

挑战 高考 物理

压轴题

(第二版)

主编 杨继林

华东师范大学出版社

开始

- 离子进入两极板间
- 下一步
- 离子在两极板间运动
- 下一步
- 离子到磁场区域 复位
- 下一步
- 离子在磁场中可能的轨道
- 下一步
- 甲离子轨道 显示K点 点
- 下一步
- 乙离子轨道 显示交点 点
- 下一步
- 最轻离子轨道 显示O点
- 下一步
- 可能有离子到达的区域
- 还原 复位

YZLI0890162413

动态课件，呈现物理过程

视频录像，聆听名师讲解

考点伸展，预测出题方向

状元考场 高考物理

压轴题

(第二版)

主 编 杨继林
副主编 杨榕楠 徐亚平
编 者 叶建勇 陈青华 许炎桥 贺佩霞 何 琰
陈伟锋 邬志林 袁张瑾 张海军 何博纳
张溱尹 庄 坚 奚曾辉 夏宏祥
审 稿 姜水根 王家祥



YZLI0890152413

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

挑战高考物理压轴题/杨继林主编. —上海:华东师范大学出版社,2011.8

ISBN 978-7-5617-7424-3

I. ①挑… II. ①杨… III. ①物理课—高中—习题—
升学参考资料 IV. ①G634.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 237803 号

挑战高考物理压轴题(第二版)

主 编 杨继林
组稿编辑 赵俊丽
审读编辑 程 林

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://ecnup.taobao.com/>

印 刷 者 江苏常熟市文化印刷有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 17.5
字 数 409 千字
版 次 2011 年 8 月第 2 版
印 次 2011 年 8 月第 1 次
印 数 1—21000
书 号 ISBN 978-7-5617-7424-3/G·4285
定 价 38.00 元(含光盘)

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

前 言

高考物理压轴题具有对阅读理解、综合分析、应用数学知识解决物理问题等多项能力的考查功能,在高考中担当着区分、选拔人才的角色。高考物理压轴题通常含有多个物理过程或具有多个研究对象,需要应用多个物理概念和规律进行求解,难度较大。本书整理了近5年的高考物理压轴题,将题目重新归类,学生通过这些压轴题的分析建立起自己解决问题的思维程序。

本书设置有五个栏目,“知识贮备”展示了压轴题所涉及的基础的物理学知识,“过程展示”将试题所提供的物理过程或物理情境分解为若干个简单的过程,光盘中配有课件,学生可以自主操作课件,观察各个过程。“思路点拨”重在引导学生将抽象的、隐蔽的过程转化为形象的、具体的图景,建立物理学模型;“满分解答”展示完整的解答过程,规范学生解题。“考点伸展”将本题补充一定的条件,再次设问,力图使学生对该题目有更深层次的理解。

抓住了过程分析就抓住了高考。对于高考压轴题的过程分析,并不是所有的学生都能想象完整、分析清楚,特别是过程比较复杂、研究对象个数较多的情况,学生遇到的困难更大。为了解决学生这一认知障碍,本书采用课件这一形式,动态解析,全过程展示。高考物理压轴题的过程分为三类。一类是题目中没有明确研究对象运动的过程,存在多种可能性,需要学生根据题目给出的条件做出判断。如:2011年全国理综I卷第26题。本书采用几何画板的形式分析该过程,学生有很大的自主性,可以随意改变其中的变量观察是否符合题目的要求。第二类是研究对象的运动过程已经确定,需要学生把过程拆分成几个环节,并对其逐个做分析。如:2011年四川理综卷第25题。本书采用PPT动画展示该过程。第三类是过程存在循环性,并且循环过程中存在一定的变化。如:2011年福建理综卷第22题。这类题型统一采用仿真实验室的形式,通过这样一个动画的演示,学生就很容易攻破题目的难点。

因光盘容量所限,本书只针对部分题目有讲解,全书共95道题目,有46道配有讲解。本书适用于学生课外参考,教师课堂讲课演示。

目 录

第一部分 力学类综合问题

第一类 万有引力和天体运动	1
* 1.01 2006 年天津理综卷第 25 题	2
1.02 2009 年天津理综卷第 12 题	5
1.03 2006 年广东物理卷第 17 题	7
1.04 2008 年全国理综卷 II 第 25 题	9
* 1.05 2009 年全国理综卷 II 第 26 题	11
第二类 物体的多个运动过程	13
1.06 2007 年宁夏理综卷第 23 题	14
1.07 2008 年四川理综卷第 25 题	17
1.08 2007 年山东理综卷第 24 题	20
1.09 2009 年浙江理综卷第 24 题	22
1.10 2010 年江苏物理卷第 14 题	24
1.11 2009 年安徽理综卷第 24 题	26
第三类 物体的碰撞模型	29
1.12 2011 年全国理综卷 I 第 26 题	30
1.13 2007 年全国理综卷 I 第 24 题	33
* 1.14 2009 年北京理综卷第 24 题	35
1.15 2008 年北京理综卷第 24 题	38
* 1.16 2010 年安徽理综卷第 24 题	41
1.17 2006 年重庆理综卷第 25 题	44
1.18 2007 年重庆理综卷第 25 题	46
* 1.19 2010 年海南物理卷第 16 题	49
1.20 2008 年广东物理卷第 20 题	52
1.21 2007 年四川理综卷第 25 题	55
第四类 物体间的摩擦或通过弹簧、绳(杆)的相互作用	58
1.22 2008 年天津理综卷第 24 题	59
1.23 2010 年重庆理综卷第 25 题	61
1.24 2009 年山东理综卷第 24 题	63
1.25 2008 年重庆理综卷第 24 题	65
1.26 2009 年重庆理综卷第 24 题	67
1.27 2008 年全国理综卷 I 第 24 题	69
1.28 2011 年安徽理综卷第 24 题	71

1. 29	2007 年江苏物理卷第 19 题	74
* 1. 30	2011 年广东理综卷第 36 题	77

第二部分 带电粒子(带电体)的运动问题

第一类 带电粒子(带电体)在电场力作用下的运动	80
* 2. 01 2007 年重庆理综卷第 24 题	81
* 2. 02 2010 年江苏物理卷第 15 题	84
2. 03 2007 年天津理综卷第 25 题	87
* 2. 04 2007 年广东物理卷第 19 题	89
* 2. 05 2008 年上海物理卷第 23 题	92
2. 06 2009 年安徽理综卷第 23 题	94
2. 07 2011 年北京理综卷第 24 题	97
2. 08 2011 年浙江理综卷第 25 题	99
第二类 带电粒子在匀强磁场中的运动	102
* 2. 09 2009 年海南物理卷第 16 题	103
* 2. 10 2010 年全国理综卷 I 第 26 题	105
* 2. 11 2010 年全国理综卷(新课标)第 25 题	108
2. 12 2007 年广东物理卷第 20 题	110
* 2. 13 2010 年广东理综卷第 36 题	113
2. 14 2009 年全国理综卷 I 第 26 题	116
* 2. 15 2010 年浙江理综卷第 24 题	119
* 2. 16 2011 年全国理综卷(新课标)第 25 题	123
* 2. 17 2007 年全国理综卷 I 第 25 题	127
* 2. 18 2007 年宁夏理综卷第 24 题	130
* 2. 19 2006 年广东物理卷第 18 题	132
* 2. 20 2008 年重庆理综卷第 25 题	135
第三类 带电粒子分别在电场和磁场中的运动	138
2. 21 2007 年山东理综卷第 25 题	139
2. 22 2010 年山东理综卷第 25 题	142
* 2. 23 2011 年江苏物理卷第 15 题	145
* 2. 24 2009 年山东理综卷第 25 题	148
2. 25 2008 年山东理综卷第 25 题	151
* 2. 26 2009 年宁夏理综卷第 25 题	155
2. 27 2009 年全国理综卷 II 第 25 题	158
* 2. 28 2008 年海南物理卷第 16 题	160
* 2. 29 2011 年山东理综卷第 25 题	163
* 2. 30 2008 年宁夏理综卷第 24 题	167
* 2. 31 2008 年全国理综卷 I 第 25 题	170
2. 32 2007 年全国理综卷 II 第 25 题	173
* 2. 33 2009 年重庆理综卷第 25 题	176

第四类 带电粒子(带电体)在多种场并存的空间的无约束运动	179
2.34 2010年海南物理卷第15题	180
*2.35 2010年全国理综卷II第26题	182
*2.36 2009年福建理综卷第22题	186
*2.37 2009年浙江理综卷第25题	189
2.38 2010年安徽理综卷第23题	192
*2.39 2010年天津理综卷第12题	194
*2.40 2011年福建理综卷第22题	197
*2.41 2011年重庆理综卷第25题	200
第五类 带电粒子(带电体)在多种场并存的空间且存在约束的运动	203
*2.42 2011年四川理综卷第25题	204
2.43 2008年四川理综卷第24题	207
*2.44 2008年广东物理卷第19题	209
2.45 2007年四川理综卷第24题	211
*2.46 2009年四川理综卷第25题	213
2.47 2010年四川理综卷第25题	216

第三部分 力学与电磁感应、电路的综合问题

第一类 电磁感应与力学综合	219
*3.01 2007年上海物理卷第23题	220
3.02 2008年全国理综卷II第24题	222
3.03 2008年上海物理卷第24题	224
*3.04 2010年上海物理卷第32题	227
3.05 2009年上海物理卷第24题	229
*3.06 2007年北京理综卷第24题	231
*3.07 2009年江苏物理卷第15题	234
3.08 2008年江苏物理卷第15题	237
*3.09 2007年江苏物理卷第18题	240
第二类 力、电综合问题及技术应用	243
*3.10 2005年全国理综卷I第25题	244
*3.11 2007年天津理综卷第24题	247
3.12 2010年浙江理综卷第23题	249
*3.13 2009年四川理综卷第24题	251
3.14 2009年北京理综卷第23题	254
3.15 2008年天津理综卷第25题	256
3.16 2011年天津理综卷第12题	259
3.17 2010年上海物理卷第33题	264
*3.18 2011年上海物理卷第33题	267

注:题目序号前标有“*”表示该题目在光盘中配讲解视频。

第一部分 力学类综合问题

第一类 万有引力和天体运动

近年来,对万有引力定律及天体运动规律的考查已成为各地高考压轴题的热点之一,考查内容涉及可见星与暗星组成的双星系统的运动,黑洞质量、半径与太阳质量、半径的倍数关系,两种不同形式的三星系统,绕月卫星发射的信号因月球遮挡而不能到达地球的时间以及石油勘探中的“重力加速度反常”现象等。

这类考题有三个鲜明的特点:一、联系生产实际、联系最新科技发展;二、材料的背景不拘泥于教材的范围,常出现课堂上没有学过的新知识、新概念,因而试题给人感觉情景新颖、时代气息浓厚;三、有的试题题干较长,信息众多,条件隐蔽。这就对同学们的阅读能力、审题能力、模型建构能力、分析推理能力、空间想象能力、几何作图能力等提出了较高的要求。

对待这类题,我们一般可通过以下步骤来进行求解:

(1) 仔细阅读提供的材料,现场学习新概念,根据提出的问题迅速剔除干扰信息,筛选提取有价值的信息。

(2) 将复杂的实际问题进行科学抽象,通过联想、迁移、类比等方法,将它和已学过的知识进行联系,建立合理的物理模型。

(3) 通过作图分析物体的受力情况和运动情况,理清不同物理量之间的关系。

(4) 选择恰当的公式灵活地应用相关规律解决问题。天体问题中,公式形式多样,计算过程中的中间公式也特别多,很容易混淆。如绕月卫星问题中相应的物理量有月球、地球自身的半径,月球绕地球的轨道半径、周期和卫星绕月球的轨道半径、周期,还有地球、月球各自的质量。这么多的物理量稍有不慎就会搞乱。这就需要 we 根据不同的研究对象对有关物理量进行分类,抓住中心天体对环绕天体的万有引力提供向心力这根本性的一条,选择基本公式 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$ 和 $g_{表} = G\frac{M}{R^2}$ 的合适形式,就能推导出未知量和已知量的关系。

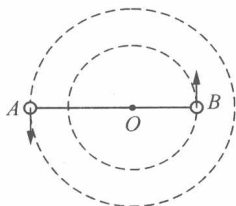
1.01 2006年天津理综卷第25题

神奇的黑洞是近代引力理论所预言的一种特殊天体,探寻黑洞的方案之一是观测双星系统的运动规律。天文学家观测河外星系大麦哲伦云时,发现了LMCX-3双星系统,它由可见星A和不可见的暗星B构成。两星视为质点,不考虑其他天体的影响,A、B围绕两者连线上的O点做匀速圆周运动,它们之间的距离保持不变,如图所示。引力常量为G,由观测能够得到可见星A的速率 v 和运行周期 T 。

(1) 可见星A所受暗星B的引力 F_A 可等效为位于O点处质量为 m' 的星体(视为质点)对它的引力,设A和B的质量分别为 m_1 、 m_2 ,试求 m' (用 m_1 、 m_2 表示);

(2) 求暗星B的质量 m_2 与可见星A的速率 v 、运行周期 T 和质量 m_1 之间的关系式;

(3) 恒星演化到末期,如果其质量大于太阳质量 m_s 的2倍,它将有可能成为黑洞。若可见星A的速率 $v = 2.7 \times 10^5 \text{ m/s}$,运行周期 $T = 4.7\pi \times 10^4 \text{ s}$,质量 $m_1 = 6m_s$,试通过估算来判断暗星B有可能是黑洞吗?($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $m_s = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$)



知识储备

1. 万有引力定律:两物体间万有引力的大小与两物体的质量的乘积成正比,与两物体间距离的平方成反比。
2. 双星系统运行规律:运行角速度(周期)相等。
3. 牛顿运动定律。



过程展示 (本题附视频讲解)

打开文件“2006年天津理综卷第25题.ppt”,点击“开始演示”按钮,观察双星的运动情况;再点击“显示轨迹”、“显示半径”按钮,可以看到星A和星B共同绕O点以相同的角速度做匀速圆周运动。



思路点拨

双星做匀速圆周运动的角速度相等,且向心力都由相互作用的万有引力提供,这是一对作用力和反作用力,从而二者向心力大小也相等,据此可导出其中一星绕中心旋转的半径大小与双星距离大小间所满足的关系;由万有引力定律可表达出双星间的万有引力,其大小等于位于中心的另一星体所提供的万有引力,从而结合距离大小关系可求出等效星体的质量。根据万有引力提供向心力列式,将距离用 v 、 T 来表示即可推导出暗星B的质量 m_2 与可见星A的速率 v 、运行周期 T 和质量 m_1 之间的关系式。根据(2)中所导出的关系,代入题目中的条件可求得暗星B的质量与太阳质量间的大小关系,从而判断出是否可能为黑洞。



满分解答

(1) 设A、B的圆轨道半径分别为 r_1 、 r_2 ,由题意知,A、B做匀速圆周运动的角速度相同,设

其为 ω 。由牛顿运动定律,有

$$F_A = m_1 \omega^2 r_1, F_B = m_2 \omega^2 r_2, F_A = F_B。$$

设 A、B 之间的距离为 r , 又 $r = r_1 + r_2$, 由上述各式得

$$r = \frac{m_1 + m_2}{m_2} r_1。 \quad ①$$

由万有引力定律,有 $F_A = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, 将①代入得

$$F_A = G \frac{m_1 m_2^3}{(m_1 + m_2)^2 r_1^2}。$$

令 $F_A = G \frac{m_1 m'}{r_1^2}$, 比较可得

$$m' = \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2}。 \quad ②$$

(2) 由牛顿第二定律,有

$$G \frac{m_1 m'}{r_1^2} = m_1 \frac{v^2}{r_1}。 \quad ③$$

又可见星 A 的轨道半径

$$r_1 = \frac{vT}{2\pi}。 \quad ④$$

由②③④式解得

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}。 \quad ⑤$$

(3) 将 $m_1 = 6m_s$ 代入⑤式,得 $\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{v^3 T}{2\pi G}$, 代入数据得

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = 3.5m_s。 \quad ⑥$$

由 $m_2 = nm_s (n > 0)$, 将其代入⑥式得

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{n}{\left(\frac{6}{n} + 1\right)^2} m_s = 3.5m_s。 \quad ⑦$$

可见, $\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2}$ 的值随 n 的增大而增大。试令 $n = 2$, 得

$$\frac{n}{\left(\frac{6}{n} + 1\right)^2} m_s = 0.125m_s < 3.5m_s。$$

若使⑦式成立,则 n 必大于 2, 即暗星 B 的质量 m_2 必大于 $2m_s$, 由此得出结论:暗星 B 有可能是黑洞。



考点伸展

试比较可见星 A 与暗星 B 质量的大小。

解: 由⑦式知, $\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{n}{\left(\frac{6}{n} + 1\right)^2} m_s = 3.5m_s$, 由于 $\left(\frac{6}{n} + 1\right)^2 > 1$, 所以要使等式成

立, 必然有 $n > 3.5$, 即 $n > 2$, 即暗星 B 有可能是黑洞(问题(3)的另一种解法)。

由上可知 $\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2}$ 的值随 n 的增大而增大, 不妨令 $n = 6$, 即 $m_1 = m_2$, 可得

$$\frac{m_2^3}{(6m_s + m_2)^2} = \frac{(6m_s)^3}{(6m_s + 6m_s)^2} = 1.5m_s < 3.5m_s。$$

故有 $n > 6$, 即 $m_2 > m_1$ 。

1.02 2009年天津理综卷第12题

2008年12月,天文学家们通过观测的数据确认了银河系中央的黑洞“人马座A*”的质量与太阳质量的倍数关系。研究发现,有一星体S2绕人马座A*做椭圆运动,其轨道半长轴为 9.50×10^2 天文单位(地球公转轨道的半径为一个天文单位),人马座A*就处在该椭圆的一个焦点上。观测得到S2星的运行周期为15.2年。

(1)若将S2星的运行轨道视为半径 $r = 9.50 \times 10^2$ 天文单位的圆轨道,试估算人马座A*的质量 M_A 是太阳质量 M_S 的多少倍(结果保留一位有效数字);

(2)黑洞的第二宇宙速度极大,处于黑洞表面的粒子即使以光速运动,其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚。由于引力的作用,黑洞表面处质量为 m 的粒子具有的势能为 $E_p = -G \frac{Mm}{R}$ (设粒子在离黑洞无限远处的势能为零),式中 M 、 R 分别表示黑洞的质量和半径。已知引力常量 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$,光速 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$,太阳质量 $M_S = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$,太阳半径 $R_S = 7.0 \times 10^8 \text{ m}$,不考虑相对论效应,利用上问结果,在经典力学范围内求人马座A*的半径 R_A 与太阳半径 R_S 之比应小于多少(结果按四舍五入保留整数)。



知识储备

1. 万有引力定律:自然界中任何两个物体都是相互吸引的,引力的大小跟这两个物体的质量的乘积成正比,跟它们的距离的二次方成反比,即 $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ 。

2. 向心加速度与角速度、周期的关系: $a = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ 。

3. 天体做匀速圆周运动,万有引力提供向心力;粒子在离开黑洞的过程中,只有引力做功,粒子机械能守恒。



过程展示

打开文件“2009年天津理综卷第12题.ppt”:

(1) S2星绕人马座A*、地球绕太阳做匀速圆周运动,万有引力提供向心力;

(2) 粒子在黑洞表面以光速运行,不能脱离黑洞的束缚而飞到无限远处;

(3) 粒子在飞离黑洞过程中,只受引力作用,机械能守恒,粒子总机械能小于零。



思路点拨

天体做匀速圆周运动,万有引力提供向心力,根据牛顿第二定律,可建立中心天体质量与绕行天体的周期、轨道半径的关系,从而确定中心天体——人马座A*与太阳的质量之比。

引力对粒子作用不到的地方即为无限远,此时粒子的势能为零。“处于黑洞表面的粒子即使以光速运动,其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚”,说明了黑洞表面处以光速运动的粒子在远离黑洞的过程中克服引力做功,粒子在到达无限远之前,其动能便减小为零。利用粒子机械能守恒的这一规律便可确定人马座A*的半径 R_A 的范围。



满分解答

解析: (1) 做圆周运动的向心力由人马座 A* 对 S2 星的万有引力提供, 设 S2 星的质量为 m_{S2} , 角速度为 ω , 周期为 T , 则

$$G \frac{M_{A} m_{S2}}{r^2} = m_{S2} \omega^2 r, \quad \omega = \frac{2\pi}{T};$$

设地球质量为 m_E , 公转轨道半径为 r_E , 周期为 T_E , 则 $G \frac{M_S m_E}{r_E^2} = m_E \left(\frac{2\pi}{T_E} \right)^2 r_E$ 。

综合上述三式得
$$\frac{M_A}{M_S} = \left(\frac{r}{r_E} \right)^3 \left(\frac{T_E}{T} \right)^2。$$

式中 $T_E = 1$ 年, $r_E = 1$ 天文单位;

代入数据可得 $\frac{M_A}{M_S} = 4 \times 10^6$ 。

(2) 引力对粒子作用不到的地方即为无限远, 此时粒子的势能为零。“处于黑洞表面的粒子即使以光速运动, 其具有的动能也不足以克服黑洞对它的引力束缚”, 说明了黑洞表面处以光速运动的粒子在远离黑洞的过程中克服引力做功, 粒子在到达无限远之前, 其动能便减小为零, 此时势能仍为负值, 则其机械能总和小于零, 则有

$$\frac{1}{2} mc^2 - G \frac{Mm}{R} < 0,$$

依题意可知 $R = R_A$, $M = M_A$, 可得 $R_A < \frac{2GM_A}{c^2}$ 。

代入数据得 $R_A < 1.2 \times 10^{10}$ m, $\frac{R_A}{R_S} < 17$ 。



考点伸展

有一科幻小说家将星体 S2 环绕在银河系中央的黑洞人马座 A* 做半径为 r 的匀速圆周运动看成一个孤立系统。若已知 S2 星和人马座 A* 的质量分别为 m_{S2} 和 M_A , 则为使这个星体 S2 从原来轨道出发, 脱离人马座 A* 的引力作用, 至少需要对它做多少功?

提示: 由于引力的作用, 黑洞附近的物体具有的势能为 $E_p = -G \frac{M_A m}{R}$ (设物体在离黑洞无限远处的势能为零), 式中 G 为引力常量, m 为物体的质量, R 为物体距黑洞中心的距离。

解: 星体 S2 绕人马座 A* 做匀速圆周运动, 万有引力提供向心力。

由 $G \frac{M_A m_{S2}}{r^2} = m_{S2} \frac{v^2}{r}$ 得星体 S2 在原轨道上的动能为

$$\frac{1}{2} m_{S2} v^2 = \frac{GM_A m_{S2}}{2r},$$

机械能为
$$E_1 = -\frac{GM_A m_{S2}}{r} + \frac{1}{2} m_{S2} v^2 = -\frac{GM_A m_{S2}}{2r},$$

星体 S2 要脱离人马座 A* 的引力, 机械能最小值为 $E_{\infty} = 0$ 。

故需要对它做功至少为 $W = E_{\infty} - E_1 = \frac{GM_A m_{S2}}{2r}$ 。

1.03 2006年广东物理卷第17题

宇宙中存在一些离其他恒星较远的、由质量相等的三颗星组成的三星系统，通常可忽略其他星体对它们的引力作用。已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式：一种是三颗星位于同一直线上，两颗星围绕中央星在同一半径为 R 的圆轨道上运行；另一种形式是三颗星位于等边三角形的三个顶点上，并沿外接于等边三角形的圆形轨道运行。设每个星体的质量均为 m 。

- (1) 试求第一种形式下，星体运动的线速度和周期。
- (2) 假设两种形式星体的运动周期相同，第二种形式下星体之间的距离应为多少？



知识储备

1. 天体做匀速圆周运动，万有引力提供向心力： $F = \frac{GMm}{R^2}$ ， $F = m\omega^2 R = m \frac{v^2}{R} = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}$ 。
2. 向心力可以是某一个力，也可以是几个力的合力，也可以是某一个力的分力，视具体的条件而定。



过程展示

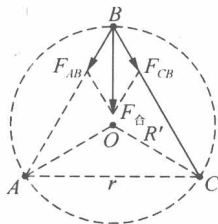
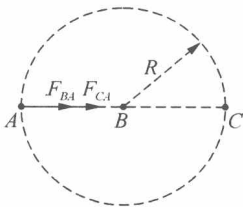
打开文件“2006年广东物理卷第17题.wmv”，观察两种不同情况下的三星系统的运动。



思路点拨

第一种情况：三颗星 A 、 B 、 C 位于同一直线上，星 A 、星 C 围绕中央星 B 在同一半径为 R 的圆轨道上运行，每一颗星分别受到另外两颗星的万有引力的作用，这两个引力的合力提供向心力，列式可解得 v 和 T 。

第二种情况：三颗星 A 、 B 、 C 成正三角形，每一颗星分别受到另外两颗星的万有引力的作用，但这两个万有引力不在一条直线上，这两个引力的合力指向三角形的外心，根据对称性可知这个外心也即恒星运行轨道的圆心。于是合力提供向心力，列式可解得星体间距 R' 。



满分解答

解：如图所示：

- (1) 对于第一种情况，以星 A 为研究对象，它受到星 B 和星 C 的万有引力为 F_{BA} 、 F_{CA} ，则

$$F_{BA} = G \frac{m^2}{R^2}, F_{CA} = G \frac{m^2}{(2R)^2};$$

$$F_{BA} + F_{CA} = m \frac{v^2}{R},$$

解得运动星体的线速度

$$v = \frac{\sqrt{5GmR}}{2R};$$

周期为 T , 则

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 4\pi \sqrt{\frac{R^3}{5Gm}}.$$

(2) 设第二种形式星体间距离为 r , 则三个星体做圆周运动的半径为

$$R' = \frac{r/2}{\cos 30^\circ}.$$

由于星体做圆周运动的向心力靠其他两个星体的万有引力的合力提供, 由力合成和牛顿运动定律得:

$$F_{\text{合}} = 2G \frac{m^2}{r^2} \cos 30^\circ,$$

$$F_{\text{合}} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R',$$

联立以上各式得星体之间的距离 $r = \left(\frac{12}{5}\right)^{\frac{1}{3}} R$.

考点伸展

在本题中, 假设两种形式星体的线速度相同, 第二种形式下星体之间的距离应为多少?

解: 如上图所示:

$$v = \frac{\sqrt{5GmR}}{2R},$$

$$F_{\text{合}} = 2G \frac{m^2}{r^2} \cos 30^\circ,$$

$$F_{\text{合}} = m \frac{v^2}{R'},$$

联立以上各式得星体之间的距离 $r = 0.8R$.

1.04 2008 年全国理综卷 II 第 25 题

我国发射“嫦娥一号”探月卫星沿近似于圆形轨道绕月飞行。为了获得月球表面全貌的信息,让卫星轨道平面缓慢变化。卫星将获得的信息持续用微波信号发回地球。设地球和月球的质量分别为 M 和 m ,地球和月球的半径分别为 R 和 R_1 ,月球绕地球的轨道半径和卫星绕月球的轨道半径分别为 r 和 r_1 ,月球绕地球转动的周期为 T 。假定在卫星绕月运行的一个周期内卫星轨道平面与地月连心线共面,求在该周期内卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达地球的时间(用 M 、 m 、 R 、 R_1 、 r 、 r_1 和 T 表示,忽略月球绕地球转动对遮挡时间的影响)。



知识储备

1. 万有引力定律:自然界中任何两个物体都是相互吸引的,引力的大小跟这两个物体的质量的乘积成正比,跟它们的距离的二次方成反比,即 $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ 。
2. 天体做匀速圆周运动,万有引力提供向心力。
3. 向心加速度与周期之间的关系: $a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ 。



过程展示

打开文件“2008 年全国理综卷 II 第 25 题. ppt”:

- (1) 卫星轨道平面与地月连心线共面,卫星绕月球做匀速圆周运动;
- (2) 设想地球是一个发光球体,由于月球的遮挡,在月球背面出现影子区域;
- (3) 处于影子区域中的卫星,由光路可逆,其发射的信号不能到达地球。



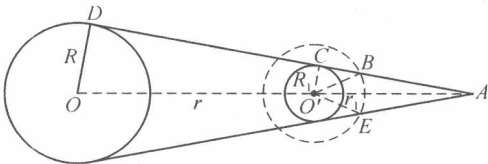
思路点拨

卫星绕月运行的一个周期内卫星轨道平面与地月连心线共面,为求在该周期内卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达地球的时间,要先求出对应这段时间内,卫星所转过的圆心角及卫星的周期。设想地球是一个发光球体,光沿直线向前传播时,由于月球的遮挡,在月球背面会出现影子区域;当卫星进入影子区域中,由光路可逆,其发射的信号也将不能到达地球。据此先画出几何关系图,再根据已知条件便可确定圆心角的大小。卫星绕月球,月球绕地球均做匀速圆周运动,万有引力提供向心力,应用牛顿第二定律,可求出卫星的运动周期。



满分解答

解: 如图, O 和 O' 分别表示地球和月球的中心。在卫星轨道平面上, A 是地月连心线 OO' 与地月球面的公切线 CD 的交点, D 、 C 和 B 分别是该公切线与地球表面、月球表面和卫星圆轨道的交点。根据对称性,过 A 点在另一侧作地月球面的公切线,交卫星轨道于 E 点。卫星在 BE 弧上运动时发出的信号



被遮挡。

设探月卫星的质量为 m_0 , 万有引力常量为 G , 根据万有引力定律有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r, \quad (1)$$

$$G \frac{mm_0}{r_1^2} = m_0 \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 r_1; \quad (2)$$

式中, T_1 是探月卫星绕月球转动的周期。

由①②式得
$$\left(\frac{T_1}{T} \right)^2 = \frac{M}{m} \left(\frac{r_1}{r} \right)^3 \quad (3)$$

设卫星的微波信号被遮挡的时间为 t , 则由于卫星绕月做匀速圆周运动, 应有

$$\frac{t}{T_1} = \frac{\alpha - \beta}{\pi} \quad (4)$$

式中, $\alpha = \angle CO'A$, $\beta = \angle CO'B$. 由几何关系得

$$r \cos \alpha = R - R_1 \quad (5)$$

$$r_1 \cos \beta = R_1 \quad (6)$$

由③④⑤⑥式得

$$t = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{Mr_1^3}{mr^3}} \left(\arccos \frac{R-R_1}{r} - \arccos \frac{R_1}{r_1} \right).$$

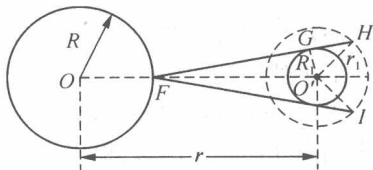
$$\left[t = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{Mr_1^3}{mr^3}} \left(\arcsin \frac{R_1}{r_1} - \arcsin \frac{R-R_1}{r} \right) \right] \text{的也可}$$



考点伸展

假定有一微波信号接收站位于地面与地月连心线的交点上, 试求在该周期内卫星发射的微波信号因月球遮挡而不能到达该接收站的时间 t' 。

解: 如图, O 和 O' 分别表示地球和月球的中心, F 表示地面微波信号接收站。过 F 作月球面的切线, G 为切点, H 为切线与卫星轨道的交点。根据对称性, 过 F 点在另一侧作月球面的切线, 交卫星轨道于 I 点。卫星在 HI 弧上运动时发出的信号被遮挡。



由于卫星绕月做匀速圆周运动, 有

$$\frac{t'}{T_1} = \frac{\theta + \varphi}{\pi},$$

式中 $\theta = \angle GHO' = \arcsin \frac{R_1}{r_1}$, $\varphi = \angle HFO' = \arcsin \frac{R_1}{r-R}$ 。

由上述三式结合③式可得 $t' = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{Mr_1^3}{mr^3}} \left(\arcsin \frac{R_1}{r_1} + \arcsin \frac{R_1}{r-R} \right)$ 。