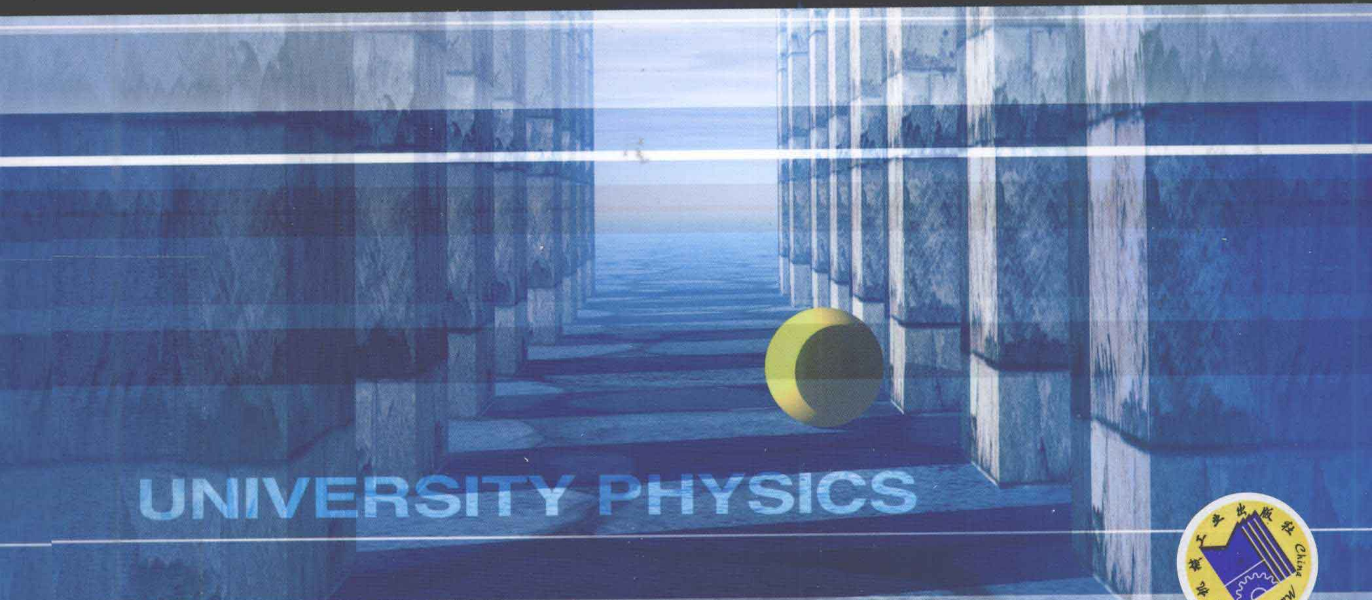
21 世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列

教育部物理基础课程教学指导分委员会教改项目资助教材

大学物理

思考题和习题选解

尹国盛　党玉敬　杨　毅◎主编



供理工科各类学生
及考研人员使用

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列
教育部物理基础课程教学指导分委员会教改项目资助教材

大学物理
思考题和习题选解

（供理工科各类学生及考研人员使用）

主　编　尹国盛　党玉敬　杨　毅
副主编　杜明荣　王素莲　孙建敏
参　编　张　琨　王　蓓　陈　增
　　　　李胜军　苏作鹏
主　审　张伟风　顾玉宗　黄明举

机　械　工　业　出　版　社

本书是河南大学尹国盛教授等主编的《大学物理》、《大学物理简明教程》、《大学物理基础教程》和《大学物理精要》的配套用书．它主要由教学目的要求、本章内容提要、思考题答题要点和习题参考解答四部分内容构成．本书一方面对浩瀚的大学物理思考题和习题进行了认真编选，另一方面，对诸多高等院校和科研院所近年来的考研试题进行了精选．本书既是任课教师的助手，又是学生学习的良师，更是考研人员的益友．

本书可作为高等学校理工科类各专业（包括函授与自考等成人教育）的教辅材料、考研人员的复习指南，也可供各类物理教师和有关人员参考．

图书在版编目（CIP）数据

大学物理思考题和习题选解/尹国盛等主编．—北京：机械工业出版社，2011.8

21世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列　教育部物理基础课程教学指导分委员会教改项目资助教材

ISBN 978-7-111-34958-7

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①尹…　Ⅲ.①物理学－高等学校－教学参考资料　Ⅳ.①04

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第105513号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

策划编辑：张金奎　责任编辑：张金奎

版式设计：霍永明　责任校对：李秋荣

封面设计：王伟光　责任印制：乔　宇

北京机工印刷厂印刷（三河市南杨庄国丰装订厂装订）

2011年8月第1版第1次印刷

184mm×260mm・21.75印张・538千字

标准书号：ISBN 978-7-111-34958-7

定价：39.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

社服务中心：(010)88361066

销售一部：(010)68326294

销售二部：(010)88379649

读者购书热线：(010)88379203

网络服务

门户网：http://www.cmpbook.com

教材网：http://www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

前　言

本书是河南大学尹国盛教授等主编的《大学物理》、《大学物理简明教程》、《大学物理基础教程》和《大学物理精要》的配套用书．它主要有以下四部分内容构成：

一、教学目的要求

根据国家教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会最新编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》（2010年版），结合当前的实际情况，该部分内容分为掌握、理解和了解三个层次编写，这可供师生们在教与学的过程中参考，以便心中有数，有的放矢，把握重点，兼顾一般．

二、本章内容提要

为便于学生复习掌握，将本章的主要内容简单概括提炼出来．

三、思考题答题要点

此部分内容以《大学物理》为主，兼有《大学物理简明教程》和《大学物理基础教程》的部分题目，并且仅给出答题要点，给同学们留有自主思维的空间．

四、习题参考解答

该题解以《大学物理》为主，精选有《大学物理简明教程》、《大学物理基础教程》和《大学物理精要》的部分题目，并且还精选有近年来部分高校和研究所硕士研究生入学考试的相关题目．有的习题可能有一题多解，但这里仅给出一种解法，以供参考．

全书共分25章，按照《大学物理》的顺序编排．本书由尹国盛、党玉敬、杨毅任主编，杜明荣、王素莲、孙建敏任副主编，张琨、王蓓、陈增、李胜军、苏作鹏参加编写，张伟风教授、顾玉宗教授、黄明举教授担任主审．全书由尹国盛教授统稿并定稿．

在本书的编写过程中，除参阅书末所附书目外，还参阅了国内外其他有关书籍和杂志，并采用了《大学物理》、《大学物理简明教程》、《大学物理基础教程》和《大学物理精要》中的思考题和习题，夏晓智、刘广生、张华荣、李若平、李新营、张婷、张光彪、韩俊鹤、郑海务、康缈、李夕金、彭成晓、李天锋、翟俊梅、闫玉丽、张新安、任凤竹、周呈方、张大蔚、杨铼、王孟禄、韩春柏、高丽珍、张果义、董兴法、李蕴才、栗增、阎俊、赵信等老师提供了题目和解答，筛选了河南大学、北京大学、南京大学、浙江大学、北京师范大学、

华中师范大学、华东师范大学、华南师范大学、华中科技大学、西安交通大学、北京交通大学、南开大学、苏州大学、中国科技大学和中国科学院上海光机所、安徽光机所、西安光机所、成都光电所、电子学研究所等兄弟院校和科研院所近年来的考研试题，骆慧敏老师录入了大量习题，研究生李艳红演算了习题和核对了书稿等．在此，我们一并表示衷心的感谢！并恳请读者、同行在使用该书的过程中，对其中的不足之处予以批评指正．

今年，适逢中国共产党建立90周年，作者谨以此书作为献礼．

编者

于河南大学

目 录

第1章　质点运动学和牛顿运动定律

教学目的要求

1. 掌握质点的位矢、位移、速度和加速度的定义及各量之间的关系；能计算质点作直线或平面曲线运动时的速度和加速度；

2. 理解相对运动概念，并会分析、计算较为简单的相对运动问题；

3. 掌握牛顿运动三定律及其适用条件，能用微积分计算一维变力作用下质点的简单动力学问题；

4. 理解常见的几种力和基本的自然力；

5. 了解经典力学的时空观、惯性系、非惯性系和惯性力.

本章内容提要

1. 质点运动的描述

一个质点的运动，可以用位矢、位移、速度和加速度四个物理量进行描述.

位矢：描写质点在空间中的位置

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

位移：描写质点位置变动的大小和方向

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

速度：描写质点位置变动的快慢和方向

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

加速度：描写质点运动速度变化的快慢

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

这四个物理量都是矢量，都满足相对性和叠加性，除位移外都具有瞬时性；另外，位矢与参考点 O 的选取有关，而位移与时间间隔 Δt 有关.

直线运动和平面曲线运动都是一般曲线运动的特例. 直线运动是最简单也是最基本的运动，其他运动可以通过转化，利用直线运动的规律进行处理.

$$x=x(t),\ \Delta x=x(t+\Delta t)-x(t),\ v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

2. 相对运动

相对运动问题可简记为“1-2-3”，即一个研究对象，两个参考系（动系和静系），三个运动速度（$\boldsymbol{v}_{绝对}=\boldsymbol{v}_{牵连}+\boldsymbol{v}_{相对}$）. 它们满足伽利略变换.

3. 牛顿运动定律

① 牛顿运动定律的表述

牛顿第一定律：任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态，直到其他物体所作用的力

迫使它改变这种状态为止.

牛顿第二定律：物体受到外力作用时，它所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，而与物体的质量成反比；加速度的方向与合外力的方向相同. 其数学表达式为

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

牛顿第三定律：当物体 A 以力 $\boldsymbol{F}$ 作用于物体 B 时，物体 B 也必定同时以力 $\boldsymbol{F}'$作用于物体 A ，$\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{F}'$在同一直线上，大小相等而方向相反，即

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}'$$

② 牛顿运动定律的重要意义

牛顿第一定律的重要意义在于它定性地说明了力和运动的关系；指明了任何物体都具有惯性；提出了惯性参考系的概念.

牛顿第二定律的重要意义在于它定量地说明了力的效果；定量地量度了惯性的大小；概括了力的叠加原理.

牛顿第三定律的重要意义在于它肯定了物体之间的作用是相互的这一本质.

牛顿的三个运动定律是一个完整的整体，它们各自有一定的物理意义，又有一定的内在联系. 第一定律指明了任何物体都具有惯性，同时确定了力的含义，说明力是使物体改变运动状态即获得加速度的一种作用；第二定律则在第一定律的基础上对物体机械运动的规律进行了定量描述，确定了力、质量和加速度之间的瞬时矢量关系；第三定律则肯定了物体间的作用力具有相互作用的本质，因此，我们可以得出力的定义：力是物体间的相互作用.

③ 应用牛顿运动定律时应注意的问题

第一定律中的物体是指质点或只涉及平动的刚体；第二定律表示的是力的瞬时矢量作用规律，在具体应用时要用其标量式；第三定律中的作用力和反作用力是成对出现的同一种性质的力；第一、第二定律仅适用于惯性系，而第三定律则与参考系无关，但不能将其推广到运动的带电粒子上. 牛顿运动定律在惯性系中成立，如果需要在非惯性系中使用时，则应引入相应的惯性力的概念.

求解质点动力学问题一般分为两类，一是已知物体的受力情况，由牛顿运动定律来求解其运动状态；另一是已知物体的运动状态，求作用于物体上的力.

思考题答题要点

1-1 在牛顿力学中，位矢、位移、速度和加速度与参考系的选取有什么关系？

答：它们都依赖于参考系的选取，所选取的参考系不同，它们的大小和方向也就不同.

1-2 某质点沿半径为 R 的圆周运动一周，它的位移和路程分别为多少？质点的位移和路程的区别是什么？什么情况下位移的大小与路程相等？

答：沿圆周运动一周的位移是 0，路程是圆的周长 $2\pi R$. 位移是矢量且只与质点运动始末位置有关，而路程为标量且与运动过程经历的路径有关. 只有在 $\Delta t\to 0$ 时的极限情况下的位移，即微分位移，其大小才与路程相等，即 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$；对于有限的位移来说，只有当质点作单向直线运动时，位移的大小才等于路程.

1-3 作直线运动的物体的位移的大小和路程相等吗？

答：直线运动的物体的运动方向不变时，位移的大小与路程相等. 如果方向改变，则位移的大小要小于路程.

1-4 有人说“速率等于速度的大小，则平均速率也等于平均速度的大小”，你觉得这种

说法对吗？为什么？

答：这种说法不对．平均速率是路程与时间的比值，而平均速度是位移与时间的比值，一段时间内的位移的大小一般不等于路程．因此，一般情况下，平均速率不等于平均速度的大小．

1-5　已知质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$，在求质点运动的速度和加速度的大小时，有人先求出位矢的大小 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，再利用 $v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$和 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$求得结果．你认为这种计算方法正确吗？你觉得应该如何计算？

答：不正确．因为速度和加速度均为矢量，即便它们的大小亦包含方向因素，故不能抛弃方向因素而直接由对位置矢量大小的微分求得．应先根据定义对位置矢量求微分分别计算速度和加速度，然后再取其矢量的大小表示相应的速度和加速度的大小．

1-6　一个人站在地面上瞄准树上挂着的小球，在小球开始下落的瞬间，扣动扳机，试说明子弹能否击中小球．

答：在略去空气的阻力情况下，子弹能击中小球．子弹的运动可以看做沿初速度的运动和竖直方向的自由落体运动的叠加．小球下落后的运动是一个以 $\boldsymbol{g}$ 为加速度的自由落体运动．当子弹与小球的水平位置重合时，它们参与的竖直方向的运动完全相同，即子弹击中小球．

1-7　杂技表演中，演员可以骑着自行车在竖直的圆形墙壁上运动，为什么不会掉下来？

答：作圆周运动的演员和自行车需要向心力，自行车需要的向心力只能由竖直墙壁提供．根据牛顿第三定律，此时车对墙壁产生一个大小相等的压力．由于车与墙壁之间存在摩擦力，当车速足够大时，需要的向心力也增大．当摩擦力与重力平衡时，车与运动员就不会掉下来．

1-8　火车车头对车厢的相互作用力大小相等，方向相反，为什么启动时是火车拉着车厢向前？

答：决定物体运动状态的是这个物体所受的合外力．对车头而言，在水平方向所受的力是地面对它向前的摩擦力和车厢对它施加的向后的拉力．火车头所以向前启动是因为向前的摩擦力大于向后的拉力．同样分析车厢，得到同样的结果．当然也可以将车头和车厢作为整体看待，此时其受的水平方向的外力只有地面对车头向前的摩擦力和对车厢向后的摩擦力，当向前的摩擦力大于向后的摩擦力时，就会产生向前的加速度．而车头和车厢之间的相互作用力称为内力，对整体的运动没有影响．

1-9　悬浮的气球下面带有吊篮，人开始在吊篮里，且气球和人都保持静止，后来人开始沿着吊绳向上爬，问气球是否运动？

答：气球会向下运动．可以将人和气球看成一个整体作为研究对象，由题目条件可知，其受合外力为零，因此整体的运动状态应该保持不变．因为人向上运动，所以为了保持整体的重心不变，气球会向下运动．

1-10　牛顿运动定律中有时使用隔离体法进行受力分析，有时需要作整体分析，分析一下这两种方法研究对象的选取各在什么情况下有利于问题的解决．

答：当整体的加速度相同时，一般作整体分析．如果各部分的加速度不一样，必须用隔离体法；如果要计算的结果涉及物体之间的相互作用，也需要使用隔离体法进行受力分析．

1-11　受力分析过程中如何做到不漏力，也不虚构力？

答：首先确定重力，然后以重力为起点沿顺时针方向转一周逐一找研究对象与外界的接触，有一个接触面(点)就可能存在一个弹力或摩擦力，这样做就不会漏力．另外，一个真实的力必须有施力物体，找不到施力物体的力则是虚构的力．

1-12　水平路面上的火车车厢内有一光滑桌面，在上面放置一个小球，当火车速率增加时，路面上的观察者和车厢内的观察者看到小球的运动状态各发生什么改变？

答：路面上的观察者以地面为参考系，看到小球在水平方向没有受到力的作用，因此相对于地面的位置不变，保持原来的运动状态；车厢内的观察者以车厢为参考系，此时车厢由于加速运动，不再是惯性系，他会看到小球向后运动．

1-13 下列说法是否正确？为什么？

（1）质点作圆周运动时，加速度一定垂直于速度方向并指向圆心；

（2）加速度始终垂直于速度，则质点一定作圆周运动；

（3）质点在作匀速圆周运动过程中加速度总是不变的；

（4）只有切向加速度的运动一定是直线运动．

答：(1)质点作匀速圆周运动时，加速度垂直于速度方向并指向圆心，如果是变速圆周运动则不然；(2)不一定，质点作匀速曲线运动时，加速度都始终垂直于速度；(3)错误，加速度的方向始终变化；(4)正确．

1-14 下列说法是否正确？为什么？

（1）物体运动的方向总是和其所受合外力的方向相同；

（2）物体一旦受力就会产生加速度；

（3）物体运动的速率不变则其所受合外力必然为零．

答：(1)错误，物体运动的方向受合外力影响，但与合外力方向不一定相同；(2)错误，当物体所受合外力不等于零时才会产生加速度；(3)错误，物体的速度不变时其所受合外力才必然为零．

1-15 电梯内的人手持一挂有重物的弹簧秤，现弹簧秤的读数突然变大(人始终未动)，请问此时电梯是在作何运动？为什么？

答：电梯在作加速运动．因为弹簧秤读数变大说明弹簧拉力增大，所称物体必然处于向上加速运动状态，所以电梯此时加速上升．

1-16 拔河比赛时，在比赛即将开始之前两队队员都会握紧绳子，身体保持向后倾斜并尽可能降低重心，目的是什么？作何解释？

答：为了增大地面对人的摩擦力．

习题参考解答

1-1 已知质点的运动学方程为 $x = R\cos\omega t$，$y = R\sin\omega t$，$z = h\omega t/(2\pi)$，其中 R、ω、h 为常量．求：

（1）质点的运动方程的矢量形式；

（2）任一时刻质点的速度和加速度．

解：(1) $\boldsymbol{r} = R\cos\omega t\boldsymbol{i} + R\sin\omega t\boldsymbol{j} + h\omega t/(2\pi)\boldsymbol{k}$

(2) $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = -\omega R\sin\omega t\boldsymbol{i} + R\omega\cos\omega t\boldsymbol{j} + h\omega/(2\pi)\boldsymbol{k}$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 R\cos\omega t\boldsymbol{i} - R\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j} = -\omega^2 R(\cos\omega t\boldsymbol{i} + \sin\omega t\boldsymbol{j})$$

1-2 站台上的人在火车开动时站在第一节车厢的最前面．火车开动后经过 24 s 第一节车厢的末尾从此人的面前通过．问第五节车厢驶过他面前需要多长时间？

解：以火车开动时为计时起点，设火车一节车厢长度为 l，加速度为 a，则第一节车厢经过观察者时：

$$l = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times 24^2 a = 288a \qquad ①$$

第四节车厢的末尾经过观察者时：

$$4l = \frac{1}{2}at_4^2 \qquad ②$$

第五节车厢的末尾经过观察者时：　$5l=\frac{1}{2}at_5^2$　③

联立式①～式③得　$t=t_5-t_4=(53.7-48)\ \mathrm{s}=5.7\ \mathrm{s}$

1-3　半径为 R 的轮子沿 $y=0$ 的直线作无滑滚动时，轮边缘质点的轨迹为

$$x=R(\theta-\sin\theta)$$
$$y=R(1-\cos\theta)$$

求质点的速度；当 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t=\omega$ 为常量时，求速度为 0 的点．

解：因为　$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=R\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}-\cos\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=R\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

所以　$\boldsymbol{v}=R[(1-\cos\theta)\boldsymbol{i}+\sin\theta\boldsymbol{j}]\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

当 $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\omega$ 为常数时，$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=R\omega(1-\cos\theta)$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=R\omega\sin\theta$，速度为 0，即

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=R\omega(1-\cos\theta)=0,\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=R\omega\sin\theta=0$$

故　$\theta=2k\pi,\quad k=0,1,2,\cdots$

1-4　一个弹性球竖直落在一个斜面上，下落高度为 $h=20$ cm，斜面的水平倾角为 $\theta=30°$，求其第二次碰到斜面的位置距第一次碰到斜面的位置多远（设碰撞为完全弹性碰撞）.

解：取竖直方向向下为正方向，建立如图 1-1 所示坐标系，第一次碰撞前，$v=v_y=\sqrt{2gh}$. 第一次碰撞后，速度大小不变，方向与原来斜面成 60°角，有

$$v_{x1}=v_y\cos30°=\sqrt{2gh}\cos30°$$
$$v_{y1}=-v_y\sin30°=-\sqrt{2gh}\sin30°$$
$$x=v_{x1}t=\sqrt{2gh}\cos30°t \quad ①$$
$$y=v_{y1}t+\frac{1}{2}gt^2=-\sqrt{2gh}\sin30°t+\frac{1}{2}gt^2 \quad ②$$
$$x=y\cot30° \quad ③$$

由式①～式③联立求解得

$$x=2\sqrt{3}h,\quad y=2h,\quad s=\frac{y}{\sin30°}=4h=0.8\ \mathrm{m}$$

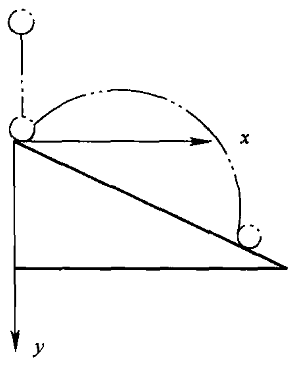


图 1-1　习题 1-4 用图

1-5　一质点沿半径为 R 的圆周按规律 $S=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$ 运动，其中 v_0、b 都是常量．

（1）求 t 时刻质点的总加速度；

（2）t 为何值时总加速度数值上等于 b？

（3）当加速度达到 b 时，质点已沿圆周运行了多少圈？

解：（1）因为　$v=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}=v_0-bt$，$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-b$，$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(v_0-bt)^2}{R}$

所以　$\boldsymbol{a}=a_n\boldsymbol{e}_n+a_\tau\boldsymbol{e}_\tau=\frac{(v_0-bt)^2}{R}\boldsymbol{e}_n-b\boldsymbol{e}_\tau$

（2）因为 $a=b$，即 $\sqrt{b^2+\frac{(v_0-bt)^4}{R^2}}=b$，所以　$t=\frac{v_0}{b}$

（3）因为 $a=b$ 时，　$S=v_0t-\frac{1}{2}bt^2=v_0\cdot\frac{v_0}{b}-\frac{1}{2}b\left(\frac{v_0}{b}\right)^2=\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{b}$

所以转动圈数　　　　$$n=\frac{S}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi bR}$$

1-6　质量为 3 kg 的质点，其运动学方程为

$$\boldsymbol{r}=(5+2t-t^2)\boldsymbol{i}+(2t^2-3)\boldsymbol{j}$$

求该质点受力的大小和方向.

解：因为　$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=-2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$，$a=\sqrt{(-2)^2+4^2}\ \mathrm{m/s^2}=\sqrt{20}\ \mathrm{m/s^2}\approx 4.47\ \mathrm{m/s^2}$

所以　　$$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}=-6\boldsymbol{i}+12\boldsymbol{j}$$

或者　　$F=ma=3\times 4.47\ \mathrm{N}\approx 13.4\ \mathrm{N}$，　$\tan\theta=-2$，　$\theta=-\arctan 2$

1-7　在如图 1-2 所示的装置中，两物体的质量分别为 m_1 和 m_2，物体之间及物体与桌面间的滑动摩擦因数都是 μ，求在力 $\boldsymbol{F}$ 的作用下两物体的加速度及绳内张力，不计滑轮和绳的质量及轴承摩擦，绳不可伸长.

解：m_1 与 m_2 之间如果发生相对滑动，则 m_1 受力如图 1-2b 所示：

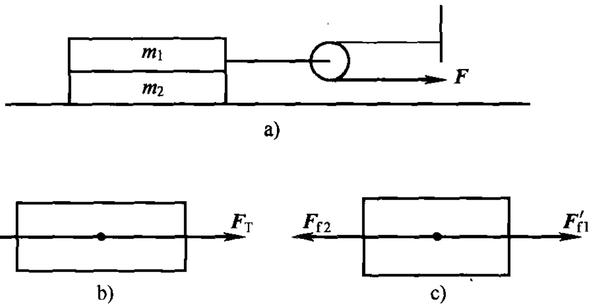


图 1-2　习题 1-7 用图

因不计绳和滑轮的质量，故绳内张力 $F_T=2F$，且有

$$F_T-F_{f1}=m_1a_1$$
$$2F-m_1g\mu=m_1a_1$$
$$a_1=\frac{2F-m_1g\mu}{m_1}$$

m_2 受力如图 1-2c 所示：

因为　　$F'_{f1}=F_{f1}=m_1g\mu$，　$F_{f2}=(m_1+m_2)g\mu$，　$F'_{f1}<F_{f2}$

所以　　m_2 不会运动，即　$a_2=0$

1-8　如图 1-3a 所示，抛物线形弯管的表面光滑，绕竖直轴以匀角速度转动，抛物线方程为 $y=ax^2$，a 为正常数，小环套在弯管上. 试问：

（1）弯管角速度多大，小环可以在管上任意位置相对弯管静止?

（2）若为圆形光滑弯管，情况如何?

解：(1)建立坐标系如图 1-3b 所示，抛物线的切线斜率为　　$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=2ax$

则其垂直线的斜率为　　$-k=\tan\theta=\dfrac{1}{2ax}$　　①

静止时有　　$F\sin\theta=mg$　　②

$F\cos\theta=m\omega^2|x|$　　③

由式①～式③联立求解得

$$\omega=\sqrt{2ag}$$

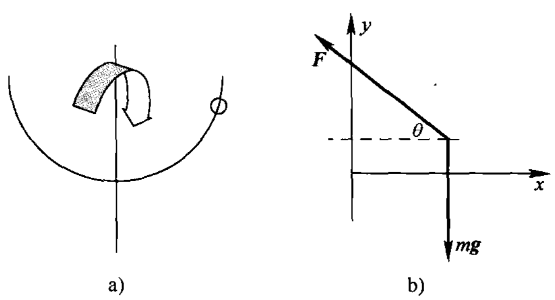


图 1-3　习题 1-8 用图

（2）如果是光滑圆管，以圆心为坐标原点，圆的方程为

$$x^2 + y^2 = R^2$$

则圆环所在处的斜率

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

$$\tan\theta = \left|\frac{y}{x}\right| \tag{④}$$

$$F\sin\theta = mg \tag{⑤}$$

$$F\cos\theta = m\omega^2 |x| \tag{⑥}$$

由式④～式⑥联立求解得

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{|y|}}$$

小环可以相对弯管静止，但不同的位置静止时的角速度不同．

1-9　小车以匀加速度 a 沿倾角为 α 的斜面向下运动，摆锤相对于小车保持静止，求悬线与竖直方向的夹角．

解： 以小球为研究对象，地面为参考系，建立如图 1-4 所示坐标系，则有

$$F_T = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2 - 2mgma\cos(90° - \alpha)} = m\sqrt{a^2 + g^2 - 2ga\sin\alpha}$$

即

$$\frac{\sin(90° - \alpha)}{m\sqrt{a^2 + g^2 - 2ga\sin\alpha}} = \frac{\sin\theta}{ma}$$

所以

$$\sin\theta = \frac{a\cos\alpha}{\sqrt{a^2 + g^2 - 2ga\sin\alpha}}$$

$$\theta = \arcsin\frac{a\cos\alpha}{\sqrt{a^2 + g^2 - 2ga\sin\alpha}}$$

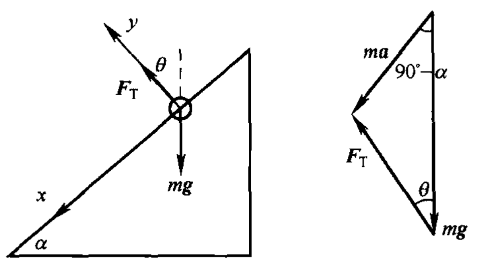


图 1-4　习题 1-9 用图

图 1-5　习题 1-10 用图

1-10　如图 1-5 所示，质量为 m 的环套在绳上，环相对绳以加速度 a 下落，求环与绳间的摩擦力．

解： 因为环在竖直方向受重力和摩擦力，且有 $mg - F_f = ma$，所以 $F_f = m(g - a)$．

1-11*　如图 1-6 所示，电梯内水平桌面上有一个 20 kg 的物体 A，它用轻绳经过一质量可以略去不计的滑轮后，挂一个 5 kg 的物体 B，A 与桌面的滑动摩擦因数为 0.2. 如果电梯以 $a = g$ 的加速度向上运动，求 A 的加速度和绳子的张力（取 $g = 10\ m/s^2$）.

解： 以地面为参考系，对物体 A，有

$$F_T - F_f = m_A a_{Ax}$$

$$F_{NA} - m_A g = m_A a$$

$$a = g$$

$$F_f = \mu F_{NA}$$

对物体 B，有

$$F_T - m_B g = m_B(a - a_B)$$

且

$$a_{Ax} = a_B$$

将以上方程联立求解，得

$$a_{Ax} = \frac{2(m_B - \mu m_A)}{m_B + m_A}g = \frac{2\times(5-0.2\times20)}{5+20}\times 10\ \mathrm{m/s^2} = 0.8\ \mathrm{m/s^2}$$

$$F_T = (a_{Ax} + 2\mu g)m_A = (0.8 + 2\times0.2\times10)\times 20\ \mathrm{N} = 96\ \mathrm{N}$$

$$a_A = \sqrt{a^2 + a_{Ax}^2} = \sqrt{10^2 + 0.8^2}\ \mathrm{m/s^2} \approx 10.03\ \mathrm{m/s^2}$$

与竖直方向夹角为

$$\theta = \arctan 0.08$$

1-12* 在图 1-7 所示的滑轮系统中，如果滑轮和绳的质量及转轴处的摩擦略去不计，且绳不可伸长，求 m_1 的加速度 $\boldsymbol{a}_1$ 及两绳的张力 $\boldsymbol{F}_{T1}$ 和 $\boldsymbol{F}_{T2}$.

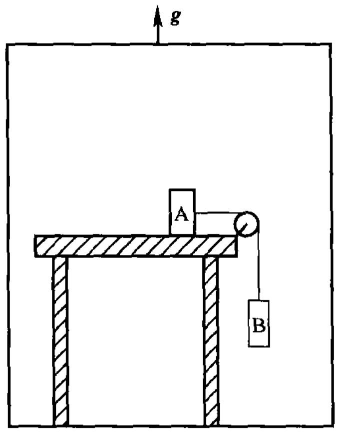


图 1-6　习题 1-11 用图

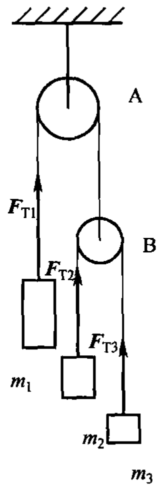


图 1-7　习题 1-12 用图

解：以地面为参考系，设 m_1 和 m_2 均向下运动、m_3 向上运动，m_2 和 m_3 相对滑轮 B 的加速度大小相等，用 a_{2r} 表示，则有

$$m_1 g - F_{T1} = m_1 a_1$$

$$m_2 g - F_{T2} = m_2(a_{2r} - a_1)$$

$$F_{T3} - m_3 g = m_3(a_{2r} + a_1)$$

$$F_{T3} = F_{T2}$$

$$F_{T1} = 2F_{T2}$$

将以上方程联立求解，得

$$a_1 = \frac{m_1(m_2 + m_3) - 4m_2 m_3}{4m_2 m_3 + m_1(m_2 + m_3)}g$$

$$F_{T1} = \frac{8m_1 m_2 m_3}{4m_2 m_3 + m_1(m_2 + m_3)}g$$

$$F_{T2} = \frac{4m_1 m_2 m_3}{4m_2 m_3 + m_1(m_2 + m_3)}g$$

1-13 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = t^2\boldsymbol{i} + (t-1)^2\boldsymbol{j}$，式中 r 和 t 分别以 m 和 s 为单位．试求：

（1）质点的运动轨迹（仅考虑 $(t-1)>0$ 的情况）；

（2）从 $t=1$ s 至 $t=2$ s 质点的位移；

（3）$t=2$ s 时，质点的速度和加速度．

解：(1) 由 $\boldsymbol{r} = t^2\boldsymbol{i} + (t-1)^2\boldsymbol{j}$ 知　　$x = t^2$，$y = (t-1)^2$

消去参数 t 即得质点的运动轨迹方程为　　$\sqrt{y} = \sqrt{x} - 1$

（2）因为 $\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{i}$，所以　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=3\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$

（3）因为　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2t\boldsymbol{i}+(2t-2)\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

所以 $t=2\mathrm{s}$ 时，　$\boldsymbol{v}_2=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}_2=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

1-14　一质点作直线运动，其瞬时加速度的变化规律为 $a=-A\omega^2\cos\omega t$. 已知 $t=0$ 时，质点的速度和位移大小分别为 $v_0=0$ 和 $x=A$，其中 A 和 ω 均为大于零的常数. 试求此质点的运动学方程.

解：因为 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$，所以　$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t(-A\omega^2\cos\omega t)\mathrm{d}t, v=-A\omega\sin\omega t$

因为 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t$，所以　$\int_A^x \mathrm{d}x=\int_0^t(-A\omega\sin\omega t)\mathrm{d}t, x=A\cos\omega t$

1-15　如图 1-8 所示，水平光滑桌面上有一光滑的小孔，质量为 m_1 和 m_2 的两物体以不可伸长的轻线相连，小孔的直径与 m_1 的线速度及桌面上线长相比可略去不计. m_2 保持静止，m_1 沿半径为 r 的圆周匀速运动. 求 m_1 的线速度的大小.

解：对 m_1：　$F_{\mathrm{T}}=m_1\dfrac{v^2}{r}$，$F_{\mathrm{N1}}-m_1g=0$

对 m_2：　$F'_{\mathrm{T}}-m_2g=0$

又 $F_{\mathrm{T}}=F'_{\mathrm{T}}$，联立可解得　$v=\sqrt{\dfrac{m_2gr}{m_1}}$

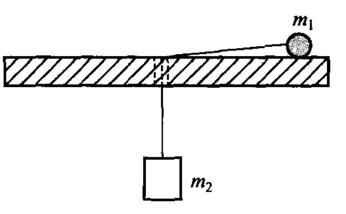


图 1-8　习题 1-15 用图

1-16　如图 1-9 所示，质量分别为 $m_1=100\mathrm{kg}$ 和 $m_2=60\mathrm{kg}$ 的两物块用一滑轮连接并放置在两斜面上，两斜面的倾角分别为 $\alpha=30°$和 $\beta=60°$. 假设物体与斜面间无摩擦力，斜面固定不动，滑轮和绳子的质量均可略去不计，则

（1）两物块组成的系统将向哪边运动？

（2）系统的加速度为多大？

（3）绳中张力为多大？

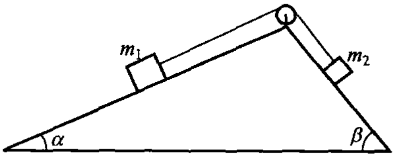


图 1-9　习题 1-16 用图

解：因为 $m_1g\sin\alpha<m_2g\sin\beta$，所以系统向右运动；令系统加速度为 a，绳子张力为 F_{T}，则

对 m_1：　$F_{\mathrm{T}}-m_1g\sin\alpha=m_1a$

对 m_2：　$m_2g\sin\beta-F_{\mathrm{T}}=m_2a$

两式联立可得

$$a=\frac{m_2\sin\beta-m_1\sin\alpha}{m_1+m_2}g=\frac{60\times\sin60°-100\times\sin30°}{100+60}\times9.8\ \mathrm{m/s^2}\approx0.12\ \mathrm{m/s^2}$$

$$F_{\mathrm{T}}=m_1(a+g\sin\alpha)=100\times(0.12+9.8\times\sin30°)\ \mathrm{N}\approx502\ \mathrm{N}$$

1-17　一颗人造卫星的质量为 1 327 kg，在离地面 1 850 km 的高空中环绕地球作匀速圆周运动，设地球是半径为 6 370 km 的球体，地面的重力加速度 $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$. 求

（1）卫星所受的向心力的大小；

（2）卫星的速率；

（3）卫星绕地球运行一周的时间.

解：(1)因为　$F=m\dfrac{v^2}{r}=G\dfrac{mm_{\mathrm{E}}}{r^2}$，　$\dfrac{Gm_{\mathrm{E}}}{R^2}=g$

所以
$$F = m\frac{R^2}{r^2}g = m\left(\frac{R}{r}\right)^2 g = m\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$
$$= 1\ 327 \times \left[\frac{6\ 370 \times 10^3}{(6\ 370 + 1\ 850) \times 10^3}\right]^2 \times 9.8\ \text{N} \approx 7.8 \times 10^3\ \text{N}$$

（2）因为
$$F = m\frac{v^2}{r} = m\frac{v^2}{R+h}$$

所以
$$v = \sqrt{\frac{F(R+h)}{m}} = \sqrt{\frac{7.8 \times 10^3 \times (6.37 + 1.85) \times 10^6}{1.327 \times 10^3}}\ \text{m/s} \approx 6.95 \times 10^3\ \text{m/s}$$

（3）因为
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

所以
$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times (6.37 + 1.85) \times 10^6}{6.95 \times 10^3}\ \text{s} \approx 7.43 \times 10^3\ \text{s}$$

1-18 一质量为 m 的快艇，在行驶中受到的阻力 F_f 与速度 v 的平方成正比，当它达到速率 v_0 时突然关闭发动机，求关闭发动机后：

（1）艇的速度对时间的函数关系；

（2）艇行驶的路程对时间的函数关系；

（3）艇的速度对路程的函数关系．

解：（1）因为 $F_f = -kv^2 = m\dfrac{dv}{dt}$，$k$ 为比例系数，即 $\displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2} = -\int_0^t \frac{k}{m}dt$

所以
$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + \frac{k}{m}t,\quad v = \frac{v_0}{1 + v_0\dfrac{k}{m}t}$$

（2）因为 $v = \dfrac{dx}{dt}$，即
$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_0} + \frac{k}{m}t,\quad \int_{x_0}^{x}dx = \int_0^t \frac{dt}{\dfrac{1}{v_0} + \dfrac{k}{m}t}$$

所以
$$s = x - x_0 = \frac{m}{k}\ln\left(1 + v_0\frac{k}{m}t\right)$$

（3）因为 $F_f = -kv^2 = m\dfrac{dv}{dt} = mv\dfrac{dv}{dx}$，即 $\displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -\int_{x_0}^{x}\frac{k}{m}dx$，$\ln\dfrac{v}{v_0} = -\dfrac{k}{m}s$

所以
$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}s}$$

1-19 质量为 m 的质点在 Oxy 平面内运动，质点的运动学方程为
$$\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$
其中 a，b，ω 为正常数，证明作用于质点的合力总指向原点．

证明：因为
$$\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{a} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = -\omega^2 a\cos\omega t\boldsymbol{i} - b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j} = -\omega^2\boldsymbol{r}$$

所以
$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = -m\omega^2\boldsymbol{r}\quad（即 \boldsymbol{F} 与 \boldsymbol{r} 反向）$$

故作用于质点的合力总指向原点得证．

1-20 一河流宽为 $2b$，流速与离岸距离成正比，河中心流速为 $\boldsymbol{v}_0$，两岸处的流速为零，河中心 C 处有一航标，一个人驾小船从 O 点出发，以相对于河水的流速 $\boldsymbol{v}$ 垂直水流方向驶向河中心，

（1）求小船运动轨迹（至河中心）；

（2）求到达河中心时，距航标有多远？

（3）此时小船以相对于河水的流速 $\boldsymbol{v}$ 垂直水流方向返回河岸，求小船到达河岸的地点．