◎根据教育部最新《考试说明》学科标准编写

◎全国重点中学特高级教师审定

2005

北大

新考案

中考总复习

主编　尧小平

数学

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

2005

北大

新考案

中考总复习

主编　党小平

数学

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

2005 中考总复习．数学/党小平主编．—北京：北京大学出版社，2004.7
（北大新考案）
ISBN 7-301-07248-1

Ⅰ.2… Ⅱ.党… Ⅲ.数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 030622 号

书　　名：2005 中考总复习·数学
著作责任者：党小平　主编
责 任 编 辑：江　霞
标 准 书 号：ISBN 7-301-07248-1/G·1124
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
网　　址：http：//www.pkubook.com.cn
　　　　　http：//cbs.pku.edu.cn
邮 购 电 话：（010）65661010　800-810-2198
发　行　部：（010）65662147　62750672
编　辑　部：（010）65661010-8969
电 子 信 箱：editor@pkubook.com.cn
印　刷　厂：北京市朝阳印刷厂
经　销　者：全国新华书店
开 本 尺 寸：889mm×1194mm　16 开本
印　　张：12.5 印张
字　　数：280 千字
　　　　　2004 年 7 月第 1 版　2004 年 7 月第 1 次印刷
定　　价：16.00 元

前言

读书是易事，思索却是难事，但两者缺一便全无用处。为帮助广大考生掌握科学的复习方法，提高复习效率，北大燕园会同全国重点中学的特、高级教师，为备考2005年中考的广大考生编写了本套丛书，供考生在备考复习时使用。

本书严格按照最新《考试说明》的要求，以近几年中考试题为导向，以专题形式组织编写，充分体现了全程备考的思想。

为方便考生使用，我们在编写时做了精心的安排和设计：

中考试题评析： 从题型分析、考点评说、备考指南三个方面对近几年中考试题进行深刻评析，总结出命题的规律和趋势，并结合大量典型的例题解析，拓宽解题思路，优化解题技巧和方法，力求使考生真正做到融会贯通、举一反三。

专题讲解： 科学地将各学科内容划分为若干专题，逐一讲析。同时紧紧抓住各科的知识和能力要点，力求突出重点、解决难点，帮助考生梳理和掌握各学科的知识网络。在专题编排上，力求反映学科体系，紧扣《教学大纲》和《考试说明》；在知识归纳上，做到立足专题，放眼整体，注重知识的系统化；在选材上，注重问题的典型性、新颖性、科学性和实用性，最大限度地切入中考考题。

各专题均包括如下板块：

【考点突破】 对各专题所涵盖的历年中考反复涉及的"要点"、"重点"、"热点"进行科学的梳理和提炼，讲析力求精练、清晰，视角独到。

【历年考题剖析】 对近年来与各专题内容相关的中考试题进行分析、归纳和总结，帮助考生了解中考命题的特点和规律，优化解题的技巧和方法，帮助考生提前进入中考实战状态，学习应考策略，轻松应考。

【中考命题预测】 通过研究教育部考试中心最新《考试说明》，分析最近几年中考命题的规律和特点，结合来自考试中心的中考信息，对2005年中考命题趋势进行权威预测，使考生明确和把握复习的重点与方向，避免走弯路和回头路。

【强化训练】 以大量的新材料、新情景和与社会生产、生活实际紧密结合的新话题及社会热点问题为聚合点，通过各科知识的综合运用，提高考生的学科知识运用能力。强化训练题全部是编者集体智慧的汇总，这些智慧来源有四：一是编者长期教学实践的归纳总结；二是各地教研会、经验交流会的一流成果；三是全国各大名报名刊的优秀作品；四是专家对中考命题不断深入研究的结晶。而这些正是中考命题题目的主要来源！

总之，本书既注重基础知识的强化和升华，又注重综合能力的培养与提高；既有知识的系统性、条理性，又有重点、难点的把握和突破；既有基本方法的总结强化，又有综合解题技巧的训练提高。考生在中考复习时使用本书，必定会在有限时间内获得最佳的复习效果。

虽然我们在编写过程中，处处推敲、点点把关，精益求精，但疏漏之处在所难免，恳请广大读者和专家不吝指正。

编　者

2004 年 5 月

目　录

中考试题评析 ………………………………………… (1)
　题型分析 ………………………………………… (3)
　备考指南 ………………………………………… (11)
专题一　实数 ………………………………………… (14)
　考点突破 ………………………………………… (14)
　中考名题精析 ………………………………………… (15)
　最新题型预测 ………………………………………… (16)
　预测训练 ………………………………………… (16)
　强化训练 ………………………………………… (17)
　参考答案 ………………………………………… (19)
专题二　代数式 ………………………………………… (21)
　考点突破 ………………………………………… (21)
　中考名题精析 ………………………………………… (22)
　最新题型预测 ………………………………………… (24)
　预测训练 ………………………………………… (25)
　强化训练 ………………………………………… (26)
　参考答案 ………………………………………… (29)
专题三　方程和方程组 ………………………………………… (33)
　考点突破 ………………………………………… (33)
　中考名题精析 ………………………………………… (34)
　最新题型预测 ………………………………………… (36)
　预测训练 ………………………………………… (39)
　强化训练 ………………………………………… (40)
　参考答案 ………………………………………… (44)
专题四　不等式及不等式组 ………………………………………… (48)
　考点突破 ………………………………………… (48)
　中考名题精析 ………………………………………… (48)
　最新题型预测 ………………………………………… (49)
　预测训练 ………………………………………… (51)
　强化训练 ………………………………………… (51)
　参考答案 ………………………………………… (55)
专题五　函数及其图像 ………………………………………… (59)
　考点突破 ………………………………………… (59)
　中考名题精析 ………………………………………… (61)
　最新题型预测 ………………………………………… (64)
　预测训练 ………………………………………… (67)
　强化训练 ………………………………………… (68)

参考答案 ……… (72)
专题六 统计初步 ……………………………………………………………………………………………… (78)
考点突破 ……… (78)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (79)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (80)
预测训练 ……… (82)
强化训练 ……… (82)
参考答案 ……… (86)
专题七 几何初步知识 …………………………………………………………………………………………… (89)
考点突破 ……… (89)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (90)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (91)
预测训练 ……… (93)
强化训练 ……… (94)
参考答案 ……… (98)
专题八 三角形 ………………………………………………………………………………………………… (101)
考点突破 ……… (101)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (102)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (105)
预测训练 ……… (108)
强化训练 ……… (109)
参考答案 ……… (114)
专题九 四边形 ………………………………………………………………………………………………… (118)
考点突破 ……… (118)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (119)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (121)
预测训练 ……… (124)
强化训练 ……… (125)
参考答案 ……… (130)
专题十 相似形 ………………………………………………………………………………………………… (134)
考点突破 ……… (134)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (135)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (137)
预测训练 ……… (139)
强化训练 ……… (140)
参考答案 ……… (145)
专题十一 解直角三角形 ………………………………………………………………………………………… (148)
考点突破 ……… (148)
中考名题精析 ……………………………………………………………………………………………………… (149)
最新题型预测 ……………………………………………………………………………………………………… (151)
预测训练 ……… (152)
强化训练 ……… (153)

参考答案 …………………………………………………………………………… (157)
专题十二　圆 …………………………………………………………………… (161)
考点突破 …………………………………………………………………………… (161)
中考名题精析 ……………………………………………………………………… (164)
最新题型预测 ……………………………………………………………………… (168)
预测训练 …………………………………………………………………………… (171)
强化训练 …………………………………………………………………………… (173)
参考答案 …………………………………………………………………………… (179)
中考总复习数学模拟试卷(一) ……………………………………………… (184)
中考总复习数学模拟试卷(二) ……………………………………………… (186)

中考试题评析

中考是在完成九年义务教育的基础上进行的一种选拔性考试，一方面考查学生的素质，另一方面又具有选择性，所以中考数学命题紧扣教学大纲，并以教材为主导来考查学生的综合素质. 我们应引导师生去研读教材，注重知识，发挥教材的主导作用，把教材用活用好，绝不能让师生盲目地去搞题海战术.

对近几年各省、市中考数学试题进行研究分析，会发现有以下特点：

一、大面积考查数学基础知识、基本技能和基本数学思想方法，以此构成试卷的主体，反映出国家对初中生的基本要求，其试卷中呈现频率较高的考点有：

(一) 代数部分

1. 实数及相反数、绝对值、倒数、科学计数法；分式、(算术)平方根、立方根；(同类)二次根式；平均数、中位数、方差等概念.

2. 换元法、配方法、解不等式(组)、因式分解；实数的四则运算、指数幂的运算；二次方程根与系数的关系及判别式的应用.

3. 函数自变量的取值范围；二次函数的对称轴、顶点；函数图像的绘制与应用.

4. 税率、生产效益、溶液配制等实际应用问题.

(二) 几何部分

1. 平行线的判定与性质；三角形全等、相似的概念；四边形与圆等概念.

2. 特殊四边形的判定与性质；线段、角的关系；对称图形的性质.

3. 勾股定理、垂径定理、切线长定理、三角形(梯形)中位线定理、切割线定理等重要定理.

4. 三角函数及同角关系，直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系、圆心距及公切线等.

5. 扇形及不规则图形的面积，圆锥、圆柱的侧面积与体积.

二、重点考查学生的灵活性、综合运用知识的能力、分析问题和解决问题的能力以及应用数学知识解决实际问题的能力，反映了高一级学校对进一步学习的要求，是升学竞争的焦点所在.

三、试题呈多样性，其中应用题联系实际，强调数学在实际生产、生活中的应用，有较强的现实感，要求考生有较强的阅读能力和应用数学知识于实际的意识，善于联想、善于思考，使问题获得更好的解决.

例 1　(2003 年重庆市试题第 22 小题)某中学新建了一栋 4 层的教学大楼，每层楼有 8 间教室，进出这栋大楼共有 4 道门，其中两道正门大小相同，两道侧门大小也相同. 安全检查中，对 4 道门进行了测试：当同时开启一道正门和两道侧门时，2 分钟内可以通过 560 名学生；当同时开启一道正门和一道侧门时，4 分钟内可以通过 800 名学生.

(1) 求平均每分钟一道正门和一道侧门各可以通过多少名学生?

(2) 检查中发现，紧急情况时因学生拥挤，出门的效率将降低 20%. 安全检查规定，在紧急情况下全大楼的学生应在 5 分钟内通过这 4 道门安全撤离. 假设这栋教学大楼每间教室最多有 45 名学生，问：建造的这 4 道门是否符合安全规定? 请说明理由.

说明：此题分值 12 分，占总分的 8%. 题型新颖，贴近生活实际，且知识的组合性强，能力要求较高. (1) 考查学生应用方程组来解决实际问题的能力. (2) 要求学生能通过所学数学知识对门的安全性进行判断，既考查了学生的数学基础知识，又考查了学生数学思想方法的运用.

四、加强实践操作能力的考查. 通过考查学生动手操作和画图等能力，体现了数学研究方法的严密性.

例 2　(2003 年江西省试题第 28 小题)如图 1，有一张矩形纸片 $ABCD$，E、F 分别是 BC、AD 上的点(但不与顶点重合)，若 EF 将矩形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分，设 $AB=a$，$AD=b$，$BE=x$.

(1) 求证：$AF=EC$；

(2) 用剪刀将该纸片沿直线 EF 剪开后，再将梯形纸片 $ABEF$ 沿 AB 对称翻折，平移拼接在梯形 $ECDF$ 的下方，使一底边重合，一腰落在 DC 的延长线上，拼接后，下方梯形记作 $EE'B'C$.

① 当 $x:b$ 为何值时，直线 $E'E$ 经过原矩形的一个顶点？

② 在直线 $E'E$ 经过原矩形的一个顶点的情形下，直线 $B'E$ 与 EF 是否平行？你若认为平行，请给予证明；你若认为不平行，试探究当 a 与 b 有何种数量关系时，它们就垂直？

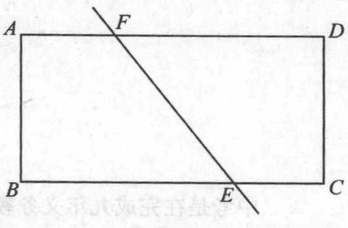


图 1

说明：此题分值 10 分，占总分的 8.3%. 此题难点在第(2)问，要求考生有很好的空间思维能力和动手实践操作的能力，综合性较强. 在具体操作时应注意，图形的拼接有两种情况，如图 2 和图 3，如果只考虑一种情况，将会失分.

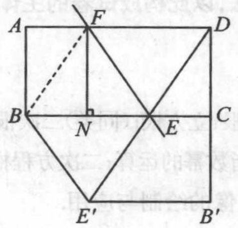


图 2

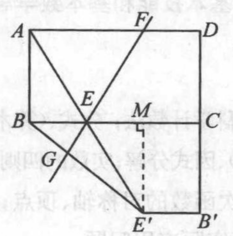


图 3

五、开放型试题和探索性试题在试题中所占比重越来越大. 开放型试题常见的有条件开放型、结论开放型、综合开放型等；探索性试题常见的有探索存在性问题、探索变化及规律(定值)问题、猜想与方法探索等，而且探索性试题常伴有开放性和综合性，主要考查学生的逻辑思维能力、数形结合能力、类比发现与分析归纳能力，对于培养学生的创新意识、发散思维和数学素养有很好作用，因而常作为中考"压轴题".

例 3 (2003 年宁夏试题第 28 小题) 如图 4，在△ABC 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，F 为 BC 的中点，P 是 BF 上一点，过点 P 作 BC 的垂线交 AB 于 D，交 CA 的延长线于 E. 若设 $BP=x$，那么，图中有些量(线段、面积等)可以看做 x 的函数，如 $PC=6-x$，$PF=3-x$ 等. 除以上两例外，请你再写出一个关于 x 的函数解析式，并加以证明.(不需添加辅助线和其他字母)

说明：此题分值 10 分，占总分的 8.3%，系试题压轴题，属结论开放型，此类问题常采用"执因索果"的方法，即从条件出发推出待定的结论.

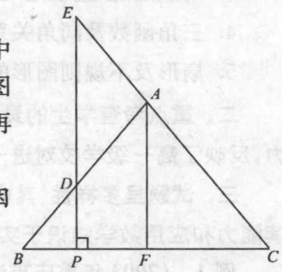


图 4

例 4 (2003 年南昌试题第 23 小题) 抛物线的解析式 $y=ax^2+bx+c$ 满足如下四个条件：$abc=0$，$a+b+c=3$，$ab+bc+ca=-4$，$a<b<c$.

(1) 求这条抛物线的解析式；

(2) 设该抛物线与 x 轴的两个交点分别为 A、B(A 在 B 的左边)，与 y 轴的交点为 C.

① 在第一象限内，这条抛物线上有一点 P，AP 交 y 轴于点 D，当 $OD=1.5$ 时，试比较面积 $S_{\triangle APC}$ 与 $S_{\triangle AOC}$ 的大小；

② 在 x 轴的上方，这条抛物线上是否存在点 P'，使得 $S_{\triangle AP'C}=S_{\triangle AOC}$. 若存在，求出点 P' 的坐标；若不存在，请说明理由.

说明：此题分值 12 分，占总分的 10%，系试题压轴题，属探索存在性问题. 此类问题常采用"假设存在→推理证明→得出正确结论或矛盾"的方法.

六、动态型试题为试卷增加特色，此类问题起点较低，难度不是很大，但要解答完整，就必须有扎实的基础知识和综合分析问题的能力.

例 5 (2003 年吉林省试题第 28 小题) 如图 5-①，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=10$cm，$BC=8$cm. 点 P 从 A 出发，沿 $A\to B\to C\to D$ 路线运动，到 D 停止；点 Q 从 D 出发，沿 $D\to C\to B\to A$ 路线运动，到 A 停止. 若点 P、Q 同时出发，点 P 的速度为 1cm/s，点 Q 的速度为 2cm/s，as 时点 P、Q 同时改变速度，点 P 的速度变为 $b$cm/s，点 Q 的速度变为每秒 $d$cm/s. 图 5-②是点 P 出发 xs 后△APD 的面积 S_1(cm^2)与 x(s)的函数关系图像；图 5-③是点 Q 出发 xs 后△AQD 的面积 S_2(cm^2)与 x(s)的函数关系图像.

(1) 参照图 5-2②，求 a、b 及图②中 c 的值；

(2) 求 d 的值；

(3) 设点 P 离开点 A 的路程为 y_1(cm)，点 Q 到点 A 还需走的路程为 y_2(cm)，请分别写出动点 P、Q 改变速度后 y_1、y_2 与出发后的运动时间 x(s)的函数关系式，并求出 P、Q 相遇时 x 的值.

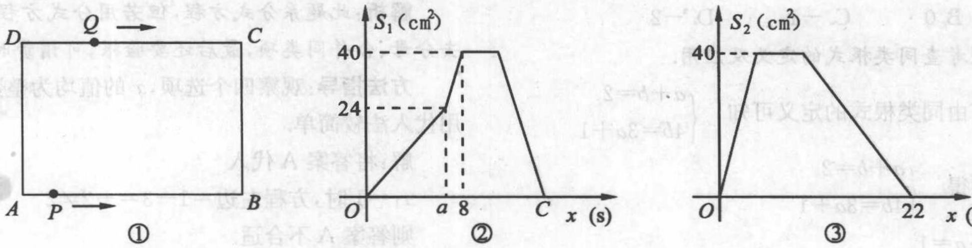


图 5

(4) 当点 Q 出发______ s 时，点 P、Q 在运动路线上相距的路程为 25cm.

说明：此题分值 10 分，占总分的 8.3%，系试题压轴题. 此类问题常以图形为基础，有时还需另作几个符合运动规律的图形，通过观察、分析，动中窥静，变化中求不变，从而明确图形间的数量关系或内在联系，找到解题的最佳途径.

题型分析

全试题包括代数和几何两部分，在总分值中代数约占 60%，几何约占 40%.

试题分选择题、填空题和解答题三种题型. 选择题一般是四选一的单项选择题；填空题只要求直接填写结果；解答题包括计算题、证明题和应用题等，三种题型的分数比约为：选择题 40%，填空题 10%，解答题 50%.

试题按其难易度分为容易题、中等题和难题，三种试题的分值比约为 3 : 5 : 2.

下面针对三种试题的类型特点作以详细介绍.

一、选择题的解法和说明

近年来的数学中考选择题仍以基础为主，体现了数学作为一门基础学科的地位. 预计 2005 年数学中考选择题的题量和分值将保持稳定，但难度有所增加. 选择题包含的内容较广，有对定义、概念的考查，有计算、推理、判断的深入，主要考查学生的直觉思维能力、逻辑判断能力和综合分析能力. 考试大纲中所有的知识点都可以选择题的形式出现，并且有时一道选择题可涉及好几个知识点，有些环节容易出错. 另外还有错误选项所起的干扰作用，所以做选择题不但要有综合分析的能力，还要审视四个选项，搜集辅助判断信息. 最后，掌握解题方法也有很大益处，下面介绍一些解选择题的常用方法.

1. 直接解法

直接解法一般是根据题目所给已知条件，直接进行推理、演算而得出结论的方法.

例 1 已知△ABC 的三边 a、b、c，满足 $a^2+b+|\sqrt{c-1}-2|=6a+2\sqrt{b-3}-7$，试判断△$ABC$ 的形状是 ( )

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

$a^2+2=6a+2\sqrt{b-3}$

解析：由一个方程求几个未知数的值有两种情况：(1)特殊解；(2)非负数之和为零，则每个数为零. 显然此题属第(2)种情况.

方法指导：直接运用配方法将已知式变形为几个非负数之和的形式.

解：由题意得

$a^2-6a+9+(\sqrt{b-3})^2-2\sqrt{b-3}+1+|\sqrt{c-1}-2|=0$

即　$(a-3)^2+(\sqrt{b-3}-1)^2+|\sqrt{c-1}-2|=0$

则　$a-3=0$，$\sqrt{b-3}-1=0$，$\sqrt{c-1}-2=0$

所以　$a=3$，$b=4$，$c=5$

又 $a^2+b^2=3^2+4^2=5^2=c^2$

所以△ABC 为直角三角形，选 C.

例 2 已知 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$，则 $\frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y}$ 的值是 ( )

A. 0　　B. 1　　C. −1　　D. 2

解析：此题是给条件而求具体值问题.

方法指导：利用等式性质把已知分式转化为整式(由 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$ 得 $x+y=5xy$)，然后代入所求式化简即可.

解：因为 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5$，$x\neq0$，$y\neq0$

所以　$x+y=5xy$

原式 $=\frac{2(x+y)-3xy}{(x+y)+2xy}$

$=\frac{2\cdot5xy-3xy}{5xy+2xy}$

$=\frac{7xy}{7xy}=1$

选 B.

2. 定义解法

一些定义、概念本身隐含着许多等式，所以灵活运用这些规律，可使问题简单化.

例1　已知$\sqrt[a+b]{4b}$与$\sqrt{3a+1}$是同类根式，则 $a-b$ 的值是　（　）

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. -2

解析：此题考查同类根式的定义及应用.

方法指导：由同类根式的定义可知 $\begin{cases}a+b=2\\4b=3a+1\end{cases}$

解：由题意得 $\begin{cases}a+b=2\\4b=3a+1\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$

所以　$a-b=0$　　选 B.

例2　已知 a 与 b 互为相反数，c 与 d 互为负倒数，m 的绝对值为 1，则$\dfrac{a+b}{m}+cd+2m^2$ 的值是　（　）

A. 1　　B. 0

C. ±1　　D. 2

解析：此题考查相反数、负倒数、绝对值的定义及运算.

方法指导：由相反数、负倒数、绝对值三者的定义可得 $a+b=0$，$c\cdot d=-1$，$m^2=1$　代入即可.

解：由题意知　$a+b=0$，$cd=-1$，$m^2=1$

代入所求式得

$\dfrac{a+b}{m}+cd+2m^2=0-1+2=1$　　选 A.

3. 代入法

将选项中的每一种可能都代入题目中，逐一检验，直到适合为止.

例1　二元二次方程组 $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x-y=1\end{cases}$ 的一个解是　（　）

A. $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

解析：这是一道解二元二次方程组的问题，如果直接去解，要涉及到变形、代入、多项式的展开等问题，较麻烦.

方法指导：观察四个选项，x、y 的值较为简单，所以可用代入法.

解：把答案 A 代入原方程组

$\begin{cases}(-1)^2+(-2)^2=5\\-1-(-2)=1\end{cases}$

适合（因题目要求一组解，所以其余三个选项不再代入检验）　选 A.

例2　已知$\dfrac{3x-1}{x^2+1}-\dfrac{3x^2+3}{3x-1}=2$，则 x 的值为　（　）

A. $\begin{cases}x_1=1\\x_2=2\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x_1=0\\x_2=-1\end{cases}$

C. $\begin{cases}x_1=0\\x_2=-3\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x_1=3\\x_2=1\end{cases}$

解析：此题系分式方程，但若用分式方程的方法去解要去分母、合并同类项，最后还要验根，可谓费时又费力.

方法指导：观察四个选项，x 的值均为整数且较小，所以用代入法较简单.

解：将答案 A 代入

$x_1=1$ 时，方程左边$=1-3=-2\neq2$

则答案 A 不合适.

将答案 B 代入

$x_1=0$ 时，方程左边$=-1+3=2$

$x_2=-1$ 时，方程左边$=-2+\dfrac{3}{2}\neq2$

则答案 B 不合适.

将答案 C 代入

$x_2=-3$ 时，方程左边$=-1+3=2$

所以答案 C 合适　　选 C.

4. 特殊值法

在解答个别题时，学生知识有限，不能直接解答，此时采用特殊值法，既快又省时.

例1　若 $a<b<0$，则下列各式成立的是　（　）

A. $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　B. $ab<1$　　C. $\dfrac{a}{b}<1$　　D. $\dfrac{a}{b}>1$

解析：这是一道已知范围值，而比较大小的题目.

方法指导：若采用直接推导，很费时间，所以选取适当条件的特殊值代入，将结果与选项对照而得出结论.

解：根据 $a<b<0$，可取 $a=-2$，$b=-1$ 代入检验，易知 $\dfrac{a}{b}>1$

选 D.

例2　若 $abc\neq0$，$a+b+c=0$，则 $a\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)+b\left(\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}\right)+c\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$的值是　（　）

A. 0　　B. 1　　C. -3　　D. -1

解析：此题为给条件求值问题.

方法指导：观察所求式显得较为复杂，若从已知式去推理也很费时，但若取符合条件的值代入，可谓简单.

解：令 $a=2$，$b=c=-1$，代入所求式，则

$a\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)+b\left(\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{a}\right)+c\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$

$=-4+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}$

$=-3$

选 C.

5. 介值法

几个数比较大小，尤其是几个无理数比较大小时，有时很难确定，但只要用合适的且与无理数较接近的有理数去

代替，问题就显得容易.

例 1 $x=\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$，$y=-\left(\frac{3}{4}\right)^{3}$，$z=\left(\frac{3}{4}\right)^{3}$ 则 x、y、z 的大小关系为 ( )

A. $x>y>z$ B. $x>z>y$

C. $z>y>x$ D. $y>x>z$

解析：此题为几个数的比较大小，同时涉及到无理数问题，所以有一定难度.

方法指导：可取与 x、y、z 中较为接近的有理数来代替，使问题简化.

解：$x=-\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}=-\left(\frac{4}{3}\right)^{3}<-1$

$y=-\left(\frac{3}{4}\right)^{3}>-1$，且 $y<0$

$z=\left(\frac{4}{3}\right)^{3}>0$

所以 $z>y>x$ 选 C.

例 2 a、b、c 均为正数，若 $\frac{c}{a+b}<\frac{a}{b+c}<\frac{b}{c+a}$，则 a、b、c 的大小关系为 ( )

A. $a>b>c$ B. $b>a>c$ C. $b>c>a$ D. 不确定

解析：此题为三数比较大小问题，观察所给条件，若直接去推理，较为复杂.

方法指导：观察此不等式具有轮换对称的特点，可用介值法适当放缩或变形即可.

解：将不等式各加 1，得

$\frac{a+b+c}{a+b}<\frac{a+b+c}{b+c}<\frac{a+b+c}{c+a}$

$\because$ a、b、c 均为正数，$\therefore a+b+c>0$

$\therefore \frac{1}{a+b}<\frac{1}{b+c}<\frac{1}{c+a}$

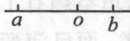
$\therefore a+b>b+c>c+a$

$\therefore b>a>c$ 选 B.

6. 数形结合法

以题目为基础，结合图形，充分利用数形结合思想来解决问题.

例 1 已知实数 a、b 在数轴上的对应点的位置如图



所示，则 $|a|-|a+b|-|b-a|$ 的值为 ( )

A. $2b+a$ B. $2b-a$ C. a D. b

解析：这是一道与数轴有关的代数式化简问题，所以要从数轴去入手.

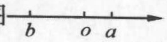
方法指导：观察数轴可知 $a<0$，$b>0$，且 $|b|<|a|$，由此可化简代数式.

解：从数轴上 a、b 的位置可知 $a<0$，$b>0$，且 $|a|>|b|$

$\therefore |a|-|a+b|-|b-a|=-a+a+b-b+a$
$=a$

选 C.

例 2 已知 a、b 在数轴上的对应点如图



所示，则 a、b、$-a$、$-b$ 的大小关系是 ( )

A. $a>b>-b>-a$ B. $-b>a>-a>b$

C. $a>-b>-a>b$ D. $-b>a>b>-a$

解析：此题是与数轴有关的数的比较大小问题，同样要从数轴入手.

方法指导：观察数轴可知 $a>0$，$b<0$，且 $|b|>|a|$，由此可比较大小.

解：从数轴上 a、b 的位置可知

$a>0$，$b<0$，且 $|b|>|a|$

又 $-a<0$，$-b>0$

$\therefore -b>a>-a>b$

选 B.

7. 构造图形法

把代数问题转化为几何图形，会使问题变得简单、易解，从而提高学生综合运用知识解决问题的能力.

例 1 设 $x>0$，$y>0$，且 $x\neq y$，则 $\frac{x+y}{2}$ 与 $\sqrt{xy}$ 的关系 ( )

A. $\frac{x+y}{2}=\sqrt{xy}$ B. $\frac{x+y}{2}>\sqrt{xy}$

C. $\frac{x+y}{2}<\sqrt{xy}$ D. 不确定

解析：此题无具体值，由逻辑推理也较难，所以应从另一角度考虑此问题.

方法指导：可构造直径为 $x+y$ 的半圆，利用相交弦定理和直角三角形斜边大于直角边这一关系来解.

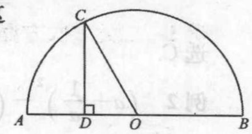


图 6

解：构造半圆，如图 6.

设 $AD=x$，$DB=y$，则

$OC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}(x+y)$

由相交弦定理的推论得 $CD^2=AD\cdot BD$

$\therefore CD=\sqrt{xy}$

在 Rt$\triangle COD$ 中，$OC>CD$，即 $\frac{x+y}{2}>\sqrt{xy}$

选 B.

例 2 方程 $x^2-kx+3k-2=0$ 的一个根大于 -1，另一根小于 -1，则 k 的取值为 ( )

A. $k>\frac{1}{4}$ B. $k=\frac{1}{4}$

C. $k<1$ D. $k<-\frac{1}{4}$

解析：此题是由方程的根来确定系数问题，体现了转化的数学思想.

方法指导：因为方程有两根，所以 $\Delta>0$，可依题意构造图形.

解：$\because$ 方程有两根，$\therefore \Delta>0$

依题意构造图形，如图 7，由图知，当 $x=-1$ 时，$y<0$

即$(-1)^2+k+3k-2<0$

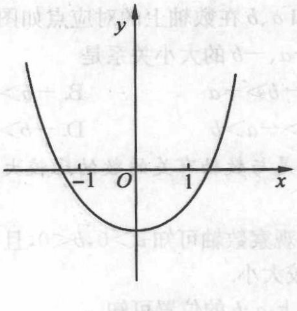


图 7

得$k<\frac{1}{4}$

选 D.

8. 逆向思维法

有些题目是以法则或公式的形式出现,对于这些法则或公式要会正向应用也要会逆向应用.

例 1 $8^{2000}\times0.125^{2001}$的值是 ( )

A. 8　B. -8　C. $\frac{1}{8}$　D. 1

解析:这是一道乘方运算问题,如果直接去解,将会无法解答.

方法指导:此题可应用公式$(ab)^n=a^nb^n$的逆公式去解,另外,需将式子稍作变形.

解:$8^{2000}\times0.125^{2001}=8^{2000}\times0.125^{2000}\times0.125$

$=(8\times0.125)^{2000}\times0.125$

$=\frac{1}{8}$

选 C.

例 2 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$的结果是 ( )

A. $2a$　B. $\frac{2}{a}$　C. 1　D. 4

解析:此题如果用完全平方公式展开化简,稍有麻烦,但用平方差公式较为简单.

方法指导:利用平方差公式的逆公式$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$去解即可.

解:$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

$=\left(a+\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}\right)\left(a+\frac{1}{a}-a+\frac{1}{a}\right)$

$=4$

选 D.

9. 综合分析法

在所给题目无法直接去解答或其他解法难度较大时,我们只能进行综合分析,从而解决问题.

例 1 已知代数式$\frac{\sqrt{(-x^2)^2}-9}{\sqrt{5-4x}}$的值为零,则$x$的值为 ( )

A. 3 或-3　B. $\sqrt{3}$或$-\sqrt{3}$　C. 3　D. -3

解析:此题为隐含条件的等式方程求根问题,若直接去解方程将遇到去分母、乘方等问题,还会涉及到增根,较为麻烦.

方法指导:根据分式值为零的条件可得

$\sqrt{(-x^2)^2}-9=0$ 且 $5-4x>0$

然后解之检验即可.

解:由题意得$\begin{cases}\sqrt{(-x^2)^2}-9=0\\5-4x>0\end{cases}$

解得　$x_1=3, x_2=-3$

当$x=3$时,$5-4x=5-12<0$,不合题意

当$x=-3$时,$5-4x=5+12>0$,合题意

$\therefore x=-3$

选 D.

例 2 已知$x=a^2-4a-1, y=a^2-6a+2$,则x、y的大小关系是 ( )

A. $x>y$　B. $x=y$　C. $x<y$　D. 以上三种都可能

解析:此题系代数式的比较大小,如果采用图像去比较,显得很麻烦,可采用作差后再利用综合分析的方法来判断.

方法指导:根据题意作差

$x-y=a^2\ 4a-1-(a^2-6a+2)$

$=2a-3$

此时再对$2a-3$作分类讨论即可.

解:作差$x-y=a^2-4a-1-(a^2-6a+2)$

$=2a-3$

当$2a-3>0$即$a>\frac{3}{2}$时,$x>y$

当$2a-3=0$即$a=\frac{3}{2}$时,$x=y$

当$2a-3<0$即$a<\frac{3}{2}$时,$x<y$

即x、y大小关系的三种情况都可能

选 D.

二、填空题的解法和说明

填空题只要求写出结果即可,但近几年来,填空题有了很大的改革和发展,它不再是定义、概念的解答,而已演变为一个综合性较强的题型,预计 2005 年的填空题将会有新题型推出,下面介绍一些填空题的常用解题方法.

1. 直解法

利用定义、性质、定理、公理、公式等,经过计算、推导、变形而得出结论的方法.

例 1 已知$|a|=5, |b|=6$,且$|a-b|=b-a$,则$(a+b)^2=$________.

解析:此题为给条件的求值问题,将用到绝对值的有关知识.

方法指导:由绝对值的意义可得 $a=\pm5,b=\pm6$,$b\geqslant a$ 等条件,此时再确定 a、b 的值代入所求式即可.

解:由题意得 $a=\pm5,b=\pm6$

又 $|a-b|=b-a$,$\therefore b\geqslant a$

则 $a=5,b=6$ 或 $a=-5,b=6$

$\therefore(a+b)^2=1$ 或 121.

例 2 已知△ABC 的三边 a、b、c 且 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$,则△ABC 的形状是________.

解析:要确定三角形的形状,可用角的关系或边的关系来确定,此题系由边的关系来确定.

方法指导:观察题中已知条件,如果稍作变化,将很容易配成完全平方公式.

解:由题意得 $2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ac)=0$

$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(a^2-2ac+c^2)=0$

即 $(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2=0$

$\therefore a-b=0,b-c=0,a-c=0$

得 $a=b,b=c,c=a$

$\therefore a=b=c$

∴△ABC 为等边三角形.

2. 参数法

当填空题出现等比或连比有关问题时,可考虑用此方法.

例 1 $x:y:z=3:4:5$,且 $x+y-z=6$,则 $2x-y+3z=$________.

解析:此题为给方程求值问题,如果直接去求 x、y、z 的值,将很麻烦.

方法指导:此题的已知条件之一是连比式,所以可考虑参数法.

解:设 $x=3k,y=4k,z=5k$,代入 $x+y-z=6$

得 $k=3$,$\therefore x=9,y=12,z=15$

故 $2x-y+3z=51$.

例 2 方程组 $\begin{cases}5x-2y=0\\9x+7y=53\end{cases}$ 的解为________.

解析:此题系方程组的解问题,可用代入法或加减法求解,如果稍作变换,即可用参数法.

方法指导:若要用参数法,需导出比例式,

可由 $5x-2y=0$ 得 $\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$.

解:由 $5x-2y=0$ 得 $x:y=2:5$

设 $x=2t,y=5t$ 代入 $9x+7y=53$

得 $t=1$

所以 $x=2,y=5$.

3. 换元法

当问题较复杂或变式中未知数具有平方关系或倒数关系时,均可采用换元法来解.

例 1 化简 $\left(\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\div\sqrt{ab}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 的结果是________.

解析:此题中含有根号,且化简式较长,如果直接化简,将很麻烦.

方法指导:此题中 $\sqrt{a}$ 与 a,$\sqrt{b}$ 与 b 均有平方关系,所以可用换元法来解.

解:设 $\sqrt{a}=x,\sqrt{b}=y$,则 $a=x^2,b=y^2$

$$\begin{aligned}原式&=\left(\frac{x^2y}{x+y}-xy\right)\div xy+\frac{y}{x+y}\\&=\frac{x}{x+y}-1+\frac{y}{x+y}\\&=\frac{x+y}{x+y}-1\\&=1-1=0.\end{aligned}$$

例 2 方程 $2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-3\left(x+\frac{1}{x}\right)-1=0$ 的解是________.

解析:此题是分式方程的求解问题,若直接去解必然很麻烦.

方法指导:$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$,而 $x+\frac{1}{x}$ 与 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ 是平方关系,所以可用换元法来解.

解:设 $x+\frac{1}{x}=y$ 则 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=y^2-2$

原方程化为 $2y^2-3y-5=0$

解得 $y_1=-1,y_2=\frac{5}{2}$

当 $y=-1$ 时,$x+\frac{1}{x}=-1$,即 $x^2+x+1=0$ 无实根

当 $y=\frac{5}{2}$ 时,$x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$,即 $2x^2-5x+2=0$

得 $x_1=\frac{1}{2},x_2=2$

经检验 $x_1=\frac{1}{2},x_2=2$ 都是原方程的解.

∴原方程的解是 $x_1=\frac{1}{2},x_2=2$.

4. 分步代入法

边变形、边代入、逐步化简,最后求得结果的方法.

例 1 若 $x+y=1$,求 $x^3+3xy+y^3$ 的值是________.

解析:此题为给条件求值问题,但所求式与已知式无直接关系,所以需将 $x^3+3xy+y^3$ 进行转化.而

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

所以可将 $x+y=1$ 分步代入.

解:当 $x+y=1$ 时,

$$\begin{aligned}x^3+3xy+y^3&=(x+y)(x^2-xy+y^2)+3xy\\&=x^2-xy+y^2+3xy\\&=x^2+2xy+y^2\\&=(x+y)^2=1.\end{aligned}$$

例 2 已知 $x^2-x+1=0$，则 $x^3+\frac{1}{x^3}$ 的值为________.

解析：此题目同上，但需将 $x^2-x+1=0$ 和 $x^3+\frac{1}{x^3}$ 都变形，从而找到两者联系点.

方法指导：由 $x^2-x+1=0$ 知 $x\neq0$，由此可得

$x+\frac{1}{x}=1$

分步代入 $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2-1+\frac{1}{x^2}\right)$ 即可.

解：由 $x^2-x+1=0$ 知 $x\neq0$

$\therefore x+\frac{1}{x}=1$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2-1+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=x^2+\frac{1}{x^2}-1$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2-1$$

$$=-3.$$

5. 数形结合法

利用图形，以数形结合思想为指导，可使问题得到简化.

例 1 如图 8，Rt△AOB 的直角顶点在原点，$OA=6$，$AB=10$，则 A 点关于 x 轴的对称点 A' 的坐标是________.

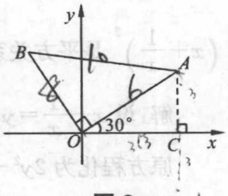


图 8

解析：此题是根据辅助图形来求点的坐标问题.

方法指导：欲求 A' 的坐标，应先求 A 点坐标，此时常从该点向 x 轴或 y 轴引垂线.

解：在 Rt△AOB 中，

$OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

过 A 点作 $AC\perp x$ 轴于 C，在 Rt△AOC 中

$AC=OA\cdot\sin30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$，$\therefore OC=3\sqrt{3}$

$\therefore A(3\sqrt{3},3)$，

$\therefore A'(3\sqrt{3},-3)$.

例 2 不等式组 $\begin{cases}2(x+8)\leqslant10-4(x-3)\\ \frac{x+1}{2}-\frac{6x+7}{3}<1\end{cases}$ 的非负整数解为________.

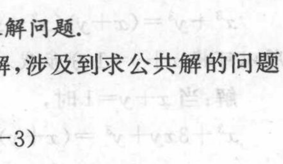
解析：此题系不等式组的求解问题.

方法指导：求不等式组的解，涉及到求公共解的问题，此时可利用数轴来解决.

解：解 $2(x+8)\leqslant10-4(x-3)$

得 $x\leqslant1$

再解 $\frac{x+1}{2}-\frac{6x+7}{3}<1$



得 $x>-\frac{17}{9}$

由数轴得适合不等式组的非负整数解为 0，1.

三、解答题的解法及说明

近年来中考数学的解答题稳中有升，包括计算、推理、证明及应用题. 推理与证明有一定难度，突出重点知识的考查，全面考查数学思想方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力、综合分析能力等，此部分常出现重点知识以及知识相互交融的综合题. 预计 2005 年数学中考计算题，推理及证明题将会出现新型综合题，分值将保持稳定，但难度有所增加，解答技巧更加灵活. 应用题部分仍以列方程或方程组为解答方法，但题目更贴近生活和生产实际，与国民经济、社会发展的联系越来越密切. 题目的形式将呈现多样化，解法也灵活多变，所以同学们不仅要掌握行程、工程等经典应用题的解法，更要重视观察生活，关心国民经济和社会热点问题，来提高应用数学知识分析问题、解决实际问题的能力，下面介绍一些解答题的特点.

例 1 已知 $a^2=a-1$，$b^2=b-1$，求 $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 的值.

解析：按本题所给条件，可把 a、b 的具体值求出，但较复杂，技巧在于观察到 a、b 是一元二次方程 $x^2-x+1=0$ 的两个根，故利用根与系数的关系来解.

解：由已知得 $a^2-a+1=0$，$b^2-b+1=0$，且 $a\neq b$

$\therefore a$、b 是关于 x 的方程 $x^2-x+1=0$ 的两根.

$\therefore a+b=1$，$ab=1$

$$\therefore\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

例 2 已知 $a+b=3+\sqrt{3}$，$b-c=3-\sqrt{3}$，求 $a^2+b^2+c^2+ab+ac-bc$ 的值.

解析：已知条件中三个未知数、两个方程，不能解出 a、b、c 的值，所求式与完全平方展开式相接近，所以可用配方法来解.

解：$\because a+b=3+\sqrt{3}$，$b-c=3-\sqrt{3}$

$\therefore a+c=(a+b)-(b-c)=2\sqrt{3}$

$$\therefore\text{原式}=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2ac-2bc)$$

$$=\frac{1}{2}[(a+b)^2+(a+c)^2+(b-c)^2]$$

$$=\frac{1}{2}[(3+\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2+(3-\sqrt{3})^2]$$

$$=18.$$

例 3 已知关于 x 的方程 $(m+1)x^2+2mx+m-3=0$，总有实根. (1)求 m 的取值范围；(2)当 m 在取值范围内取最

小正偶数时，方程是否有两个根，若有，设两根为 x_1,x_2，求 $3x_1^2(1-4x_2)$ 的值；若没有，说明理由.

解析：(1)求 m 的取值范围，应分类. 当 $m+1=0$ 时，是一元一次方程，当 $m+1\neq 0$ 时，是一元二次方程. (2)由 m 的取值范围及(1)中条件可求出 m 的值，进而判断方程是否有实根.

解：(1)当 $m+1=0$ 时，原方程可化为 $-2x-4=0$，$x=-2$

当 $m+1\neq 0$ 时，$\Delta=(2m)^2-4(m+1)(m-3)\geqslant 0$

因而 $m\geqslant -\frac{3}{2}$，且 $m\neq -1$

所以当 $m\geqslant -\frac{2}{3}$ 时，方程 $(m+1)x^2+2mx+m-3=0$ 总有实根.

(2)因为 $m\geqslant -\frac{2}{3}$，且 m 为最小正偶数，所以 $m=2$

此时方程为 $3x^2+4x-1=0$

$\Delta=4^2+12=28>0$，所以方程有两根

此时 $x_1+x_2=-\frac{4}{3}$，$x_1x_2=-\frac{1}{3}$

$$3x_1^2(1-4x_2)=3x_1^2[1+3(x_1+x_2)x_2]=3x_1^2\cdot 3x_2^2$$
$$=9(x_1x_2)^2=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$$
$$=1.$$

例4 已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边，且 $a>b$，关于 x 的方程 $x^2-2(a+b)x+2ab+c^2=0$ 有两相等的实数根且 $\angle A$、$\angle B$ 的正弦是关于 x 的方程 $(m+5)x^2-(2m-5)x+m-8=0$ 的两根. 若 $\triangle ABC$ 的外接圆面积为 25π，求 $\triangle ABC$ 的周长.

解析：由题意知，方程有两相等实根，所以

$\Delta=4(a+b)^2-4(2ab+c^2)=0$

即 $a^2+b^2=c^2$，$\therefore \triangle ABC$ 是 Rt△.

又 $\sin A$、$\sin B$ 是方程 $(m+5)x^2-(2m-5)x+m-8=0$ 的两根，由根与系数的关系求出 m 的值，从而可得 $\sin A$、$\sin B$ 的值，由 $\triangle ABC$ 外接圆面积可求 Rt$\triangle ABC$ 斜边 $c=10$，进而得 $\triangle ABC$ 的周长.

解：由题意得 $\Delta=4(a+b)^2-4(c^2+2ab)=0$

得 $a^2+b^2=c^2$，故 $\triangle ABC$ 为 Rt△，且 $\angle C=90°$.

$$又\begin{cases}\sin A+\sin B=\dfrac{2m-5}{m+5}\\ \sin A\cdot\sin B=\dfrac{m-8}{m+5}\end{cases}$$

且 $\sin B=\cos A$，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

$\therefore \left(\frac{2m-5}{m+5}\right)^2-2\left(\frac{m-8}{m+5}\right)=1$

即 $m^2-24m+80=0$ 得 $m_1=20$，$m_2=4$

当 $m=4$ 时，$\sin A\cdot\sin B=\frac{m-8}{m+5}<0$

$\therefore m=4$ 不合题意

$\therefore m=20$

又 $\triangle ABC$ 外接圆面积为 25π，$\therefore R=5$

即 $c=2R=10$

当 $m=20$ 时，方程 $(m+5)x^2-(2m-5)+m-8=0$ 为

$25x^2-35x+1=0$， 解得 $x_1=\frac{4}{5}$，$x_2=\frac{3}{5}$

又 $a>b$，$\therefore \sin A=\frac{4}{5}$，$\sin B=\frac{3}{5}$

在 Rt$\triangle ABC$ 中 $a=8$，$b=6$

所以三角形周长为 $10+8+6=24$.

例5 判断函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 与 $y=x^2-3x-1$ 图像的交点情况.

解析：函数图像的交点由函数解析式所组成的方程组的解来确定.

解：由题意得 $\begin{cases}y=ax^2\\ y=x^2-3x-1\end{cases}$

即 $(a-1)x^2+3x+1=0$

(1)当 $a-1=0$ 时，即 $a=1$ 得 $\begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}\\ y=\dfrac{1}{9}\end{cases}$

此时 $y=ax^2$ 与 $y=x^2-3x-1$ 有一个交点 $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{9}\right)$.

(2)当 $a-1\neq 0$ 即 $a\neq 1$ 时，上面方程为一元二次方程

$\Delta=9-4(a-1)=-4a+13$

当 $\Delta>0$，即 $a<\frac{13}{4}$ 且 $a\neq 1$ 时，上面方程有两解，

函数 $y=ax^2$ 与 $y=x^2-3x-1$ 有两个交点；

当 $\Delta=0$，即 $a=\frac{13}{4}$ 时，上面方程有一解，

函数 $y=ax^2$ 与 $y=x^2-3x-1$ 只有一个交点；

当 $\Delta<0$，即 $a>\frac{13}{4}$ 时，方程组无解，两函数无交点.

例6 如图9，在直角坐标系中，以坐标原点为圆心，半径为1的圆与坐标轴分别交于 A、B、C、D 四点，E 是 $\overset{\frown}{CD}$ 上一点，且 $\overset{\frown}{CE}=\frac{2}{3}\overset{\frown}{CD}$. (1)求 E 点坐标；(2)求以 y 轴为对称轴且经过 E 点的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的一个解析式.

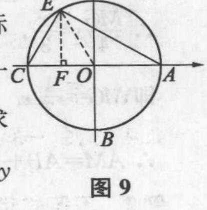


图9

解析：(1)要求 E 点， $\because \overset{\frown}{CE}=\frac{2}{3}\overset{\frown}{CD}$

$\therefore \angle COE=60°$， 可求得 E 点坐标.

(2)要求过 E 点且以 y 轴为对称轴的抛物线的一个解析式 $y=ax^2+bx+c$ $(b=0)$，所以可改解析式为 $y=ax^2+c$.

解：(1) 连接 EO，$\because \overset{\frown}{CE}=\frac{2}{3}\overset{\frown}{CD}$，$\therefore \angle COE=60°$

过 E 作 $EF\perp x$ 轴于 F 点.

在 Rt$\triangle EOF$ 中，可求得 $OF=\frac{1}{2}$，$EF=\frac{\sqrt{3}}{2}$