

单 樽 主 编



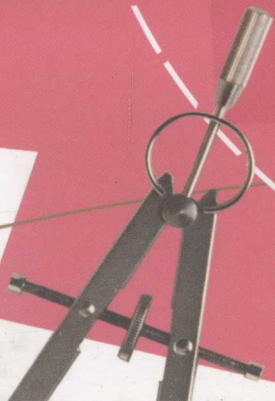
数学奥林匹克

命题人讲座

上海科技教育出版社



田廷彦 著



ISBN 978-7-2428-2137

田廷彦著 上海科技教育出版社

2010.12

数学奥林匹克命题人讲座

ISBN 978-7-2428-2137

单 樽 主 编



单 樽 主 编

数学奥林匹克

命题人讲座



田廷彦 著



YZLI0890119297



上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

圆/田廷彦著. —上海:上海科技教育出版社,
2010.12

(数学奥林匹克命题人讲座)

ISBN 978-7-5428-5137-6

I. ①圆... II. ①田... III. ①几何课—高中—教学参
考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 238685 号

责任编辑:卢源 郑丽娟

封面设计:童郁喜

* 数学奥林匹克命题人讲座 *

圆

单 博 主编

田廷彦 著

上海世纪出版股份有限公司 出版发行

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

www.ewen.cc www.sste.com

全国新华书店经销 上海市印刷七厂有限公司印刷

开本 890×1240 1/32 印张 9.875 字数 256 000

2010 年 12 月第 1 版 2010 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5428-5137-6/O·704

定价:23.00 元

丛书序

读书，是天下第一件好事。

书，是老师。他循循善诱，传授许多新鲜知识，使你的眼界与思路大开。

书，是朋友。他与你切磋琢磨，研讨问题，交流心得，使你的见识与能力大增。

书的作用太大了！

这里举一个例子：常庚哲先生的《抽屉原则及其他》（上海教育出版社，1980年）问世后，很快地，连小学生都知道了什么是抽屉原则。而在此以前，几乎无人知道这一名词。

读书，当然要读好书。

常常有人问我：哪些奥数书好？希望我能推荐几本。

我看过的书不多。最熟悉的是上海的出版社出过的几十本小册子。可惜现在已经成为珍本，很难见到。幸而上海科技教育出版社即将推出一套“数学奥林匹克命题人讲座”丛书，帮我回答了这个问题。

这套丛书的作者与书名初定如下：

黄利兵 陆洪文 《解析几何》

王伟叶 熊 斌 《函数迭代与函数方程》

陈 计 季潮丞 《代数不等式》

田廷彦 《圆》

冯志刚 《初等数论》

单 摞 《集合与对应》《数列与数学归纳法》

刘培杰 张永芹 《组合问题》

任 韩 《图论》

田廷彦

《组合几何》

唐立华

《向量与立体几何》

杨德胜

《三角函数·复数》

显然,作者队伍非常之强。老辈如陆洪文先生是博士生导师,不仅在代数数论等领域的研究上取得了卓越的成绩,而且十分关心数学竞赛。中年如陈计先生于不等式,是国内公认的首屈一指的专家。其他各位也都是当下国内数学奥林匹克的领军人物。如熊斌、冯志刚是2008年IMO中国国家队的正副领队、中国数学奥林匹克委员会委员。他们为我国数学奥林匹克做出了重大的贡献,培养了很多的人才。2008年9月14日,“国际数学奥林匹克研究中心”在华东师范大学挂牌成立,担任这个研究中心主任的正是多届IMO中国队领队、华东师范大学数学系教授熊斌。

这些作者有一个共同的特点:他们都为数学竞赛命过题。

命题人写书,富于原创性。有许多新的构想、新的问题、新的解法、新的探讨。新,是这套丛书的一大亮点。读者一定会从这套丛书中学习到很多新的知识,产生很多新的想法。

新,会不会造成深、难呢?

这套书当然会有一定的深度,一定的难度。但作者是命题人,充分了解问题的背景(如刘培杰先生就曾专门研究过一些问题的背景),写来能够深入浅出,“百炼钢化为绕指柔”。另一方面,倘若一本书十分浮浅,一点难度没有,那也就失去了阅读的价值。

读书,难免遇到困难。遇到困难,不能放弃。要顶得住,坚持下去,锲而不舍。这样,你不但读懂了一本好书,而且也学会了读书,享受到读书的乐趣。

书的作者,当然要努力将书写好。但任何事情都难以做到完美无缺。经典著作尚且偶有疏漏,富于原创的书更难免有考虑不足的地方。从某种意义上说,这种不足毋宁说是一种优点:它给读者留下了思考、想象、驰骋的空间。

如果你在阅读中,能够想到一些新的问题或新的解法,能够发现书中的不足或改进书中的结果,那就是古人所说的“读书得间”,值得祝贺!

我们欢迎各位读者对这套丛书提出建议与批评。

感谢上海科技教育出版社,特别是编辑卢源先生,策划组织编写了这套书。卢编辑认真把关,使书中的错误减至最少,又在书中设置了一些栏目,使这套书增色很多。

单 增

2008年10月

前 言

记得小时候接触平面几何前，尽管数学成绩很好，但兴趣不及天文地理生物等自然科学。我只听大人多次提起，几何很有意思，也很难，若是能解出就很开心，若是考试做不出来就完了。一开始学习时我有点不适应，倒不是因为对几何图形感到陌生，而是对证明感到陌生。大约折腾了几个月，我终于领会了证明的要领。1986年秋的一天，大概是第一次解决了一个自以为比较困难的问题，一时高兴，就不停地来来回回从一间房间走到另一间房间，尽管后来看了答案的解法还要简洁，但这件事让我终生难忘。我也领会了数学的实质和精神，数学从此成为我最喜欢的学科（不过我并未否定博物，只不过有不同的侧重），按照中学老师区志华的说法，是对数学入了门。

后来出于比较偶然的原因，我走上了数学奥林匹克道路，也取得了不俗的成绩。在数论、不等式、组合等领域，同样看到了太多的精彩。但是，对于数学爱好者的我来说，没有一个领域可与平面几何相比，这不仅是因为当时的深刻印象，而且也是平面几何这门学科的特点所决定。跳起来摘苹果最有趣；那些随手就可摘苹果，或者无论怎样跳都摘不到苹果的事儿，大家不太爱干。平面几何问题都是跳起来有望摘到的“苹果”；在数论特别是组合中，却往往使人束手无策，留下不少苦恼。当然，也有反过来的情形（有的人对组合感觉特好，看到几何就头大，总的来说，接触的奥数高手中，多数还是比较接近我的思维结构和感受）。由于后来结识了叶中豪（老封），我认识到比之初等数论、组合，平面几何更看重的是观点的难度而不是技巧的难度。

结识几何专家叶中豪（老封）

1995年3月10日，我第一次结识了素有“中国几何第一人”之称、“上海十大藏书家”之一的叶中豪先生。

第一次听说他的名字,也有时间可查,就是我在书店里买到单墀教授的《解析几何的技巧》一书的那一天,约在20年前(我习惯将购书日期写在扉页)。当时随手就翻到两道从未见过的题,说是一个叫叶中豪先生的人提供的。凭着自己对几何的了解,我觉得此人身手不凡,当然大名鼎鼎的单教授提到的人一般都不会是等闲之辈。不过,既然单教授称他为“叶中豪先生”,就以为是年纪比较大的,而且这个名字确实具有古典风味,之所以一直闻所未闻,可能是比较低调的寂寞高手吧。

很久以后,我找到了这两道题的简洁的纯几何解法。在认识叶中豪之前,我比较自以为是,因为平面几何的难题几乎被做尽(除了没见过的),而且我已感觉到平面几何是“完备”的,不可能有做不出的题,无非是需要花费时间(数论就不同)。耐人寻味的是,我与熊斌、冯志刚两位教练曾给北大出版社编写过一本《初中数学奥林匹克题典》(因故未出)。平面几何主要由我负责,完成于1994年6月5日。这个年份有那么点意义,它是我认识叶中豪之前的最后一年,也算得上是我“自以为是”的最后一年。

话说那天天气很好,我来到了中豪老师的办公室,看到的是一位有点发福的年轻人。我知道他是高手,但因为当时的目的为找工作(后并未成为其同事),心里有点急躁。他却饶有兴致地与我讨论起几何来,约摸过了一两个小时,他提了个新发现的结果给我做,我回家以后就做掉了。他很高兴,回信叫我称他为“叶兄”,而他称我为“田兄”(不过我后来还是主要习惯称其为“叶老师”)。

这题其实可算是曼海姆定理的推广,我发现这个推广的方法,与定理本身的一种做法几乎是一样的,当然甚为高妙。后来我还发现,这个结果也可以推出《解析几何的技巧》中那两题中的一题(已写入本书,但本书用的是其他证法),知道这一点的人就不多了。

接下去的15个春秋,我不断与他交流几何,一开始最频繁,最近几年大家都很忙,所以少一些。我也见过不少与叶中豪同级别的高手,他们多数放弃了数学;中豪是极少数对数学念念不忘的人。只是他乃知者不言。不过宣传他,似乎是在奥数中未取得最佳战绩的我的职责,尽管这本书的主要目的还是整理好赛题,为自己和别人提供一点便利,做不到详尽地宣传叶老师的工作(以后或许有可能?)。叶中豪称得上是

已故几何专家梁绍鸿的“传人”，梁所处时代更为孤独，中豪不孤独，不过还是有点曲高和寡。

叶中豪因为在高中阶段数学竞赛中得到过第二名的骄人成绩，与这样的高手结识多年，我学到不少知识与技巧，功力大增，并感受到他对平面几何的高度热情和非凡的原创精神。我不仅意识到平面几何还有很多很多问题没做过，甚至未必做得出；更重要的是，在复旦大学数学系受过良好教育的他具备相当高的观点。这强化了我认为平面几何是一个好的数学分支的“观点”。因此，尽管有塔斯基(A. Tarski)的结论以及后来吴文俊的数学机械化，平面几何的魅力并未打上折扣；尽管我也认为，现代数学主流已不可能把关注瞥向平面几何哪怕是一点点，但是平面几何仍可以玩下去，乃至玩到观点的层次，而不仅仅是技巧而已；更何况它对于数学奥林匹克教育的价值。

对于“学而时习之，不亦说乎”“学而不思则罔，思而不学则殆”这样的格言，大家都耳熟能详，但真正实践的有几人？中豪之所以显示出强大的研究能力而不狂妄自大，正是因为他善于学习很多我们不了解的牛人的工作（顺便一提，中豪擅长使用几何画板，这使他发现几何新结果得以提速。不过我要指出，早在几何画板之前，他就已经做出很多夸张的结论了）；而且他乐于将自己辛苦得来的结果无偿提供给大家分享。多年来，他的这两个显著优点留给我特别深刻的印象。这样的做法其实是大大提高了自身的水平。很难想象，一个不善于学习而自恋的人、一个不愿意与高手交流的急功近利的人，能取得什么真正的成就。当然，在这两个优点的背后，体现的是他对几何真正的兴趣。老外这种人很多，中国还是太少。老外搞体育、IT这些“年轻人的游戏”，中国人的论资排辈不太好使；数学也应该主要属于年轻人，很可惜也容纳了不少混混，文科就不谈了。在此情形下，中豪还能精力旺盛地做出很多原创性的、带有古典美的成果，没有兴趣的强大支撑是不可思议的。小时候读了爱因斯坦的传记，我很赞赏人应该为兴趣而活，也经常做几何，不过对平面几何还是不如中豪“专情”。中豪是一个不追求身份地位的内行，而许多人则是有身份地位的外行，他们有的是专家教授甚至博导的头衔，其水平根本不能与之相提并论。

在教学的过程中，由于面对现在的学生见多识广，所以不时需要创

新,也就是自己命题。我发现命题的困难和解题的困难有相当的差异。对平面几何来说,好的命题比找到巧妙的解题思路还要困难。叶中豪就是一位相当有原创精神的命题专家,近十年来,可以说几乎所有的 CMO、国家集训队测试题都直接或间接从他那里产生,其中作者贡献的那部分,多数也是将他的问题改编而成。由于中豪受过良好的数学教育,他命题十分注意问题的背景,故而具有较高的观点。这都是难能可贵的。

在网络不甚普及的 1990 年代,叶中豪通过书信与一些几何爱好者展开频繁交流,包括曹纲、郭军伟、黄利兵、王曦(后来还有唐传发等)等一起作研究的高手。相比之下,我还是重解题而少研究的,但也与他有过一二百封信件往来。记得当时中豪在吉安路的老家,闹中取静,藏书极丰,是各路朋友汇聚的宝地。朋友们和他走街串巷,吃顿火锅,逛旧书店,也很有感觉。最难忘的是,有一次中豪介绍我参观他在家开的一个隐蔽的“小天地”,四周环橱,大约不到两个平方。我看了连连叫好,他太太笑着说:“也只有你说好。”想象一下某天深夜他工作累了但颇有收获时打个哈欠、伸伸懒腰的情形,斗室虽小却胸怀宇宙真理。把老杜的诗改成“细推几何须行乐,何用浮名绊此身”来表达这种生活方式再合适不过了。我的意思决不是不要物质生活,视金钱为粪土,视美女如毒蛇,只是认为所谓人生的完整,最重要一点就是精神也要富足。在精神上中豪可谓极其富有。日积月累,他把大家探讨过的那些较有原创性的信件做了仔细整理,每年都要订上一大本。后来互联网普及了,就变成了网上的交流。各路高手多用网名,至今我不晓其真名,当然这已经不重要了。

中豪特别看重志同道合的朋友。在很多中国人眼里,人只有两种分法:自己、自己人和外人,或上级、平级和下级。自己人即便是人渣也要帮,外人即使再优秀也不管,甚至还要利用、排挤。而且似乎有这样一种“平衡”心理:对自己人付出多了,非要到外人那里去占便宜。“厚黑学”也好,“潜规则”也罢,都是很浓重的缺乏社会责任感的封建思想的体现,这极大阻碍着法制观念的深入人心,破坏全社会颂扬真善美的精神面貌。中豪却不计好处、不遗余力地帮过很多“外人”,比如青年几何学家曹纲,人极聪明,也做了很好的工作,但此人个性较强,不易与旁人合得来,中豪还是为了他的工作问题而屡次推荐。中豪兄也给予

我莫大的生活上的帮助，却不求任何回报。在没有血缘关系的人中，其他任何一个人对我的帮助都不及中豪的一半，这些都永存我心中。汶川大地震后他也慷慨解囊。

其实，中豪兄决不是一个普通的赚点上课费的老师，也不是一个为藏书而藏书的藏书家。几十年来，他一直有一个宏伟愿望，就是将数学文化发扬光大。一个人要是有很大的能量，并希望发出光芒，而不是去隐居；并且有益于社会，而不是有害，那么就完全可以适当地“不务正业”，毫无理由限制他一辈子做一个安分守己的小职员、小市民。

中豪在几何方面的天赋，凡与之略有接触者没有一个不惊叹的，他被誉为“中国(平面)几何第一人”，当之无愧。他在圆型集、完美六边形、塔克图形、三相似图形等方面有大量精彩发现，其他结果也层出不穷。特别值得一提的是，中豪曾在美国著名数学刊物上发表过原创性成果，世界著名数学家康韦(J. Conway)专门为之撰写书评，但他很少向人炫耀。根据我多年的观察和阅读，凡是拍拍胸脯看上去自信满满的样子，决不是什么天才(骗骗无知少女倒是可以)。这个世界上的所有天才和准天才都是怕生的、逃避的，这是一种自我保护，因为一旦跟无知之人争辩，只会搞得自己不快。中豪兄对待这些人就是心不在焉，敷衍一下了事。至今认识的人中，我还未见到有叶中豪这般兴趣广泛、思想深邃、个性复杂的，他藏书数万，以文学名著为主，数学书也很多。坦白地说，对于他的数学，我顶多是个追随者或了解者；而其他方面就更难理解了。不过我始终认为他是一个值得理解的人。值得理解与不值得理解是首要的，至于理解了还是没有理解倒在其次。我也曾一度考虑让中豪成为本书的第一作者，因为里面引用了不少他的结果，但一想到中豪对自己的高标准(他几乎不写书)，最后还是作罢，让我成为“第二作者”注定是一种奢望。

平面几何的特点

平面几何是那种具有魔力的学问。下面谈一谈本人学习平面几何25年的心得。

记得在初中时读秦关根的《爱因斯坦》(我觉得这是国人写得最好的爱氏传记之一)，这位出名而孤独的人在学生时代就喜爱独立思考、厌恶死记硬背，头一年连大学也没考进。和许多德国孩子一样，爱因斯坦从小被灌输了宗教，并一度虔诚，但一接触平面几何，便深感震撼。

他后来回忆说,三角形的三条高交于一点并非直观命题,但可严格论证,以至于你丝毫的质疑也不可能,于是就立刻开始怀疑那些宗教信仰了。苏步青、陈省身、吴文俊、丘成桐这些蜚声中外的数学家从小都迷平面几何,对他们今后事业应该也有影响力。我当时接触了平面几何后,也隐隐约约感觉到这是真正的数学和科学道路,从此对创造这门学问的古希腊文明充满崇敬。认识中豪之后,我还感到搞几何需要极为丰富的想象力,更甚于诗歌创作。

在平面几何解题上,我想我还是有一点发言权的。解平面几何题的特色不同于奥数其他分支。用一句话概括:它是基于某种完整性或对称性绕过硬算而完成,为了达到这个目标,我们常要添辅助线。这无疑困难的,因为图形千变万化,解析几何克服了这个困难,代价是较多的计算量,当然平面几何中也有计算。其实计算也是有技巧的,比如直接算两条线段 $a = b$ 可能很麻烦,后来发现引进第三条线段 c ,证明 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ 就相当简便,原因在于 c 的计算虽然麻烦但我们不需要,而比值却很好算。所以将解析几何与平面几何的解题方法完全对立起来、将平面几何中的计算和纯几何推导对立起来的观点也是不正确的。

其他奥数分支就很不一样。2008年和2010年IMO的第3题都与数论有关,这两个题都是条件极强,而解答却只用到了很弱的性质。这就是代数和组合数论等特点。关键是极强的条件“诱惑”你陷入细节之中,而命题人就是要你走出细节,发现“本质”,这样就能很快解出问题。比如2010年IMO的第3题,从奥数角度来看,这无疑是非常精彩的问题,但对于研究来说却不是好的课题,因为研究需要正视细节,发现有价值的新概念新方法,而不是“绕”。

平面几何与初等数论等很不相同。主要原因有两点:第一,它是一个完备的公理化体系,所以几乎不存在条件太强的情形,一般来说条件和结论刚好相配,这从若干条件与结论可以互换而编成一道新题就可以看出来,从同一法就可以看出来,而这种情形在数论和代数中是不可想象的。所以,从研究的角度来说,平面几何做得相当完善,只可惜它比较初等,已不可能代表当代数学的主流。所有的研究都是在不断改造条件和结论,尽量使它们刚够得上,最好是充要条件,但数论等奥

数命题的目的往往相反,它就是要迷惑你,因此建立过强的条件,使你不容易看出它与结论的关系,但一旦揭穿,也就很简单。所以,有人批评奥数好的人为什么成不了大数学家,实在是很不理解这两者之间的显著区别。第二,尽管所有的奥数难题都可以说是寻找怎么“绕过细节”的手段,但由于平面几何已经完备,原则上所有难题都可用解析几何解决,解析几何不怎么需要“绕”,尽管把它理解为蛮算也是错误的,但总比平面几何要机械化一点。当然,现在的命题都有意做得很难使用解析方法,因此也必须学会“绕”,但平面几何带有研究性质,这不同于初等数论那种“连猜带骗”,而是寻求最纠结的点、线位置的新的刻画,或者完全弱化这种刻画,或者发现成对的纠结的点、线之间的关系并不纠结(犹如负负得正),凡此种决不是“削弱”它的条件。总体来说,平面几何更像下明棋,而数论代数更像下暗棋。关于这一点,我想读者只要多做些有难度的题必能体会。

在奥数中,几何特别需要琢磨,值得细细品味,决不是依靠小聪明。可惜的是,学校里数学教育的时间是如此之长,却无法减少公众对数学的无知。即使是奥数,也很遗憾地被公众们看成是和数独、24点和速算属同类,这种观念不指望能有改变。以前班上有个数学差生,算24点极快。这只能说明他反应快,有点小聪明。那为什么一做几何题就不行了呢?因为反应快此时不起作用了。这就好比进入一座迷宫,他虽体力强壮、善于奔跑,但却找不到方向,很快就屡屡撞墙(可惜很多人一辈子也走不出小聪明,除了环境限制,自身认知能力也有限)。国际上看好IMO金牌,认为是未来数学家的苗子,IMO金牌得主后来得菲尔兹奖的确实很多。有谁会认为24点或数独高手是未来数学家的苗子呢?

谈谈本书

全书的内容称得上丰富,参考了梁绍鸿的名著《初等数学复习及研究(平面几何)》,还有《中等数学》(特别是它的增刊,价值很大)。正文多数例题是作者自己解的,习题解答则悉数精简。本书亦选用了不少中豪的结果,主要是国家集训队测试题等,本希望用一部分“东方论坛”上的题(已征得中豪的同意),可惜时间实在来不及,只得忍痛割爱。有兴趣的读者可到网上浏览(<http://forum.cnool.net/thesis.jsp?thesisid=494>)。

在搜集、整理过程中确有一点乐趣和成就感,毕竟平面几何方面我

比较强。不过坦白地说,写这样的书蛮辛苦的,按世俗的眼光叫“吃力不讨好”:又初等又困难,不像一些“科研论文”可以用来升职称、搞经费。眼下一些所谓的论文,姑且不说那些造假剽窃的,很多是花里胡哨的概念公式一大堆忽悠人,其实自己也未必清楚,也甭管它有没有价值,反正可以生钱,我对某些人只关心有用无用、不关心是真还是假颇为反感,平面几何怎么了,实打实的真功夫!做几何感觉很踏实。柏拉图不是还在他的学院门口写上一行字——“凡不学几何者勿入此门”呢!(我小时候也在自己的小间门口用毛笔写这样的字,当然谁都可以入,我只是推崇几何,同学一看笑死了。)

关于奥数教育的争论

最后不得不谈谈今天中国的奥数教育。

有人批评中国的奥数教育,说是拿了100多块金牌,还未在国际数学前沿做出像模像样的工作;而其他很多国家拿菲尔兹奖的数学才俊,往往曾是IMO奖牌的获得者。以此说明学习能力和创新能力很不一样,那是教育心理学的老话题,这里也没必要多谈。我认为,可能光有好的解题能力是不够的,还要看有没有好的命题能力,看看我们的教练或学生自己能不能出些更有水平的题目(最低层次是计算,其次是难度或技巧,最高层次是观点);这一点,俄罗斯和一些东欧国家明显比我们强,他们的原创精神令人慨叹。中国大概因为有叶中豪先生的存在,在平面几何这一块不亚于国际水平,但其他领域就要稍逊一点,尤其是组合数学(所以中国学生到国际上比赛,代数和几何实力很强,而组合数学的成绩就比较差)。也许只有我们的命题水平大幅提高了(主要指观点方面而不是难度),然后才可指望创新,特别是到现代数学里创造出新的概念和联系(初等数学已很难有大的创新),达到真正研究的层次,中国才能成为真正的数学强国,到那个时候,菲尔兹奖大概也就不远了。目前我们最多处于技巧的层次。

这里要为奥数辩护几句。我们的奥数教育确实有很多不足之处,但这仅仅是奥数的问题吗?今天中国的考试文化仍难以消除过去科举制度的影子。科举考试对于封建社会来说,也有一定的帮助,它与今天的考试目的应该是不同的。对科举来说,读书人有机会谋得一个升官发财的机会,“吃得苦中苦,方为人上人”;皇帝要的是听他的话、为他办

事的官员。至于什么创造力、想象力等天赋,好像不是考试应该关心的(当然也不能太窝囊)。

谁都明白,中国如需发展,要屹立于世界,那就需要大量人才;谁也明白,考试很难考出一个人真正的能力。但是,有人辩解说,我们能找到比考试更好的方式吗?诚然,考试也有泄题、作弊、走后门等不正当手段,但总的来说,要是没有考试,情况可能更糟。这个理由应该说是比较有力的。不过,我要说的是,撇开泄题、作弊、走后门不谈,我们的考试本身也有相当的不公正,比如它大大便宜了那些死记硬背的人,也大大照顾了那些钻研考试套路的人,把人锻炼成彻头彻尾的应试机器。这些人要是获得好名次,其他人未必服气。而能有效克服死记硬背的,不正是奥数么?当然我们也必须指出,目前,奥数在中国确实比较功利,它没能克服“钻研考试套路”,因此中国队在世界上之所以能够摘金夺银、在尔后的研究生涯中成绩平平(前面说过,很多带有欺骗性的所谓论文,使用一大堆花里胡哨的概念和符号,恐怕是作者本人都不知所云,远不如奥数来得真刀实枪),就是给这个过多的“钻研考试套路”给害的,真正具有创造力的人还是很难脱颖而出;而国外就不同了,那些在IMO上获得奖牌的,确实有天赋,如得到重点培养,便有望出大成果。所以,切莫奢谈素质教育,即使是考试本身,也有好坏之分。竞争的好处是激励成功者,而有利于一些狂妄的失败者走出自我;但这一效果未必很明显,也可能带来负面影响(例如成功者愈加自我,而失败者则自卑了),对于更多没什么感觉、被父母“押解”来的学生,纯粹是浪费时间和财力。当然,这决不是奥数本身的错,我们整个教育等同于应试,其恶果是学生宁愿接受一些乱七八糟的东西,如星座、迷信等以及其他一些时髦玩意,这是一件非常让人担忧的事情(不是说教育乃百年大计么)。前面提到爱因斯坦,他成名后还颇有兴致地与人讨论门奈劳斯定理的几种证法。不过,这样的转变过程对大多数人来说是不可能的,加上考试的负担一重,就更加排斥了。所以,为什么社会中很多成年人还十分粗俗甚至迷信,可以说(至少对这部分人而言)是教育失败所致(但教育也不是那么容易改变的,所以不能把所有问题都归咎于教育部门)。

我看了不少报道,对奥数的最大批评无非集中于两点:一是奥数的功利性,摧残了很多学生特别是小学生。二是奥数只有技巧没有思

想,不能培养数学家,甚至还有反作用。当然,这第一点是不能怪奥数本身的,因为现在的教育体制是这样的,如果取消了奥数,那么还有别的东西来替代它,学生依然要受“摧残”。谁都知道,任何一项制度或体制,都是由一代代适应的人去继承并从中得益,这再正常不过,否则要这个制度或体制干吗?这也就是为什么制度或体制难以改变的原因。与之不同的是第二点,似乎在怪罪奥数本身。所谓奥数不能培养大数学家,不能理解为成数是扼杀大数学家罪魁祸首。因为奥数有问题,那是整个教育有问题;而教育有问题,也决不仅仅是教育本身有问题。中国谋求发展,发展需要人才。可是我们的国民有多少具备这种“人才意识”呢?在国外,也知道考试远远不是挖掘真正人才的有效手段,因此并不十分吹捧第一名,因此在大学里一旦发现好的苗子,许多诺贝尔奖级别的大师都愿意一对一地悉心辅导,可以说是爱才如命。在中国的大学里,导师带一帮子学生,经常互相不见面,导师搞经费走关系还来不及。所以,要让奥数这么“小”的一块去承担一个很大的责任,本身就是荒谬的。只是偏偏总有一群门外汉,或是见到别人赚钱心里不平衡,或是自以为很有思想,抓住一切机会指手画脚,评头论足,不亦乐乎,但对奥数的内容和奥数教育的实质却并不清楚。

忽然又想起一件事。我曾在课堂上面对数十位初中生说,“你们知道吗?数学中有七大未解决难题,每解决一个就可以得到100万美元,所以学好数学也是有可能发财的。”出乎我意料,学生的回答是“才100万啊!”这使我颇为震动。我本来以为他们学习都是非常功利的,原来内心还是能认识到学术的价值。

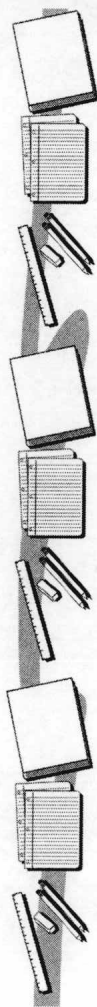
写到这里,就以一首拙作《水调歌头·赞几何人生》结束吧,我无力把它写得出色,但求表达心意:

海上名城夜,宝马聚香车。无论新贵旧友,挥金争豪奢。不绝笑声绕梁,常添美酒盈樽,今宵须尽兴。宴终人散后,多少醉归客。世间乐,莫过此,长嗟叹,人生几何,纸上岁月亦如歌。点线巧妙配圆,皆叹造化奇特。恍然悟真意。天地有大美,知者来唱和。

作者

2010年10月

目 录



前言 / 1

第一讲 反相似(不需要画出圆的四点共圆) / 1

§ 1.1 题设与结论中不出现圆的简单问题 / 1

§ 1.2 题设与结论中不出现圆的复杂问题 / 13

§ 1.3 题设或结论中出现四点共圆 / 27

第二讲 圆与内接直线形 / 39

§ 2.1 圆内接四边形 / 39

§ 2.2 三角形的外接圆 / 51

第三讲 圆与切线 / 68

§ 3.1 一般切线问题 / 68

§ 3.2 三角形的内切圆与旁切圆 / 83

§ 3.3 圆外切四边形 / 94

第四讲 综合问题举隅 / 102

第五讲 西姆森定理及其他 / 115