



小学数学思维训练教科书

美妙的数学思维

苏平主编

4 年级上册

江苏教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE



$75 + 57 = 132$ $132 + 231 = 363$
 $59 + 95 = 154$ $154 + 451 = 605$ $605 + 506 = 1111$
.....



YZLI0890142004



小学数学思维训练教科书

美妙的数学思维

4 年级上册

策 划 南京苏杰学校教育研究室

主 编 苏 平

分册主编 刘梅华

编 写 刘梅华 苏 平等

秘 书 景蓓蓓 郭杰 苏州林春华 刘慧敏 陈 燕等



YZLI0890142004

图书在版编目(CIP)数据

美妙的数学思维. 四年级. 上册 / 苏平主编.
— 南京: 江苏教育出版社, 2011.8
ISBN 978-7-5499-0270-5

I. ①美… II. ①苏… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 165688 号



书 名 美妙的数学思维(4 年级上册)
主 编 苏 平
责任编辑 徐正康
出 版 江苏教育出版社(南京市湖南路 1 号 A 楼 邮编 210009)
苏教网址 <http://www.1088.com.cn>
照 排 南京新华丰制版有限公司
印 刷 金坛市新远印刷有限公司(电话 0519-82823027)
厂 址 金坛市龙山路 47 号(邮编 213200)
开 本 787×1092 毫米 1/16
印 张 8
版 次 2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5499-0270-5
定 价 18.00 元
批发电话 025-83657791, 83658558, 83658511
邮购电话 025-85400774, 短信 025-85420909
E - mail jsep@vip.163.com
盗版举报 025-83658551

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

前 言

如何让孩子在小学的数学学习中,喜欢数学、会学数学,如何让孩子取得优异的数学成绩呢?带领着孩子去探索数学的魅力,掌握美妙的数学思维方法,这是孩子学好数学的金钥匙。

这套《美妙的数学思维》丛书高屋建瓴,从方法论的高度培养学生的数学学习能力,是帮助学生学好数学的金钥匙。她能够帮助学生取得优秀的学习成绩,从而走进名牌中学,并在名牌中学轻松地学习,具有源源不断的学习后劲。

当学生长大后,当学生走进国内外名牌大学后,当学生走向他们喜欢的领域发展事业时,他们在学生时代学过的许多数学知识点也许会被忘掉,但这些闪耀着智慧的美妙的数学思想和方法将会让他们受益终生。

编写一套儿童数学思维训练丛书,让学生在接受数学启蒙教育的起点,就能够掌握方法,喜欢数学、会学数学,这是我多年的梦想。这套丛书,记录了我近三十年在儿童数学教育、数学方法论方面的研究成果,记录了我和我先生张杰创办的南京苏杰学校办学十一年的数学教育研究成果。十一年来,苏杰学校一届小学生,通过苏杰学校数学思维课程的学习,以优秀的成绩走进了南京地区最好的名牌中学。苏杰学校每届毕业生中50%以上的学生都能够被南京地区最好的名牌中学录取。苏杰学校每届毕业生中50%以上的学生高中毕业后都能够被北大、清华、哈佛等国内外著名大学录取。

这套丛书共十三册,一至五年级各有两册,六年级有三册。无论是教师教学,还是学生学习,既可以按照各个年级分册的顺序和其中章节的顺序来学习,也可以根据实际情况制订个性化的学习顺序,还可以作为寒暑假期间帮助学生巩固所学数学知识、训练数学思维的教材。

本丛书具有以下特点：

一、与各地的小学数学教材配套，帮助学生同步提高

我们认真研究了现行小学所用的各种版本数学教材，根据小学数学教学的课时进度、教材内容及其编排顺序等，同步安排丛书的教学内容，为学生拓宽和提优，使学生迅速提高数学学习成绩，并为中学的数学学习打下坚实的基础。

二、授之以渔，让学生会学数学

数学是一种文化，每一个人都应当具有良好的数学素养。

本丛书引领学生跟着数学家一起去探索、去思考、去提问，倾听数学家的巧妙思想，体验数学思维的魅力和奇妙，研究数学的简洁美、规律美、代数美、对称美、统一美，掌握重要的数学思维方法，让学生会学数学。

三、超越数学竞赛和数学考试，让学生受益终生

本丛书对学生有着长远的实用价值，能够从根本上培养学生可持续发展的学习能力。一方面紧扣数学课程标准的要求，适应学生升入名牌中学的需要，针对各地提高性的数学课外活动的需要，着重从解题方法、解题技巧等方面训练学生的应试能力；另一方面，注重培养学生对数学学习的兴趣、养成良好的数学学习习惯、掌握优秀的学习方法，让学生受益终生。

四、以教材形式呈现，便于学生循序渐进学习

本丛书是一套数学思维训练教材，撰写时充分考虑能方便教师、孩子和家长使用。

在写作风格上，我们根据各年级学生的认知特点，采用学生乐于接受的教学语言和形式，通过各类典型例题，深入浅出地讲解数学思维方法。

在内容结构方面，我们着眼于让学生了解数学家或者数学教师是怎样想的，为什么这样想，着眼于让学生像数学家一样思考。因此，丛书按照专题的形式来分类，每一讲的灵魂是例题的解答思考方法；每一讲的开头，都有明确的学习目标，教师须按照“学习目标”进行教学，学生要按照“学习目标”开展学习，并通过练习检测自己达标的水平。

在训练量方面，我们坚持事半功倍的原则，注重通过范例的教学和适量的练习，培养学生举一反三、融会贯通的能力，让学生脱离漫无目标的“题海”，有目标、有计划地学习，做学习的主人。

目 录

| | |
|--------------------|-----|
| 1 我是谁 | 001 |
| 2 数图形 | 005 |
| 3 奇妙的假设法 | 010 |
| 4 数学趣味谜题 | 015 |
| 5 探索最大值与最小值 | 019 |
| 6 快乐的“24点”游戏 | 024 |
| 7 玩24点 | 026 |
| 8 盈亏问题 | 029 |
| 9 玩图形 | 036 |
| 10 速算与巧算 | 045 |
| 11 期中复习(一) | 051 |
| 12 期中复习(二) | 053 |
| 13 期中复习(三) | 055 |
| 14 探索规律 | 057 |
| 15 画线段图解应用题 | 064 |
| 16 植树问题 | 070 |
| 17 巧求面积 | 075 |
| 18 数学美欣赏 | 080 |
| 19 负数在生活中的用途 | 084 |
| 20 统计 | 090 |
| 21 期末复习(一) | 095 |
| 22 期末复习(二) | 097 |
| 23 期末复习(三) | 099 |
| 24 综合测试 | 101 |
| 参考答案 | 103 |



我是谁

wo shi shui



确定解题方案时,学会有序思考,思考先做什么,再做什么。

例1 我的各位数字之和为12。我是一个两位数。我是一个小于50的偶数。我是谁?

思考方法

先考虑各位数字之和为12的两位数,从十位数字最小取3开始列举:39、48、57、66、75、84、93。又因为是小于50的偶数,所以只能是48。

例2 我是一个两位数,十位数字和个位数字相加之和是8,且十位数字大于个位数字。我可能是哪些数?

思考方法

先考虑各位数字之和是8的两位数,从十位数字最大取8开始列举:80、71、62、53、44、35、26、17;再考虑十位数字要大于个位数字,这样符合条件的两位数有80、71、62、53四个。



为什么例1中从十位数字最小取3开始列举,例2中却从十位数字最大取8开始列举?

例3 我是一个三位数,其中两个数位上是相同的数字;三个数位上的数字相加之和为8;在每个数位上都没有2这个数字。我是谁?



我是谁



思考方法

这个问题中所求数要满足的条件比较多。首先考虑这两个条件：三个数位上数字之和是8，其中又有两个数位上的数字是相同的，符合条件的有

- (1) $0+0+8=8$; (2) $1+1+6=8$; (3) $2+2+4=8$; (4) $3+3+2=8$;
(5) $4+4+0=8$ 。

再考虑每个数位上都没有2这个数字，所以符合条件的只有(1)(2)(5)三类，这样符合条件的三位数有800、116、161、611、404、440六个。



在例3的思考方法中，为什么最后考虑“在每个数位上都没有2”这个条件呢？请说一说你的想法。

例4 我是一个一位数，三个我加在一起比10大，四个我加在一起比24小，五个我加在一起比30小，六个我加在一起比25大。我是谁呢？

思考方法

分析题目中的条件，运用算式先求出“我”的取值范围，再推导出“我”是几。

$$10 \div 3 = 3 \cdots \cdots 1 \quad \text{我比3大}$$

$$24 \div 4 = 6 \quad \text{我比6小}$$

$$30 \div 5 = 6 \quad \text{我比6小}$$

$$25 \div 6 = 4 \cdots \cdots 1 \quad \text{我比4大}$$

所以，我应该比4大、比6小，我是5。

例5 我是一个两位数，而且十位和个位上的数字相同，三个我加在一起仍然是一个两位数，五个我加在一起是一个三位数。我是谁？

思考方法

(1) 两位数中，十位和个位上数字相同的有11、22、33、44、55、66、77、88、99。

(2) 根据“三个我加在一起仍然是一个两位数”，只可能是11、22、33。

(3) 再根据“五个我加在一起是一个三位数”推算：

$$11 \times 5 = 55 \cdots \cdots \text{不是三位数}$$

$$22 \times 5 = 110 \cdots \cdots \text{是三位数}$$

$$33 \times 5 = 165 \cdots \cdots \text{是三位数}$$

所以，符合条件的数是22和33。



例6 我是一个两位数,十位和个位上的数字相加之和是10,相减之差是4。如果把我除以10,那么得数比5还小。我是谁?

思考方法

在两位数中,十位和个位上的数字相加之和是10的数有19、28、37、46、55、64、73、82、91;相减之差是4的数有15、26、37、48、59、95、84、73、62、51、40。两个条件都满足的只有37、73。

$$37 \div 10 = 3.7 < 5 \quad 73 \div 10 = 7.3 > 5$$

所以我是37。

例7 我是一个两位数,各位上的数字相加之和是9。如果将个位和十位上的数字对调,这个数就比我大9。我是谁?

思考方法

(1) 在两位数中,各位上的数字之和是9的数有18、27、36、45、54、63、72、81、90。

(2) 调换个位和十位数字之后,比原数大的有18,27,36,45。

(3) 调换个位和十位数字,新数与原数相差9,验算如下:

| | |
|-------|-------------------------|
| 18→81 | $81 - 18 = 63$ |
| 27→72 | $72 - 27 = 45$ |
| 36→63 | $63 - 36 = 27$ |
| 45→54 | $54 - 45 = 9\checkmark$ |

所以我是45。

例8 我是一个三位数,我的百位数字是个位数字的4倍,个位数字是十位数字的一半,各位数字的乘积中含有我各位数字中的一个。我是谁?

思考方法

(1) 首先弄清“个位数字是十位数字的一半”的意思,即十位数字是个位数字的2倍。

(2) 结合“百位数字是个位数字的4倍”可知:

当个位是1时,这个数是421, $4 \times 2 \times 1 = 8$, 不符合条件;

当个位是2时,这个数是842, $8 \times 4 \times 2 = 64$, 符合条件。所以我是842。

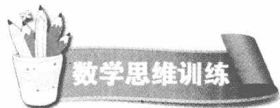
想一想

你能编一道类似的题目吗? 试一试吧!



总结

当条件较多时,可以找到解题的突破口,先求出符合部分条件的答案,再在这个范围里求出满足全部条件的答案。



数学思维训练

1. 我是由三个数字6、7和8构成的最大数和最小数之差。我是谁?
2. 我由两个奇数数字组成,十位和个位上的数字相差2,同时两个数字相加大于10。我是谁?
3. 5个我加在一起比6个我加在一起少6。我是谁?
4. 我比最大的一位数自乘的积少1。我是谁?
5. 我比2个10大,比3个10小。我十位和个位上的数字之和是4的2倍。我是谁?
6. 我是一个三位数,百位数字和个位数字都是奇数,十位数字是偶数,而且三个数字各不相同。我最大是多少? 最小是多少?
7. 我是一个两位数,我自乘的结果比100多21。我是谁?
8. 我是一个能同时被2、3、5整除的三位数,而且比500小。我最大是多少?
9. 我是一个四位数,千位数字与百位数字之和比十位数字多5,个位数字与十位数字相差3。我最小是多少? 最大是多少?





1. 认真分析图形的组成情况,确定如何分类,然后按一定的顺序有条理地数某种图形的个数,做到既不重复,也不遗漏。
2. 掌握用分类的方法来数图形,可以按组成图形的块数来分类,也可以按图形的大小来分类,当然,还可以选定其他标准来分类数图形。
3. 学会用必要的文字来表达解题过程。

(一)

例1 图1中一共有多少个平行四边形?

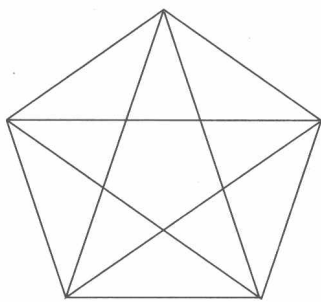


图1

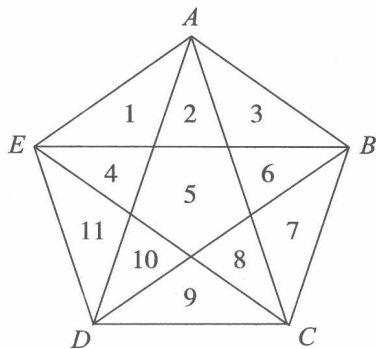


图2

思考方法

根据图形的特点,将每一小块编号,如图2。以A为一个顶点,由1、2、3、4、5、6这六块正好组成一个平行四边形。以B为一个顶点,由2、3、5、6、7、8这六块也组成一个平行四边形。以此类推,以五角星的5个顶点为基准,由六块图形组成的平行四边形



共有5个。

例2 图1中一共有多少个三角形？

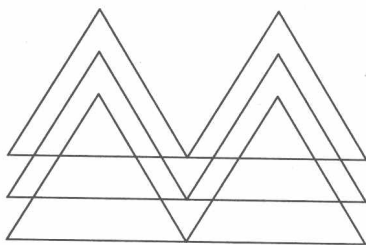


图1

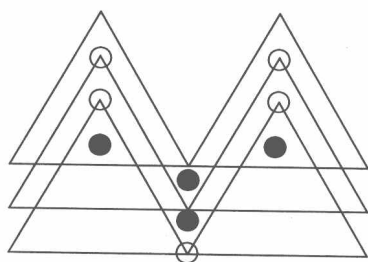
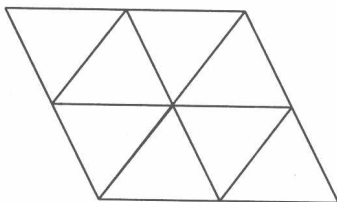


图2

思考方法

按图形大小用分类的方法来数。如图2,小的(用“●”表示)有4个,中等的(在一个顶点处用“○”表示)有5个,大的有6个。一共有 $4+5+6=15$ (个)三角形。

例3 下图中一共有多少个平行四边形？

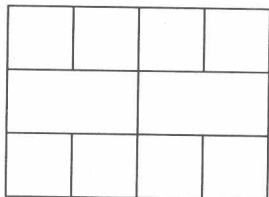


思考方法

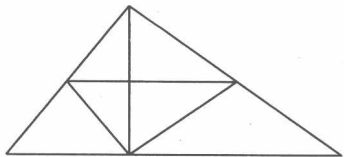
图中共有8个小三角形,看看哪些小三角形可以组成平行四边形,用分类的方法来数。由2块小三角形组成的平行四边形有8个,由4块小三角形组成的平行四边形有4个,由8块小三角形组成的平行四边形有1个。共有 $8+4+1=13$ (个)。

数学思维训练

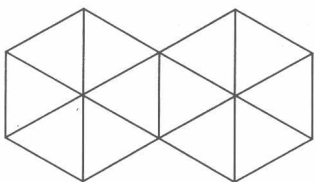
1. 下图中一共有多少个正方形？



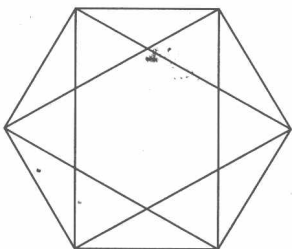
2. 下图中一共有多少个三角形?



3. 下图中一共有多少个菱形? 有多少个三角形?

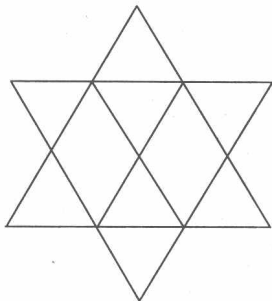


4. 下图中一共有多少个平行四边形?



(二)

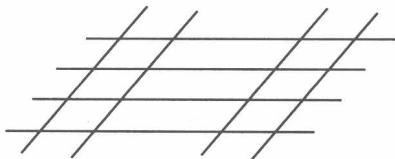
例1 下图中一共有多少个三角形?



思考方法

用分类的方法来数: 由1块图形组成的三角形有8个, 由3块组成的三角形有4个, 由7块组成的三角形有2个。共有 $8+4+2=14$ (个)三角形。

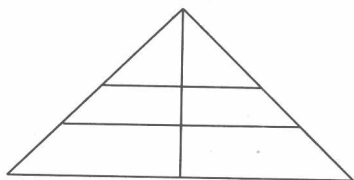
例2 下图中一共有多少个平行四边形?



思考方法

用分类的方法数。1块组成的有 $3 \times 3 = 9$ (个),2块组成的有 $6 + 6 = 12$ (个)(横的有6个,竖的也有6个),3块组成的有 $3 + 3 = 6$ (个),4块组成的有 $2 + 2 = 4$ (个),6块组成的有 $2 + 2 = 4$ (个),最大的有1个。共有 $9 + 12 + 6 + 4 + 4 + 1 = 36$ (个)平行四边形。

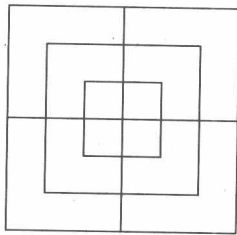
例3 下图中一共有多少个梯形?



思考方法

图中共有6小块,根据图形特点,最上面是三角形,可以不看。用分类的方法数。1块组成的有4个,2块组成的有4个,4块组成的有1个。共有 $4 + 4 + 1 = 9$ (个)梯形。

例4 下图有多少个正方形?



思考方法

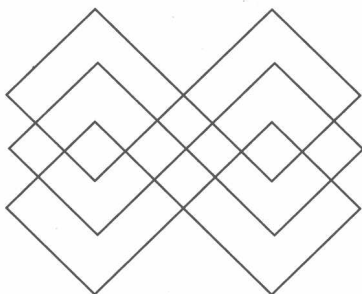
仔细观察图形的特征,发现从外到内共有三圈,每圈的构成规律都相同,只要数出一圈的就行。最里圈“田”字有4个小的正方形和1个大的正方形,共5个,三圈就有 $5 \times 3 = 15$ (个)。

总结

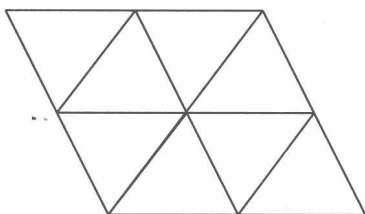
数不规则图形中的各种简单图形的个数,常常运用分类的方法,按一定的顺序有条理地数,这样才能做到既不重复,也不遗漏。



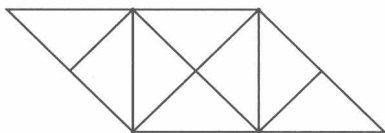
1. 下图中一共有多少个正方形?



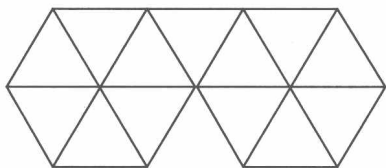
2. 下图中一共有多少个梯形?



3. 下图中一共有多少个三角形?



4. 下图中一共有多少个平行四边形?



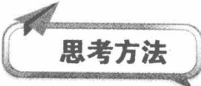


学习目标

了解假设法的思维特点,会用假设法解题。

(一)

例1 一个笼子里关了一些鸡和兔。从上面数共有13个头,从下面数共有42只脚。笼子中鸡、兔各有多少只?


思考方法

已知鸡、兔共13只,如果全是兔就应该是52只脚,而已知条件共有42只脚,多出了10只脚,为什么呢?因为一只鸡只有2只脚,我们把它当成了4只,每只鸡多算了2只脚,那么多算的10只脚里面包含多少个2只就有多少只鸡, $10 \div 2 = 5$ (只),有5只鸡, $13 - 5 = 8$ (只),有8只兔。当然也可以假设全是鸡。

方法1 假设全是兔。

$$\begin{aligned} & (13 \times 4 - 42) \div (4 - 2) \\ &= (52 - 42) \div 2 \\ &= 10 \div 2 \\ &= 5(\text{只}) \cdots \cdots \text{鸡} \end{aligned}$$

$$13 - 5 = 8(\text{只}) \cdots \cdots \text{兔}$$

方法2 假设全是鸡。

$$\begin{aligned} & (42 - 13 \times 2) \div (4 - 2) \\ &= (42 - 26) \div 2 \\ &= 16 \div 2 \end{aligned}$$

$$= 8(\text{只}) \cdots \cdots \text{兔}$$

$$13 - 8 = 5(\text{只}) \cdots \cdots \text{鸡}$$

例2 一个集邮爱好者买了8角和1.2元的邮票共50张,总价值50元4角。这个集邮爱好者买这两种邮票各多少张?

思考方法

假设买的50张全是1.2元的,那么总价值是 $1.2 \times 50 = 60(\text{元}) = 600(\text{角})$,比504角多了96角,把8角看成12角,每张多算4角,因此可以求出8角的有 $96 \div (12 - 8) = 24(\text{张})$,12角的有 $50 - 24 = 26(\text{张})$,8角的有24张,1.2元的有26张。

方法1 假设50张全是1.2元的。

$$(12 \times 50 - 504) \div (12 - 8)$$

$$= (600 - 504) \div 4$$

$$= 96 \div 4$$

$$= 24(\text{张}) \cdots \cdots \text{8角的}$$

$$50 - 24 = 26(\text{张}) \cdots \cdots \text{1.2元的}$$

也可以把50张全看成8角的: $50 \times 8 = 400(\text{角})$,少了 $504 - 400 = 104(\text{角})$, $104 \div (12 - 8) = 26(\text{张})$ 。

方法2 假设50张全是8角的。

$$(504 - 8 \times 50) \div (12 - 8)$$

$$= 104 \div 4$$

$$= 26(\text{张}) \cdots \cdots \text{1.2元的}$$

$$50 - 26 = 24(\text{张}) \cdots \cdots \text{8角的}$$

例3 解放军进行军事训练,晴天每天行18千米,雨天每天行8千米,9天共行122千米。这期间雨天有多少天?

思考方法

假设这9天全是晴天,则一共可行 $18 \times 9 = 162(\text{千米})$,比实际的路程多 $162 - 122 = 40(\text{千米})$,而这相差的40千米是因为将一个雨天当成晴天就多算了 $18 - 8 = 10(\text{千米})$,所以一共有雨天 $40 \div 10 = 4(\text{天})$ 。

假设全是晴天。

$$(18 \times 9 - 122) \div (18 - 8)$$

$$= (162 - 122) \div 10$$

$$= 40 \div 10$$

$$= 4(\text{天})$$

