



状元笔记

教材详解

七年级数学 下

R

丛书主编：洪林旺 本册主编：金立淑 肖进阳



YZL10890150389

昔日状元读书留笔记
今朝我用笔记中状元

ZHUANGYUAN BIJI
JIAOCAI XIANGJIE



★内含教材习题答案★



龍門書局

龙门品牌·学子至爱
www.longmenbooks.com

状元笔记

教材详解

ZHUANGYUAN BIJI
JIAOCAI XIANGJIE

七年级数学下



丛书主编：洪林旺
本书主编：金立淑 肖进阳
编委：阮良 鲍家晓 张萍 彭方明
江乐正 王西林 董亚玲 程楠
任青 金继承 熊再定 黄芳秀
蔡业余 张素蓉 蔡光辉 饶建霞
王勇 王良全 罗习书 何正东
曾炎风 邓碧珍 王莉霞 付爽英
张勇超 张维新 何立志

龍



YZLI0890160389

版权所有 侵权必究

举报电话:010-64031958;13801093426

邮购电话:010-64034160

图书在版编目(CIP)数据

状元笔记教材详解. 七年级数学. 下:R/洪林旺丛书主编;金立淑,肖进阳本册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2011

ISBN 978-7-5088-0149-0

I. 状… II. ①洪…②金…③肖… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 139910 号

责任编辑:张凤玲 赵瑞云/封面设计:魏晋文化



龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

www.longmenbooks.com

北京龙兴印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2004年11月第一版 开本:A5(890×1240)

2011年11月第五次修订版 印张:9 3/4

2011年11月第九次印刷 字数:393 000

定 价:20.80 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

他山之石，可以攻玉

——《状元笔记·教材详解》前言

是否，在冥思苦想之余，仍感困惑？

是否，在洗耳恭听之时，还是无助？

是否，在挑灯夜战之后，犹觉茫然？

问鼎状元，如千军万马过独木桥。父母、老师不要求每一位孩子、每一位学生都能力争状元，但如果我们都来借鉴、掌握状元的学习方法、学习技巧，那么，我们就能跳出题海，用较少的时间取得良好的学习效果。因此，龙门书局将全国各省高考状元的各个学科的学习心得和方法技巧，经过名师整理、挖掘与提升出来，形成《状元笔记·教材详解》，与同学们一起分享。

它用“详解”破译你的困惑；用“技巧”解除你的无助；用“警示”驱走你的茫然。

翻开这本笔记，你将看到的经典栏目有：

教材详解：全面、细致地讲解教材上的知识点，深入剖析其内涵，并配典型例题对其进行巩固。一讲一练夯实基础，使你考试稳拿基础分。

解题技巧：归纳各节的解题方法和技巧，辅以例题，通过对例题的分析和点评，让你掌握解题所用的通性通法以及小窍门，快速提高解题能力。

状元笔记：总结规律、提炼学习方法和技巧，让你掌握状元的学习方法。

陷阱警示：梳理学习过程中遇到的易错点和易混点，通过错因透视，扫除学习中的困惑和障碍。

参考答案及点拨：给出本书所有习题以及教材习题的答案，并用精细的分析，对习题进行点拨。

亲爱的同学，“他山之石，可以攻玉”，取状元学习之精华，架成功积累之天梯。如能掌握本书的方法和技巧，到时，你将成为或班级、或学校、或县市、或全省乃至全国的佼佼者。

在学习过程中有什么疑问或本书如有遗漏之处，请与 zyxxbj@163.com 联系，不胜感谢！

洪林旺

2011年9月

《状元笔记·教材详解》学生顾问团



·赵永胜·

山西省文科状元

中国人民大学财政金融学院

星座：射手座

喜欢的运动：爬山 乒乓球

喜欢的书：伟人传记，如《毛泽东传》

人生格言：生命不息，奋斗不止

学习方法、技巧：兴趣第一，带着乐趣反复翻阅教科书，从最基本的知识入手，打牢“地基”，从基础知识中演绎难题，争取举一反三，融会贯通。合理安排时间，持之以恒，坚信“天道酬勤，勤能补拙”



·卢毅·

浙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：跑步 滑板

喜欢的书：卡尔维诺文集

人生格言：做自己

学习方法、技巧：注重知识点的系统性，将每门学科的知识点作一个系统的梳理，无论是预习时或复习时，这样便可在课上学习时有的放矢，课后复习时查漏补缺。坚持锻炼，劳逸结合。



·武睿颖·

河北省文科状元

北京大学元培学院

星座：天秤座

喜欢的运动：游泳 网球

喜欢的书：A Thousand Splendid Suns

人生格言：赢得时间，赢得生命

学习方法、技巧：勤奋是中学学习的不二法门；同时要掌握良好的学习习惯，如制订学习目标、计划，定期总结公式、解题思路等，这样能事半功倍。最后要培养良好的心态，平和积极地面对学习中的得失。



·刘诗泽·

黑龙江省理科状元

北京大学元培学院

星座：金牛座

喜欢的运动：篮球 台球 排球

喜欢的书：《三国演义》

人生格言：战斗到最后一滴血

学习方法、技巧：多读书，多做题，多总结。看淡眼前成绩，注重长期积累。坚持锻炼，劳逸结合。



·邱隰·

四川省文科状元

北京大学

星座：处女座

喜欢的运动：篮球 乒乓球

喜欢的书：《哈利·波特》

人生格言：非淡泊无以明志，

非宁静无以致远

学习方法、技巧：1.要保持一颗平常心来面对考试、繁重的学习任务和激烈的竞争。2.学会从各种测验考试中总结经验、教训，而不要仅仅局限于分数。3.学会计划每一天的学习任务，安排每一天的学习时间。4.坚持锻炼，劳逸结合。



·林叶·

江苏省文科状元

北京大学

星座：水瓶座

喜欢的运动：跑步 台球 放风筝

喜欢的书：《黑眼睛》《笑面人》

人生格言：不要省察的生活不值得过

学习方法、技巧：学习分两类，一类和理想真正有关，另一类只是不得过的门槛。不要总因为喜好就偏爱其中的一个，它不仅是必须的，而且你也许会发现，它本来也值得你热爱和认真对待。你自己的学习方法别人永远无法替代，它也是你生活的一部分，完善它，就像完善你自己。



·田木·

北京市理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：羽毛球

喜欢的书：历史类书籍

人生格言：认真、坚持

学习方法、技巧：认真听讲，勤于思考，作阶段性总结，及时调整学习计划，坚持阅读课外书和新闻，一以贯之，学不偏废。



·朱师达·

湖北省理科状元

北京大学元培学院

星座：水瓶座

喜欢的运动：足球 篮球 游泳

喜欢的书：《追风筝的人》《史记》

人生格言：有梦想就有可能，

有希望就不要放弃

学习方法、技巧：1.知识系统化、结构化是掌握知识的有用技巧和重要体现。2.知其然还要知其所以然，记忆才更牢固。3.整体把握兴趣和强弱科的平衡。4.正确认识自己的弱点，集中力量克服它。



目 录 CONTENTS

第五章 相交线与平行线

1

- 5.1 相交线 2
 - 5.1.1 相交线 2
 - 5.1.2 垂线 9
- 5.2 平行线及其判定 19
- 5.3 平行线的性质 32
- 5.4 平移 45
- 本章小结 58

第六章 平面直角坐标系

64

- 6.1 平面直角坐标系 65
- 6.2 坐标方法的简单应用 77
- 本章小结 88

第七章 三角形

95

- 7.1 与三角形有关的线段 96
- 7.2 与三角形有关的角 108
- 7.3 多边形及其内角和 119
- 7.4 课题学习 镶嵌 131
- 本章小结 137

第八章 二元一次方程组

146

- 8.1 二元一次方程组 147

8.2 消元——二元一次方程组的解法	157
8.3 实际问题与二元一次方程组	172
*8.4 三元一次方程组解法举例	187
本章小结	199

第九章 不等式与不等式组

207

9.1 不等式	208
9.2 实际问题与一元一次不等式	220
9.3 一元一次不等式组	231
本章小结	246

第十章 数据的收集、整理与描述

256

10.1 统计调查	257
10.2 直方图	274
10.3 课题学习 从数据谈节水	274
本章小结	287

期末复习

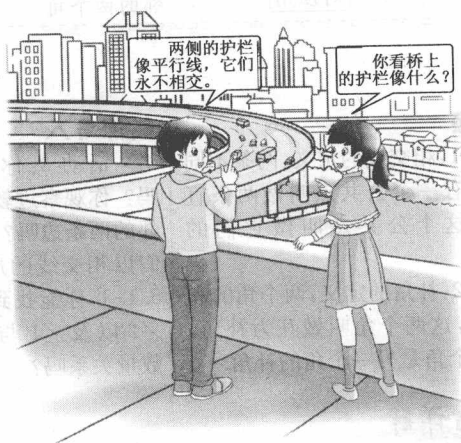
293

期末综合测试题	300
---------------	-----

第五章

相交线与平行线

生活中丰富多彩的图形世界离不开直线、射线和线段。我们对祖国的情感像平行线一样永恒，让我们在相交线和平行线的交织中去享受无穷的乐趣吧！



本章学习目标

- ◆ 了解补角、余角、对顶角，知道同角或等角的余角相等，同角或等角的补角相等，对顶角相等。
- ◆ 了解垂线、垂线段等概念，了解垂线段最短的性质，体会点到直线的距离的意义。
- ◆ 知道过一点有且仅有一条直线垂直于已知直线，会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线。
- ◆ 知道两直线平行同位角相等，进一步探索平行线的性质。
- ◆ 知道过直线外一点有且仅有一条直线平行于已知直线，会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。
- ◆ 体会两条平行线之间的距离的意义，会度量两条平行线之间的距离。

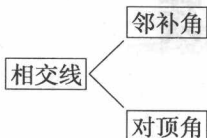
5.1 相交线

5.1.1 相交线



整体感知

概念图



邻补角:两条直线相交所形成的四个角中,相邻的两个角.

对顶角:两条直线相交所形成的四个角中,不相邻的两个角.

要点

知识回顾

活动 1:相交线的定义:两条不同的直线只有一个公共点叫做两条直线相交,这个公共点叫做它们的交点.

活动 2:补角的定义:两个角的和为 180° 时,这两个角叫做互为补角,即其中一个角是另一个角的补角.

新课导入

活动 3:你看过立交桥吗?你观察过教室和黑板相邻的两条边吗?这些都给我们以相交线的形象.观察图 5.1-1,你能找到图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 以及 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 之间的数量关系吗?

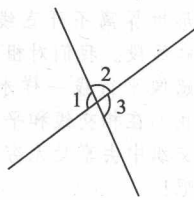


图 5.1-1



教材详解

知识点一 邻补角

两条直线相交所形成的四个角中,相邻的两个角称为互为邻补角.

详解 (1)邻补角的定义既包含了位置关系,又包含了数量关系.“邻”指的是位置相邻,“补”指的是两个角的和为 180° .

(2)邻补角是成对出现的,而且是“互为”邻补角.

(3)互为邻补角的两个角一定互补,但互补的两个角不一定互为邻补角.

【例 1】如图 5.1-2,直线 AB, CD 相交于点 $O, \angle 1 = 65^\circ$, 求 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.

解析:根据邻补角的数量特征进行计算.

解: $\because \angle 1$ 是 $\angle 2$ 的邻补角, $\angle 1 = 65^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

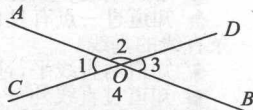


图 5.1-2



又 $\because \angle 2$ 和 $\angle 3$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是邻补角，
 $\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2 = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ，
 $\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ 。

状元
笔记

方法技巧：(1)两条直线相交所成的四个角中，只要已知其中一个角，就可以求出另外三角；(2)求出 $\angle 2$ 后可以用下面将要学习的“对顶角相等”，求 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 。

知识点二 对顶角及性质

1. 定义：由两条直线相交构成的四个角中，有公共顶点没有公共边(相对)的两个角，互为对顶角。

2. 性质：对顶角相等。

详解 (1)由定义可知只有两条直线相交时，才能产生对顶角。

(2)对顶角是具有特殊位置关系的两个角，并非相等的角就是对顶角。

(3)如图 5.1-3 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都不是对顶角。

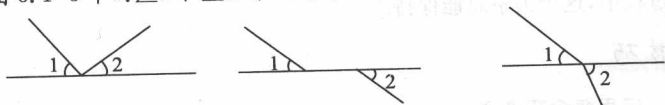


图 5.1-3

【例 2】古城黄冈旅游资源十分丰富，“桃林春色、柏子秋阴”便是其八景之一，为了实地测量“柏子”、“古塔”外墙底部的底角(如图 5.1-4 中 $\angle ABC$)的大小，杨思航同学设计了两种测量方案：

方案 1：作 AB 的延长线，量出 $\angle CBD$ 的度数，便知 $\angle ABC$ 的度数。

方案 2：作 AB 的延长线， CB 的延长线，量出 $\angle DBE$ 的度数，便知 $\angle ABC$ 的度数。

同学们，你能解释她这样做的道理吗？

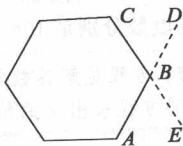


图 5.1-4

解析：利用所学的邻补角、对顶角的特征及性质作答。

解：显然，直接测量底角的度数是很难的，杨思航同学运用转化的思想方法，利用邻补角、对顶角的性质进行迁移。其中，方案 1 采用了邻补角的性质，因为 $\angle CBD + \angle ABC = 180^\circ$ ，即 $\angle ABC = 180^\circ - \angle CBD$ ，所以，只要量出 $\angle CBD$ 的度数便可求出 $\angle ABC$ 的度数；方案 2 中采用了对顶角的性质，因为 $\angle DBE = \angle ABC$ ，所以，只要量出了 $\angle DBE$ 的度数便可以知道 $\angle ABC$ 的度数。

状元笔记

方法技巧: 两条直线相交,是产生邻补角、对顶角的前提,抓住这一点,对这两种类型的角的认识大有帮助。



疑难透析

教材 P₂ 探究:任意画两条相交的直线,在形成的四个角(见教材图 5.1-2)中,两两相配共能组成几对对角? 各对角存在怎样的位置关系? 根据这种位置关系将它们分类。

分别量一下各个角的度数,各类角的度数有什么关系? 为什么? 在教材图 5.1-1 转动剪刀把手的过程中,这个关系还保持吗?

点拨:任意画两条相交的直线,两两相配共组成 6 对对角,在这 6 对对角中,它们的位置关系有两种:①有公共顶点,一边重合,另一边互为反向延长线;②有公共顶点,角的两边互为反向延长线。这 6 对对角为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 1$ 与 $\angle 4$, $\angle 2$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, 其中 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 。在位置上 $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 有公共顶点,角的两边互为反向延长线, $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, $\angle 1$ 与 $\angle 4$, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 有公共顶点,一边重合,另一边互为反向延长线。转动剪刀的过程中,这个关系总能保持。



解题技巧

技巧 1 运用概念巧变通

1. 邻补角的应用

【例 3】 如图 5.1-5,两直线相交,已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数之比为 $3:2$,求 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数。

解析:观察图知, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是一对邻补角,其和为 180° 。所以可根据已知条件,设出未知数,列方程求解。

解:设 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的度数分别为 $3x$ 和 $2x$,根据题意,得 $3x + 2x = 180^\circ$,

解这个方程得 $x = 36^\circ$,所以 $3x = 108^\circ$, $2x = 72^\circ$ 。

答:这两个角的度数分别是 108° , 72° 。

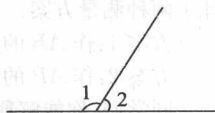


图 5.1-5

状元笔记

方法技巧: 方程是解答数学问题的重要工具,本例应用方程求解方便快捷。

易错点:列方程求出 x 的值后还要具体求出这两个角的度数。

2. 对顶角的应用

【例 4】 如图 5.1-6 所示,直线 EF 和直线 AB 、 CD 分别相交于点 G 、 H ,已知 $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 1 = 40^\circ$,求 $\angle 4$ 的度数。

解析:要求 $\angle 4$ 的度数,由于 $\angle 1 = 40^\circ$,所以应根据已知条件和图形,探究 $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 之间的关系,由于直线 EF 和直线 AB 、 CD 分别相交,所以 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是对顶角,根据对顶角相等,可得 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,再根据 $\angle 2 = \angle 3$,可得到 $\angle 1 = \angle 4$ 。

解:由已知可得, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角, $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是对顶

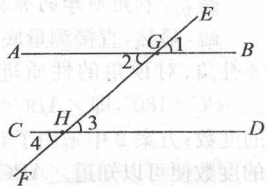


图 5.1-6

角, 故有: $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$.

又因为 $\angle 2 = \angle 3$, 所以 $\angle 1 = \angle 4$.

因为 $\angle 1 = 40^\circ$, 所以 $\angle 4 = 40^\circ$.

状元笔记

方法技巧: 在角度的计算中, 对顶角是隐含在图形中的, 应注意发现和灵活运用.

3. 综合运用

【例 5】 如图 5.1-7 所示, 已知直线 AB, CD 相交于点 O, OE 平分 $\angle BOD, OF$ 平分 $\angle COE, \angle 2 : \angle 1 = 4 : 1$, 求 $\angle AOF$.

解析: $\angle AOF = \angle AOC + \angle COF$, $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 为对顶角, $\angle 1$ 与 $\angle COE$ 为邻补角, $\angle 2$ 与 $\angle BOD$ 为邻补角, 可设 $\angle 1 = x$, 则 $\angle 2 = 4x$, 列方程可得 $\angle 1$ 的度数, 问题可解.

解: 设 $\angle 1 = x$, 则 $\angle 2 = 4x$.

$\because OE$ 平分 $\angle BOD, \therefore \angle BOD = 2\angle 1 = 2x$.

$\because \angle 2 + \angle BOD = 180^\circ$, 即 $4x + 2x = 180^\circ, \therefore x = 30^\circ$.

$\because \angle DOE + \angle COE = 180^\circ, \therefore \angle COE = 150^\circ$.

又 $\because OF$ 平分 $\angle COE, \therefore \angle COF = \frac{1}{2} \angle COE = 75^\circ$.

$\because \angle AOC = \angle BOD = 60^\circ, \therefore \angle AOF = \angle AOC + \angle COF = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ$.

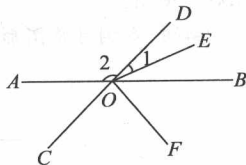


图 5.1-7

状元笔记

方法技巧: 涉及有比值的题设条件, 如 $a : b = m : n$, 在解题时设 $a = mx, b = nx$. 这是常用的用方程思想解题的方法.

变式引申: 已知 α 的补角是一个锐角, 有 3 人在计算 $\frac{2}{5}\alpha$ 时的答案分别是 $32^\circ, 87^\circ, 58^\circ$, 其中只有一个答案是正确的. 求 α 的度数.

解析: 本题考查补角的应用和假设的方法, 本题可以采用两种方法; 一种是顺序推导法; 另一种是验算法.

解法 1: $\because \alpha$ 的补角是一个锐角,

$\therefore \alpha$ 是一个钝角, 即 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

$\therefore 36^\circ < \frac{2}{5}\alpha < 72^\circ$.

由已知三人计算出的答案分别为 $32^\circ, 87^\circ, 58^\circ$,

可知 $\frac{2}{5}\alpha = 58^\circ$.

$\therefore \alpha = 145^\circ$.

解法 2: 由题意可知 α 是一个钝角, 即 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 32^\circ$ 那么 $\alpha = 80^\circ$, 不满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 87^\circ$ 那么 $\alpha = 217.5^\circ$, 不满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

如果 $\frac{2}{5}\alpha = 58^\circ$ 那么 $\alpha = 145^\circ$, 满足 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

所以此人计算的答案正确. 所以 $\alpha=145^\circ$.

状元笔记

方法技巧: 在处理数学问题中的误选答案问题时,常采用验算法. 例如本题的第2种解法,就是利用互补的概念,把 α 的度数定在 $90^\circ\sim 180^\circ$,进而利用假设方法求出相应的 α 的度数.

技巧2 抓住“要害”巧探索

1. “拆分”图形法

【例6】 如图 5.1-8①所示,已知直线 a, b, c, d 是经过点 O 的四条直线,则图中共有几对对顶角?

解析:本例可将图形拆分如下 5.1-8②,

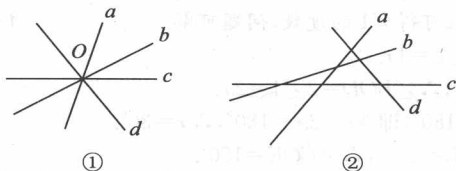


图 5.1-8

通过观察图形,不难发现 a, b, c, d 四条直线两两相交,最多有 6 个交点,而每个交点处有两对对顶角,故共有 12 对对顶角.

解:图中共有 12 对对顶角.

状元笔记

方法技巧: 本例分析问题的方法是通过直线的移动,将直线相交于一点转化为直线两两相交. 这样移动,可将抽象的问题直观化. 因为 n 条直线两两相交,最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点,每个交点处有两组对顶角. 故 n 条直线相交于一点共有 $n(n-1)$ 组对顶角.

2. 探索规律法

【例7】 试探索图 5.1-9 甲中,当有 100 条直线相交于一点 O 时,可得到几对对顶角?

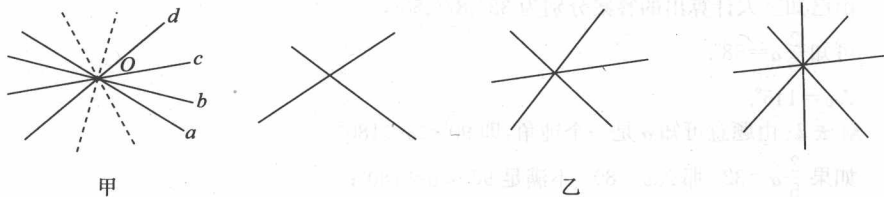


图 5.1-9

解析:通过上例我们可知:两条直线相交于一点 O ,共有 2 对对顶角;三条直线相交于一点 O ,共有 6 对对顶角;四条直线相交于一点 O ,共有 12 对对顶角,如图乙,由此看出,

对顶角的对数与直线的条数具有下列关系:

(1)当两条直线交于一点时,可得到 $2 \times (2-1) = 2$ 对对顶角.

(2)当3条直线交于一点时,可得到 $3 \times (3-1) = 6$ 对对顶角.

(3)当4条直线交于一点时,可得到 $4 \times (4-1) = 12$ 对对顶角.

(4)当5条直线交于一点时,可得到 $5 \times (5-1) = 20$ 对对顶角.

以此类推:当 n 条直线相交于一点时,可得到 $n(n-1)$ 对对顶角(n 是大于1的整数).

解:100条直线相交于一点,共有 $100 \times (100-1) = 9900$ 对对顶角.

状元笔记

方法规律: 此题为找规律的题目. 研究特例、分析特例、对比特例对于解决这类问题显得尤为重要.

陷阱警示

陷阱警示

概念理解不透,主观臆断.

易错点1 邻补角的概念

邻补角的概念易和补角的概念相混淆造成理解上的错误. 邻补角从位置关系和数量关系两个方面对它做了限制,而补角仅对数量关系做了规定,有的同学容易把这两个概念混为一谈,造成错误.

【例8】 如图5.1-10所示, $\angle EOC = \angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$, 问图中有与 $\angle BOC$ 互补的角吗?

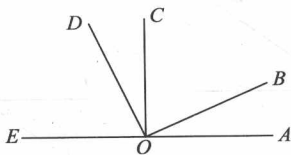


图 5.1-10

正解: 与 $\angle BOC$ 互补的角是 $\angle AOD$. | **错解:** 没有与 $\angle BOC$ 互补的角.

错因分析: 不仅有的同学认为与 $\angle BOC$ 互补的角不存在,甚至某些参考资料上也说“图中没有与 $\angle BOC$ 互补的角.”图5.1-10中真的没有与 $\angle BOC$ 互补的角吗? 由 $\angle DOB = 90^\circ$ 知, $\angle BOC$ 与 $\angle DOC$ 互余,由 $\angle EOC = 90^\circ$ 知, $\angle EOD$ 与 $\angle DOC$ 互余,根据同角的余角相等,那么 $\angle EOD = \angle BOC$. 可见,要找与 $\angle BOC$ 互补的角,就是找与 $\angle EOD$ 互补的角,由图形易知 $\angle EOD$ 与 $\angle AOD$ 是一对邻补角,因而 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 互补.

对策: 正确区分补角与邻补角的性质.

易错点2 对顶角的概念

只有当两条直线相交时,才能产生对顶角;应用性质时,很多同学误认为“两个角相等,它们是对顶角”,因而产生解答时的错误.

【例9】如图 5.1-11 所示, M 、 N 是直线 AB 上两点, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是对顶角吗?

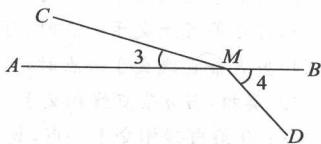
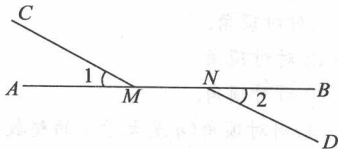


图 5.1-11

正解: $\angle 1$ 和 $\angle 2$, $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 都不是对顶角.

错解: $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 都是对顶角.

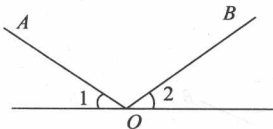
错因分析: 解答本题错误的原因是没有理解对顶角的定义, 不知道构成对顶角所需的条件, 即必须存在相交直线.

对策: 牢记两条直线相交, 才能产生对顶角.

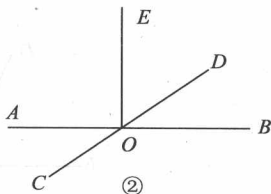


最新三年中考经典

【例10】(2010·南京)(1)如图 5.1-12①, O 为直线上一点, $\angle AOB = 100^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____.



①



②

图 1.5-12

(2)如图 5.1-12②, 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , E 是 $\angle AOD$ 内一点, 已知 $\angle AOE = 90^\circ$, $\angle BOD = 45^\circ$, 则 $\angle COE$ 的度数是 ()

- A. 125° B. 135° C. 145° D. 155°

解析: (1) $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle AOB = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

(2) $\because \angle BOD = \angle AOC = 45^\circ$, 而 $\angle AOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle COE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.

解: (1) 80° (2) B



参考答案及点拨

[教材习题]

练习(P₃)

若其中一个角为 35° , 则另外三个角分别为: $145^\circ, 35^\circ, 145^\circ$;

若其中一个角为 90° , 则另外三个角分别为: $90^\circ, 90^\circ, 90^\circ$;

若其中一个角为 115° ，则另外三个角分别为： $65^\circ, 115^\circ, 65^\circ$ ；

若其中一个角为 m° ，则另外三个角分别为： $180^\circ - m^\circ, m^\circ, 180^\circ - m^\circ$ 。

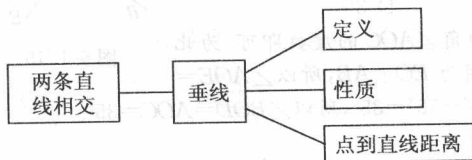
(点拨：紧扣对顶角和邻补角的概念，对顶角相等，邻补角互补是解本题的要害所在。)

5.1.2 垂线



整体感知

概念图



垂线：两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时。

性质：(1)过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；(2)垂线段最短。

要点

知识回顾

活动 1：邻补角和对顶角。

如图 5.1-13 所示，是一座纪念塔建筑的底面，小明想测量塔的底面在地面上形成的 $\angle AOB$ 的度数，但因进不了塔内，他一时没有办法，你能帮助小明吗？用你所学过的知识想一想，比一比，与同伴交流。

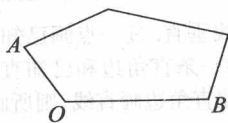


图 5.1-13

答案：活动 1：可以运用 $\angle AOB$ 的邻补角、对顶角来替代测量。

活动 2：这种特殊的相交情形，定义为互相垂直。

新课导入

活动 2：你见过像“+”这样的标志吗？有些国家的国旗也用它来作“图案”。由此图案，展开想象，那不是我们上节课所学习的相交线吗？用量角器把所组成的四个角量一下，你会发现，它们都是直角。这种特殊的相交情形，如何去定义呢？



教材详解

知识点一 垂线的定义

两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这两条直线互相垂直，其中一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫垂足。

讲解 (1)如图 5.1-14 所示，直线 AB, CD 互相垂直，记作 $AB \perp CD$ (或 $CD \perp AB$)，读作 AB 垂直于 CD ，如果垂足是 O ，记作 $AB \perp CD$ ，垂足为 O 。

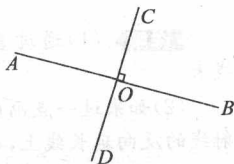


图 5.1-14

(2) 两条直线互相垂直是两条直线相交的特殊情况,特殊在交角都为 90° ,如果遇到线段与线段、线段与射线、射线与射线、线段与直线垂直时,特指它们所在的直线互相垂直.

(3) 垂直的定义具有二重性,既可以作垂直的判定,又可以作垂直的性质,如图 5.1-14.

① $\because \angle AOC = 90^\circ$ (已知), $\therefore CD \perp AB$ (垂直的判定).

② $\because AB \perp CD$ (已知), $\therefore \angle AOC = 90^\circ$ (垂直的性质).

【例 1】 (2011·山东济宁)如图 5.1-15,直线 AB 、 CD 相交于点 O , $EO \perp AB$ 于点 O , $\angle COE = 55^\circ$. 则 $\angle BOD$ 的度数为 ()

A. 40°

B. 45°

C. 30°

D. 35°

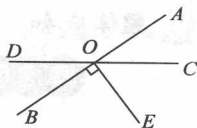


图 5.1-15

解析:要求 $\angle BOD$, 只要求出其对顶角 $\angle AOC$ 的度数即可. 为此要寻找 $\angle AOC$ 与 $\angle COE$ 的数量关系. 因为 $EO \perp AB$, 所以 $\angle AOE = 90^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle AOE - \angle COE = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 35^\circ$.

答案:D

方法规律: 图形的定义既可以作为判定图形的依据,也可以作为该图形具备的性质. 由图知:

$$\angle AOE = 90^\circ \begin{cases} \xrightarrow{\text{判定}} \\ \xleftarrow{\text{性质}} \end{cases} OE \perp AB.$$

知识点二 垂线的画法

过一点有且只有一条直线和已知直线垂直. 过一点画已知直线的垂线,可通过直角三角板来画,具体方法是使直角三角板的一条直角边和已知直线重合,沿直线左右移动三角板,使另一条直角边经过已知点,沿此直角边画直线,则所画直线即为已知直线的垂线(如图 5.1-16).

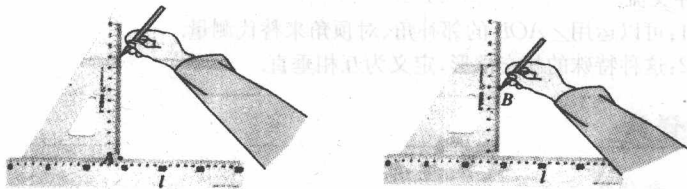


图 5.1-16

详解 (1) 通过直线上一点或直线外一点作已知直线的垂线,只能作出一条垂线来.

(2) 如果过一点画已知射线或线段的垂线时,指的是它所在直线的垂线,垂足可能在射线的反向延长线上,也可能在线段的延长线上.

(3) 过直线外一点作已知直线的垂线,这点与垂足间的线段为垂线段.