念	138
7.3.2	Specified SAT Practice Questions	138
7.3.3	Solutions	141
第 8 章	Practice Test A	144
第 9 章	Practice Test B	160

第 1 章

SAT 数学概况

1.1 SAT 简介

SAT(Scholastic Aptitude Test and Scholastic Assessment Test 的缩写)推理测试是一种标准化测试,是大多数美国大学要求申请大学的高中生所必须提供的入学考试成绩。目前,SAT 测试是由非营利组织——美国大学理事会(College Board)运营,由 ETS(Educational Testing Service)所监管。美国大学理事会声称通过 SAT 测试可以评价一个学生是否已经具备了进入大学学习的基本学术能力。这项测试于 1901 年开始,其名称与评分方法也经历了多次更改。

SAT 测试含有三大部分内容:判断力阅读(Critical Reading)、数学(Mathematics)和文法(Writing)。每部分的原始分会被转换为 200~800 分的标准分。这三大部分的每一部分又被分为 3 个小部分(section),合计为 9 个小部分,再加上一个 25 分钟的试验(Experimental)小部分,共 10 个小部分。实验部分可以是判断力阅读、数学或文法中的任意一个,但这部分分数不计入总分。10 个小部分的测试时间为 3 小时 45 分钟,加上中间的休息时间、分发试题时间和填表时间,这个测试总共需要花费约 4 小时 30 分钟。

1.2 SAT 数学概况

SAT 数学题包括两类题目:多项选择题(multiple choice questions)和主观填空题(student-produced response questions,又称为 grid-in questions)。其中:

- 多项选择题 44 个;
- 主观填空题 10 个。

SAT 数学的总时间为 70 分钟,分为三个部分,其中 25 分钟的有两个,20 分钟的有一个。各部分所含题目如下:

- 一个 25 分钟部分全部是多项选择题,共有 20 个题目;
- 另一个 25 分钟部分含有 8 个多项选择题和 10 个主观填空题,共有 18 个题目;
- 最后一个 20 分钟部分全部是多项选择题,共有 16 个题目。

1.3 SAT 数学部分所涵盖的数学知识

• 数及其运算

✓ 包括:整数的性质,算术文字题,数轴,平方及平方根,分数和有理数,基本数论(因子,倍数,余数和质数等),比率,比例,百分数,数列,集合(并集,交集,元素等),计数问题,逻辑推理。

✓ 不包括:复杂或冗余的计算和矩阵计算。

• 代数和函数

✓ 包括:函数表示法,代数表达式的运算,因式分解,指数运算,有理指数的运算,解方程,绝对值,将文字描述转换成数学表达式,不等式,线性方程及方程组,因式分解方式解二次方程,有理数不等式和有理数方程,正比和反比变量,文字问题,函数(定义域和值域,特殊定义的函数,用函数表达的模型,线性函数的方程和图形,二次函数的方程与图形),图形和函数的量化行为,函数图形的位移等。

✓ 不包括:复数,对数,三角函数。

• 几何

✓ 包括:几何表示法,点和线,平面上的角,三角形(等边三角形,等腰三角形,直角三角形和勾股定理, 30° - 60° - 90° 三角形, 45° - 45° - 90° 三角形, 3-4-5 三角形,全等三角形,相似三角形,三角形不等式),四边形(平行四边形、矩形、正方形),面积和周长(正方形、矩形、三角形、平行四边形),多边形(角、周长、面积),圆(直径、半径、弧线、与圆相切、周长、面积),立体几何(立体图形和体积、表面积),平面解析几何(斜率、平行线、垂直线、中点公式、距离公式),图形的变形(Transformation)。

✓ 不包括:正式的几何证明,三角函数,弧度。

- 数据分析、统计和概率

✓ 包括:数据的解释,统计(算术平均值,中值,众数,加权平均值等),基本概率,几何概率。

✓ 不包括:标准偏差的计算。

1.4 SAT 数学部分题目难易程度的安排

目前,SAT 把数学题的难易程度分为五级,其中 1 级为最简单,5 级为最难。每部分一开始都是简单问题,逐题增加难度,最后是最难问题。对于 25 分钟 20 个多项选择题部分和 20 分钟 16 个多项选择题部分,题目难易程度的次序是按:“简单—中等—较难”这样的顺序。也就是说,20 个多项选择题部分的第 1 题~第 10 题,通常是 1 级到 2 级的难度,第 11 题~第 15 题难度为 3 级左右,第 16 题~第 20 题难度为 4 级到 5 级;16 个多项选择题部分的第 1 题~第 6 题,通常是 1 级到 2 级的难度,第 7 题~第 11 题难度为 3 级左右,第 12 题~第 16 题难度为 4 级到 5 级。对于 25 分钟 8 个多项选择题加 10 个 Grid-in 题部分来说,第 1 题~第 5 题,通常是 1 级到 3 级的难度,第 6 题~第 8 题难度为 4 级到 5 级;第 9 题~第 14 题为 1 级到 3 级的难度,第 15 题~第 18 题难度为 4 级到 5 级。

1.5 答题策略

- 时间的掌握

每个数学题的分数都是一样的,即:无论题目的难易程度如何,答对一题得一分。了解这点非常重要,因为大多数学生会花费更多的时间在难题上,而在解答简单及中等难度的题目时一味追求速度,导致大意失分,比如:看错题目,计算错误,计算器输入错,填错答案等。如果你发现自己经常粗心犯错,一定要适当放慢做题的速度,否则会白白地把可以到手的分数扔掉了。而从另一方面来说,如果你没有发生任何粗心错误,但是没有时间完成所有的题目,则可以适当加快做题的速度。

- 多项选择题的答题策略

对于多项选择题来说,答案就在(A)、(B)、(C)、(D)和(E)中选择,你所要做的事情就是确定其中哪一个是正确的。可以通过排除(Eliminating)法、代值(Plugging-

in) 法来找到正确答案。对每一个多项选择题,如果你答错了,则要倒扣 0.25 分。因此,如果你对 5 个答案中的任何一个都无法排除时,最好放弃此题,不要猜答案,因为这个时候答对的概率只有 $1/5$,答错的概率却有 $4/5$ 。然而,如果你确信可以排除掉至少二三个选择时,则可以从剩余的选项中猜一个。

• 主观填空题的答题策略

填空题的答题格式如图 1-1 所示。网格(Grid)第一行的 4 个空格,是用来填写数字(包括小数点或分数线符号)答案的。但是,还必须将数字或符号所对应的圆圈涂黑,否则得不到分数。因为只有 4 个空格可以填数字,而且,只有小数点和分数线两个符号,所以没有负数答案,最大的答案是 9 999,最小的答案是 0;最小的 decimal 是 0.001(因为个位数的零可以不填,即为“.001”)。假如你的答案无法填入,说明这个答案是错的。

	/	/	/
.	.	.	.
	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

图 1-1 填空题的答题格式

1.6 计算器的使用

做 SAT 数学部分的时候,是可以使用计算器的。因此,你应该带一个计算器去参加 SAT 考试。推荐使用的计算器可以是:科学计算器(Scientific Calculator)或者图形计算器(Graphing Calculator)。并不是每个题目都需要使用计算器,与此相反的是: SAT 数学中的每个问题都可以不用计算器而解答。建议的方法是:在使用计算器之前,先思考一下解题的方法,想一想有没有简便的途径,即不需要复杂计算的方法。

第 2 章

SAT 常用数学词汇

SAT 测试主要是针对美国中学生的考试,对中国国内高中生和移民海外时间较短的华裔高中生来说,熟悉相关的英文数学专用术语是非常必要的。只有正确理解题目的意思,才能确保答案正确。下面我们就来介绍 SAT 常用数学词汇。

2.1 代数部分

2.1.1 数论

natural number	自然数
positive number	正数
negative number	负数
odd integer, odd number	奇数
even integer, even number	偶数
integer, whole number	整数
positive integer	正整数
negative integer	负整数
consecutive number	连续整数
real number, rational number	实数,有理数
irrational	无理数
prime number	质数(e. g. 2,3,5,7,11,13,15,17...)
reciprocal	倒数
common divisor	公约数
multiple	倍数
common multiple	公倍数
factor	因子

common factor	公因子
ordinary scale, decimal scale	十进制
nonnegative	非负的
tens	十位
units	个位
mode	众数
median	中数
common ratio	公比

2.1.2 数列

arithmetic progression	等差数列
geometric progression	等比数列

2.1.3 集合

union	并集
intersection	交集
subset	子集
solution set	解集

2.1.4 基本运算

add, plus	加
subtract, exceed	减
difference	差
multiply, times	乘
product	积
divide	除
divisible	可被整除的
divided evenly	被整除
dividend	被除数
divisor	因子, 除数
quotient	商
remainder	余数
factorial	阶乘
power	乘方

radical sign, root sign	根号
round to	四舍五入
to the nearest	四舍五入

2.1.5 基本数学概念

arithmetic mean	算术平均值
weighted average	加权平均值
geometric mean	几何平均数
exponent	指数, 幂
base	乘幂的底数, 底边
cube	立方数, 立方体
square root	平方根
cube root	立方根
digit	数字
constant	常数
variable	变量
inverse function	反函数
complementary function	余函数
linear	一次的, 线性的
factorization	因式分解
absolute value	绝对值 (e. g. $ -32 = 32$)
round off	四舍五入

2.1.6 分数和小数

proper fraction	真分数
improper fraction	假分数
mixed number	带分数
vulgar fraction, common fraction	普通分数
simple fraction	简分数
complex fraction	繁分数
numerator	分子
denominator	分母
common denominator	公分母
quarter	四分之一
decimal fraction	纯小数

infinite decimal	无穷小数
repeating decimal	循环小数
tenths unit	十分位
hundredths place	百分位
thousandths place	千分位

2.1.7 代数式、方程和不等式

algebraic term	代数项
like terms, similar terms	同类项
numerical coefficient	数字系数
literal coefficient	字母系数
inequality	不等式
triangle inequality	三角不等式
domain	定义域
range	值域
original equation	原方程
equivalent equation	同解方程, 等价方程
polynomial equation	多项式方程
linear equation	线性方程
quadratic equation	二次方程
reflection	映像
translation	位移
transformation	变形

2.1.8 其他

approximate	近似
clockwise	顺时针方向
cardinal	基数
ordinal	序数
directly proportional	正比的
inversely proportional	反比的
distinct	不同的
estimation	估计, 近似
parentheses	括号
proportion	比例