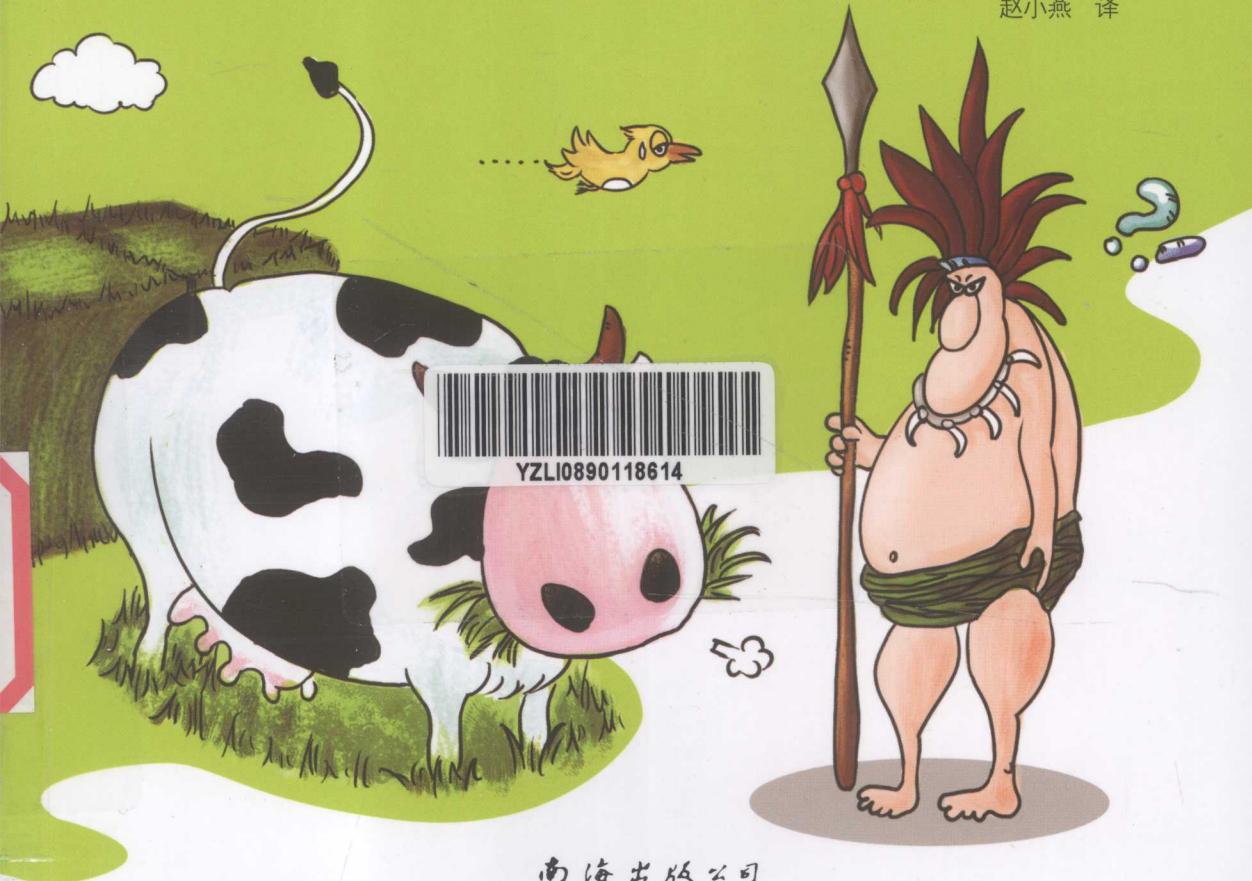


德国知名数学家、密码学家经典科普作品  
备受德国青少年和家长喜爱的趣味数学书  
看故事学数学，知识原理轻松学

# 奶牛为什么喜欢 在半圆内吃草

Warum Kühe gern im Halbkreis grasen

[德]阿尔布莱希特·波伊特施巴赫 马库斯·瓦格纳 著  
赵小燕 译



南海出版公司

# 奶牛为什么喜欢 在半圆内吃草

Warum Kühe gern im Halbkreis grasen

[德]阿尔布莱希特·波伊特施巴赫 马库斯·瓦格纳 著  
赵小燕 译



南海出版公司

图书在版编目 (CIP) 数据

奶牛为什么喜欢在半圆内吃草 / [德] 波伊特施巴赫,  
〔德〕瓦格纳著；赵小燕译。—海口：南海出版公司，  
2011.9

ISBN 978-7-5442-5472-4

I. ①奶… II. ①波… ②瓦… ③赵… III. ①数学课  
—小学—课外读物 IV. ① G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 113662 号

著作权合同登记号 图字: 30-2010-136

Published in its Original Edition with the title

Warum Kühe gern im Halbkreis grasen

by Verlag Herder GmbH

Copyright © Verlag Herder GmbH, Freiburg im Breisgau

This edition arranged by Himmer Winco

© for the Chinese edition: Beijing Reader's Cultural & Arts Co., Ltd.



本书中文简体字版由北京承圆典码文化传媒有限公司独家授权。  
全书文、图局部或全部，未经同意不得转载或翻印。

## 奶牛为什么喜欢在半圆内吃草

[德]阿尔布莱希特·波伊特施巴赫 [德]马库斯·瓦格纳 著  
赵小燕 译

出 版 南海出版公司 (0898) 66568511  
海口市海秀中路 51 号星华大厦五楼 邮编 570206  
出 品 北京读书人文化艺术有限公司 www.readers.com.cn  
发 行 新经典文化有限公司  
电 话 (010) 68423599 邮箱 editor@readinglife.com  
经 销 新华书店

责任编辑 聂 敏  
特邀编辑 彭 展  
装帧设计 黑羽平面工作室  
内文制作 邵海波  
插 图 所以设计馆

印 刷 三河市三佳印刷装订有限公司  
开 本 710 毫米 × 930 毫米 1/16  
印 张 13.75  
字 数 145 千  
版 次 2011 年 9 月第 1 版  
印 次 2011 年 9 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5442-5472-4  
定 价 25.00 元

版权所有，未经书面许可，不得转载、复印、翻印，违者必究。

# | 目 录 |

## 前 言

1

## 1 数字与计数

觥筹交错	5
心不在焉的教授	8
中国的摔跤比赛	10
天平	12
页数	14
烛台和蜡烛	16
电报杆	18
连续数字之和	20
苹果和梨	22
三位数	24
两个未知数之和	26
在草地上	28
蜡渣	30
圆圈中的 7	32



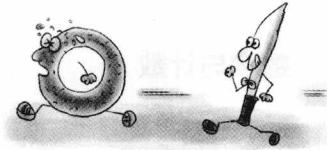
## 2 分数和百分比

浴缸	37
谁赚得多	39
夜间值班员	41
节约的可能	43
西瓜	45
红色糖果和蓝色糖果	47
混合红白葡萄酒	49



## 3 公平分配

消失的欧元	53
偏心的父亲	55
切比萨	57
切甜甜圈	59
一视同仁的爷爷	61
5个等级的社会	63
黑芝麻蛋糕	66



## 4 逻辑学

一本奇特的书	71
我在想一个数字	73
偶数和奇数	75
赌骰子	77
成为亿万富翁	79
红帽子和蓝帽子	81
谎话帮	83
金币	85
凯尔特人的战士	87
滑雪橇	90
棋盘上的老鼠	92



## 5 时间和速度

沙漏钟	97
平均速度	99
横渡大西洋	101
神秘的导火索	103



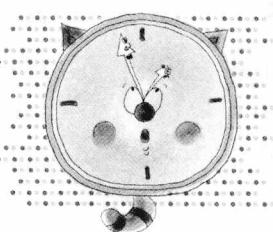
坐地铁	105
日历快速计算器	107
顺时针	109
过桥	111

## 6 正方形和正方体

9个点	115
穿过3点	117
正方体艺术品	119
正方体上的质数	121
红色正方体	124
正方体奶酪	126

## 7 几何

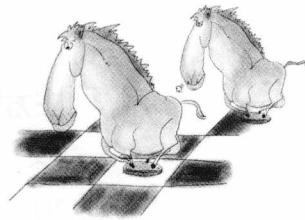
加德纳三角	131
足球场	133
围绕赤道的绳子	135
理想的镜子	137
奶牛在半圆内吃草	140
圆桌	143
合理地省电	145
巧装蜡烛	147
剪长方形	149
画家的画布	151
猎人	154



# 8

## 整除

计算错误	159
在汽车里	161
3个骰子的背面	163
果仁巧克力盒子	165
传球游戏	167
整除	170
神秘数字 U	172
对称数	174
1等于2	176



# 9

## 游戏

多米诺方框	181
无敌的马	183
谁先加到 100	185
赌桌上的魔鬼	187
翻纸牌	190

# 10

## 魔术



欧洲水果	195
调换数字	198
猜纸牌	201
猜数字	204
一个关于两欧元的赌	207
猜年龄	209

## |前言|

比萨饼和果仁巧克力、半圆中的奶牛、凯尔特人的战士、心不在焉的教授、神秘的导火索……益智类题目总是显得很有趣。在本书中，我们讨论的不是数理逻辑，而是怎样掰一块巧克力；我们不讨论方程，而是讲奶牛、马和羊群；我们也不讲稳定性，而是讲黑芝麻蛋糕。

这就是题目的魅力所在，一道道题目由此而变得形象生动，富有趣味。你可以毫不费力地记住这些题。你可以在任何地方琢磨问题的答案：在地铁里，在一堂乏味的课上……甚至是躺在浴缸里泡澡的时候！题目像是有了自己的生命，我们的脑子也在跟着它不知不觉地运转，突然，奇迹发生了：只听见“咔哒”一声，你找到了答案。有些题目可以通过默算或者一次次有规律的试验来解决，但每次找到答案的同时，我们的脑子里总是会听到“咔哒”一声。

当然了，假如我们真的去研究凯尔特人，用导火索搞爆炸实验，或者掰碎一块块的巧克力，那是不可能找到答案的。这些数学题目也不会直接帮助我们应对日常生活。现实中没有人会把一块比萨切成尽可能多的块数，而不去考虑它的大小和形状；也没有人费力去数出蛋糕上的500颗黑芝麻；更不会有人继承一块半圆形的地，要求他的奶牛只能在半圆里吃草。

我们的脑子清楚知道（某个时刻我们总会发现这一点）：问题的关键并不在于巧克力和糖果，不在于中国摔跤手或者凯尔特战士，也不在于偏心的父亲或者一视同仁的爷爷，这些有趣的东西只是为了激发我们开动脑筋，去琢磨藏在题目背后的思路，去和“数学”打交道！

从具体的题目出发，探寻背后隐藏的思路，从比萨到平面的分割，从具体到抽象，这是一个无比正确的方向。

应用题是数学当中最重要的一部分，它能够培养我们解决问题的能力。很多数学家都认为，解决问题的能力是数学能力当中最关键的一种，对我们的日常生活来说，这种能力当然更是无比重要！

在这本书里，我们汇集了自己喜欢的一些题目。在选择题目的时候我们遵循了以下3个标准：

有些问题经常被人问到，比如到数学研究中心来参观的人经常向我们提出某些问题。提问者认为，这些题目属于数学的基本构成。

在某些问题背后隐藏着重要的数学窍门和方法。如果人们掌握了一道题目中的诀窍，就等于已经理解了数学中比较重要的东西。

最后，这本书还涉及了尽可能多的数学领域，比如几何、代数、排列组合、概率的计算，等等。

对题目的选择自然也反映了编者自己的趣味。如果您有一道题目，并且认为它应该被收到这本书里，就请写信告诉我们！

阿尔布莱希特·波伊特施巴赫

马库斯·瓦格纳

2010年3月于柏林



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

# 1

## 数字与计数

觥筹交错

心不在焉的教授

中国的摔跤比赛

天平

页数

烛台和蜡烛

电报杆

连续数字之和

苹果和梨

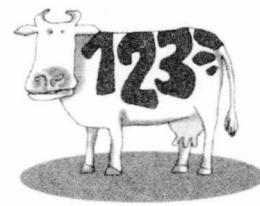
三位数

两个未知数之和

在草地上

蜡烛

圆圈中的 7



41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60

61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

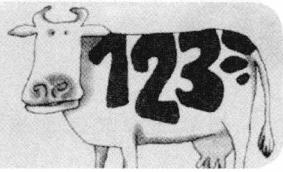
81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120

121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140



## 觥筹交错



让我们以一个经典的题目作为本书的开始：聚会上有 10 个人，每个人与其他人分别碰杯一次，那么总共能听到几次碰杯声？



### 提示

我们可以系统化地设想一下，首先第一个人和其他所有人分别碰杯。然后第二个人和除第一人以外的所有人分别碰杯；第三个人和除了前两个人以外的所有人分别碰杯，以此类推。





## 答案

假如聚会的参加者有计划地去和每个人碰杯，那么第一个人会和9个人碰杯，第二个人会和其他8个人碰杯，以此类推，倒数第二个人还能和一个“自由人”碰杯，而最后一个人则根本没有主动去和别人碰杯的机会。所以，总共会有 $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$ 次碰杯声。

### 附加题目

一定数量的人参加某次聚会，每个人和其他人不多不少只碰杯一次，所有的人总共碰杯55次，请问有多少人参加了这次聚会？

我们可以把前  $n$  个数字之和，也就是  $1+2+\cdots+n$ ，用一个简单的公式来表示： $1+2+3+\cdots+n=n(n+1)/2$ 。

关于这个方程式的由来，有一个小故事。数学家卡尔·弗里德里希·高斯（1777~1855）还在上小学的时候，有一次，老师给学生们出了一道题：数字从 1 加到 100 等于多少。令老师感到惊奇的是，高斯在很短的时间就做完了这道题目。因为高斯发现，第一个数字 1 和最后一个数字 100 的和是 101，第二个数字 2 和倒数第二个数字 99 的和也正好等于 101，而  $3+98$  也同样如此……因此高斯算出答案是  $50 \times 101$ 。

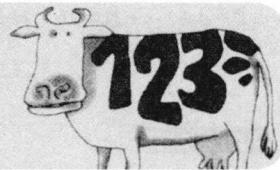
总而言之， $n$  个数字之和一定等于这个数字的一半 ( $n/2$ ) 乘以最大的数字与 1 的和 ( $n+1$ )。或者用上面提到的方程式表示为：

$$1+2+3+\cdots+n=n(n+1)/2。$$

附加题目

有 10 个人也就是 5 对夫妻参加了一个聚会。每个人和除自己伴侣以外的其他所有人碰杯，他们一共碰了几次杯？

# 心不在焉的教授



教授和他的夫人邀请另外两对好友夫妇共进晚餐。首先，他们一起喝了迎宾鸡尾酒。他们彼此举杯共饮，但不是每个人和所有人碰杯，而是要么仅仅是和其中某几个人碰杯，要么不和任何人碰杯。但无论如何，没有人和自己的另一半相互祝酒。

这位教授有点心不在焉，没有注意到谁和谁碰过杯了。当他后来问起时，他的夫人别有用心地说：“我只能告诉你，我们5个人每个人和其他人碰杯的次数都不一样。”

教授想了想他夫人的话后说：“那么首先我知道，我和几个人碰过杯，其次我知道，你和谁碰过杯，对象当然跟我一样。”



## 提示

如果其他5个人分别和不同数量的人碰过杯，那么这些数字是多少？



## 答案

答案很有欺骗性：因为没有人和自己的伴侣碰杯，所以每个人最多只能和4个人碰杯。如果这其他5个人碰杯次数都各不相同的话，这些数字只能是4、3、2、1和0。

让我们能按照顺序开始：假定教授夫人和其他4个人碰过杯，那么他们一定是被邀请的另外两对夫妻。如果是这样的话，他们中间就没有人与0个人碰过杯，这和教授夫人的说法是矛盾的。

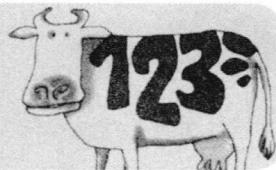
所以和其他4个人碰过杯的，必定是友人夫妇中的某个成员——我们姑且说是第一对夫妻中的妻子——这4个人便是第二对夫妻和教授夫妇。这样看来，只有一个人到现在为止没有和任何人碰杯：就是第一对夫妻中的丈夫。所以他一定是那个没有和任何人碰过杯的人。

那么还剩下数字1、2和3。如果教授夫人和其他3个人碰过杯，那一定是和第一对夫妻中的妻子及第二对夫妻。既然所有这些人已经和另外某个人碰过杯，那么他们中就没有人不多不少只和一个人碰过杯。

所以第二对夫妻的某个成员，例如妻子，必定是和3个人碰过杯，这3个人分别是第一对夫妻中的妻子及教授夫妇。

由此推断，教授夫人和教授本人一样，分别都和两个人碰过杯，这两个人分别来自两对友人夫妇，他们各自与4个人或3个人碰过杯。

# 中国的摔跤比赛



中国摔跤比赛的冠军通过 KO 规则来确定，即两人对决，输家出局。这并不是说比赛是一轮一轮地进行，也可能有这种情况：一个人不断地和新的对手对决，直到他输第一次为止。但这道题的重点并不是所有比赛的组织方式。

在中国，单单轻量级摔跤比赛就有 100 000 个人参加，获胜者从他们中间产生。请问，决出冠军需要进行多少场比赛呢？



## 提示

经过一场比赛还剩多少摔跤手？

