

数 学

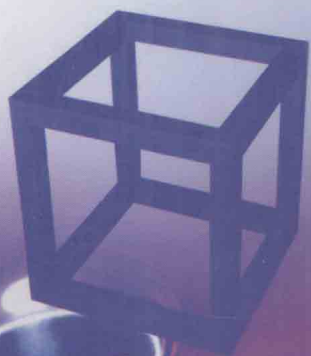
SHU XUE

第一册

宋乃庆 主编

$$S = \frac{1}{2}ab$$

$$X + Y = Z$$



21 世纪中等职业教育系列实验教材

数 学

第一册

主 编 宋乃庆

副主编 刘 静 王正宪

西南师范大学出版社

责任编辑:胡小松

封面设计:向海涛

21 世纪中等职业教育系列实验教材

数学(第一册)

宋乃庆 主编

西南师范大学出版社出版、发行

(重庆 北碚)

新华书店经销

西南师范大学印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:11 字数:276 千

1999 年 8 月第 1 版 2004 年 7 月第 6 次印刷

印数:18 101~21 100

ISBN 7-5621-2185-0/G · 1352

定价:13.00 元

21 世纪中等职业教育系列实验教材编委会

主 任	欧可平	邱玉辉	
副主任	余恢毅	宋乃庆	
编 委	张 荣	侯廷坚	王古夫
	唐果南	向才毅	周安平
	李远毅	郭昌瑜	周宝成

出版说明

为贯彻中共中央、国务院《关于深化教育改革,全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》提出的“积极发展职业教育和成人教育,培养大批高素质的劳动者和初中级人才”的精神,推动中等职业教育课程改革及教材建设,增强中等职业教育的规范性与科学性,我们在重庆市教委的关心下,在市教科所的指导下,与重庆青年职业教育学院等单位合作,组织编写出版了这套面向 21 世纪的中等职业教育系列实验教材。

这套教材立足中国西部经济文化欠发达地区,根据教育部颁布的职业高级中学(三年制)各科教学大纲(试用),按照注重基础、强化能力、突出重点、学以致用原则进行编写,供初中毕业后接受中等职业教育的学生使用。

在编写中,各科教材都努力体现其现代性、科学性、基础性、技能性的特点。根据素质教育将培养学生创新精神与实践能力作为教育重点的要求,各科教材在深入浅出地讲解必需的基础知识的同时,改变了以往以传授知识为中心的观念,注意激发学生学习中的非智能因素,培养学生的创新意识与创造能力。根据面向 21 世纪对中等职业教育发展的要求,各科教材尽量突破传统教材的框架,建立更为新颖合理的教学体系,并根据现代科技发展动态,补充最新的科技文化知识。

针对职业教育实际,这套教材特别强调实用性、实践性和时效性。各科均淡化了纯理论的灌输,重视实际运用,注重专业技能培养,注意理论联系实际,尤其是本地区的生产生活实际,让学生能学以致用,为将来就业打下基础。编写形式上也力求新颖活泼,图文并茂。每章设章头语,用相关的名人名言激励学生;每节有学习提要,提示学习重难点,方便学生自学;习题和复习题设计有难度不一的 A、B 两组(A 组为基本要求,B 组为较高要求),供师生灵活选用;每章末进行小结,帮助学生归纳复习,备有自测题,便于学生自我评估;课文中还配有阅读材料和插图,设置了“想一想”栏目,以增强学生学习兴趣,拓宽知识面。

为本套教材担任各科主编的均是教育部直属高校的专家学者,他们是:《计算机基础教程》——邱玉辉、张为群,《邓小平理论概论》——王长楷,《道德与法律》——傅世放,《数学》——宋乃庆,《英语》——李力、吴庆华,《语文》——刘明华、董小玉,《物理》——刘光远、沈全杰,《形体训练》——夏思永,《普通话与口语表达》——高廉平、任崇芬。他们的参与,无疑为这套教材的高水平、高质量提供了保证。同时,为使教材紧密结合中等职业教育的教学实际,各科还吸收了有丰富中等职业教育经验的在一线任教的优秀教师参与论证和编写。

由于编写任务繁重,时间紧迫,书中定有不妥之处,我们恳切希望使用这套教材的师生提出宝贵意见,以便修订,使之日臻完善。

西南师范大学出版社

1999 年 8 月

编写说明

遵照中共中央、国务院《关于深化教育改革,全面推进素质教育的决定》和《面向 21 世纪教育振兴行动计划》,根据原国家教委颁发的《职业高级中学(三年制)数学教学大纲》(试用),我们在进行了 10 多年的国家教委(教育部)的多项基础教育科研项目(中学数学教改实验)研究的基础上,又在多年职业高中数学实验教材编写和实验的基础上,组织编写了这套面向 21 世纪,适应素质教育发展的中等职业教育《数学》教材。

21 世纪中等职业数学教育的培养目标和教学任务:一方面,要为学生学习职业教育的专业课程提供必要的数学工具;另一方面,要在初中文化的基础上进一步提高学生的文化素质。通过对数学知识、思想和方法的学习,培养学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力以及运用数学思想、方法去分析和解决实际问题的能力;培养学生良好的个性品质、辩证唯物主义观点和爱国主义思想。本套教材是根据这一目标和任务编写的。

这套教材编写的指导思想是数学家、数学教育家、西南师范大学基础数学博士导师陈重穆教授所倡导的“提高课堂效益”的 32 字教学原则:“积极前进,循环上升;淡化形式,注重实质;开门见山,适当集中;先做后说,师生共做”。32 字诀的教学原则通过 8 年“提高课堂效益”的多轮初中数学 GX 实验,在 10 省(区)数百所学校取得可喜的成绩,实验效果好,深受师生欢迎。GX 实验证明了 32 字诀的先进性、可行性,数学教育界专家给予了充分肯定。我们殷切希望各地(校)使用这套教材的教师也能按照 32 字诀的教学原则组织教学。

“提高课堂效益”的GX实验的32字诀教学原则释义如下：

1. “积极前进，循环上升”是指数学教学要在前进中巩固。循环出效益、出质量。人的认知是循环往复、螺旋上升的，不可能一次完成。传统教学强调“层层夯实”，必然导致知识点划分过细，面面俱到，步子过小。在同一水平上多次重复，在一个知识点上逗留过长，拖慢进度，既影响学生“积极前进”的积极性，又浪费时间。饭要一次蒸熟，不能煮夹生饭，认识却不能一次完成，事各有理，不能随意搬用。知识是相互联系而有一定系统的，只要教师在前进中解决存在的问题，适当地重复前面重要内容，就会省时而效果好。前进是GX的精神，只要能前进就要前进，不在点上逗留就有较快进度，有了时间就有了主动，就可以学得更多、更好。

2. “淡化形式，注重实质”是针对我国中等数学教学中长期以来学习前苏联，过分重视数学的“概念”和“形式”的教学现状。特别在名词、术语的形式上和细微处理上孜孜以求，出现了追求“形式”和繁琐的倾向，冲淡了数学的实质，脱离了中等教育中学生的认知实际，不利于学生能力的培养。数学本身的发展是要“形式化”，但在中等数学教育中不能过分追求“形式化”，应“淡化形式”，注重数学的实质。换言之，在中等数学教学中，注意学生的实际领悟，适当说理，把时间用在刀口上，让学生领会和掌握数学的实质，掌握数学的思想、方法，基本的法则，而不能让学生死记硬背名词、术语。

3. “开门见山，适当集中”是指本套教材在教学中要根据“整体性原则”，迅速达到核心，占领制高点。不要在引入、外围和知识点上逗留，每章、每课引入要简洁、具体，作用不大的话少说，常用具体问题引入，引入与所讲内容浑然一体。知识讲述要相对集中，使学生在联系和对比中理解知识。

4. “先做后说，师生共做”是指本套教材在教学中要先提出问题，在教师指导下师生一起研究问题，解决问题，在师生“共作”之后再归纳法则，下定义。要使学生参与“教”的活动，使学生从“做”中学，这有利于激发学生兴趣，促进学生通过观察、思考、动脑、动

口、动手等活动,把知识学到手,从而发展智能。为了促进“师生共作”,教学中常把例题和次要问题作为“课堂练习”,这样“一题多用”,既节约时间,又减轻了师生的课外负担。

本套教材在使用时要按规定进度进行教学,每章编为若干课,每一课一般为一学时;小结与复习为2学时~5学时。必要时,每章中间可适当加学时,循环旧课。针对教学实际,还要充分利用时间,进行期中、期末的循环复习,“抓两头,带中间”。

本套教材在编写中我们还遵循了以下编写原则:

1. 加强基础,深入浅出,适当降低理论要求。
2. 精选内容,增加弹性,充分考虑不同程度学生的教学实际。
3. 加强应用,联系实际,培养学生应用数学的意识和能力。

本套教材采取代数、几何与分析混合编写体系,全套教材共分两册。

第一册:集合与逻辑用语、不等式、函数、指数函数与对数函数、平面向量、三角函数、复数(选学)。

第二册:平面解析几何、立体几何、数列和数学归纳法、排列组合与二项式定理、概率统计初步(选学)。

本套教材中个别标注星号(*)的为选学内容。

本套教材主编:宋乃庆。副主编:刘静、王正宪。编委(以姓氏笔画为序):王正宪、刘静、张渝、宋乃庆、余乐君、肖胜民、张富彬。

在本套书的编写过程中,达川师范专科学校廖中涵老师、涪陵技工校王良忠老师、重庆勉仁职业中学徐安华老师提出了许多宝贵的意见,在此谨向他表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,加之时间仓促,教材中难免有不足之处,恳切希望各地(校)的师生以及数学教学研究人员批评指正,以便不断修改提高。

编者

1999年6月

目

录

第一章 集合与数理逻辑用语	(1)
第一课 集合及表示法	(1)
第二课 集合之间的关系	(6)
第三课 集合的运算	(10)
第四课 命题与逻辑联结词(一)	(15)
第五课 命题与逻辑联结词(二)	(19)
第六课 充分条件与必要条件	(23)
第七课 命题与集合	(27)
小结与复习	(30)
复习题一	(32)
自测题一	(35)
阅读材料 除非它们都站起来	(37)
命题与量词	(37)
第二章 不等式	(39)
第一课 实数的大小与不等式的性质	(39)
第二课 一次不等式的解法及区间	(43)
第三课 一元二次不等式的解法	(48)
第四课 含有绝对值的不等式	(52)
第五课 不等式的证明	(55)
第六课 算术平均值与几何平均值的性质	(58)
第七课 不等式的应用	(63)

小结与复习	(68)
复习题二	(71)
自测题二	(73)
阅读材料 绝妙的回答	(76)
第三章 函 数	(78)
第一课 函 数	(78)
第二课 函数的表示法	(84)
第三课 函数的单调性	(89)
第四课 函数的奇偶性	(93)
第五课 二次函数的最小值和最大值	(97)
第六课 待定系数法.....	(100)
第七课 函数的应用.....	(103)
小结与复习.....	(107)
复习题三.....	(110)
自测题三.....	(113)
阅读材料 函数的发展简史.....	(115)
第四章 指数函数和对数函数	(117)
第一课 有理指数、实数指数	(117)
第二课 指数函数.....	(122)
第三课 反函数.....	(125)
第四课 对数函数.....	(129)
第五课 对数的运算法则.....	(134)
第六课 综合练习.....	(137)
第七课 换底公式与自然对数.....	(140)
第八课 指数方程与对数方程.....	(143)
第九课 指数方程和对数方程的应用.....	(146)
小结与复习.....	(148)
复习题四.....	(153)
自测题四.....	(156)

阅读材料 对数的发展简史·····	(159)
第五章 平面向量 ·····	(160)
第一课 向量的概念·····	(160)
第二课 向量的加法·····	(164)
第三课 向量的减法·····	(169)
第四课 综合练习·····	(172)
第五课 (数乘向量)向量的倍积·····	(174)
第六课 向量的坐标运算·····	(178)
第七课 向量的长度和中点公式·····	(182)
第八课 平移公式·····	(185)
第九课 向量的应用·····	(187)
小结与复习·····	(190)
复习题五·····	(194)
自测题五·····	(196)
阅读材料 向量概念的推广与应用·····	(198)
第六章 三角函数 ·····	(200)
第一课 角的概念·····	(200)
第二课 角的度量·····	(203)
第三课 任意角的三角函数·····	(206)
第四课 同角三角函数的关系·····	(210)
第五课 综合练习·····	(213)
第六课 诱导公式(一)·····	(216)
第七课 诱导公式(二) ·····	(220)
第八课 综合练习·····	(223)
第九课 和角公式·····	(226)
第十课 差角公式·····	(230)
第十一课 倍角公式·····	(233)
第十二课 半角公式·····	(236)
第十三课 综合练习·····	(239)

*第十四课	向量的内积	(242)
第十五课	正弦函数的图象	(245)
第十六课	正弦函数的性质	(248)
第十七课	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质	(251)
第十八课	余弦函数的图象和性质	(256)
第十九课	正切函数、余切函数的图象和性质	(260)
第二十课	综合练习	(265)
第二十一课	已知三角函数值求角	(268)
第二十二课	正弦定理	(271)
第二十三课	余弦定理	(274)
第二十四课	三角函数的应用	(277)
小结与复习		(281)
复习题六		(287)
自测题六		(290)
阅读材料	检测空心圆锥孔的三角函数知识	(293)
*第七章	复数	(296)
第一课	复数的意义	(296)
第二课	复平面	(301)
第三课	实系数一元二次方程	(306)
第四课	复数的三角式	(309)
第五课	复数的乘方与开方	(315)
第六课	综合练习	(321)
第七课	复数的应用	(325)
小结与复习		(327)
复习题七		(332)
自测题七		(335)
阅读材料	高斯、复平面与 30 届国际数学 奥林匹克会徽	(338)

康托尔^①的不朽功绩,在他敢于向无穷大冒险迈进,他对似是而非之论、流行的成见,哲学的教条等作了长期不懈的斗争,由此使他成为集合论这门新学科的创造者.这门学科今天已经成了整个数学的基础.

——柯尔莫戈洛夫^②

第一章 集合与数理逻辑用语

20 世纪以来,数学语言有了显著变化,自然语言减少,代之以集合与数理逻辑语言,这一改变既给数学以严实的基础,又为计算机的发展和应用提供了工具.学好这一章将提高我们运用数学通用语言去理解和处理问题的能力.

第一课 集合及表示法

学习提要

1. 什么是集合?试举例说明.
2. 描述一个集合,有哪些方法?

① 康托尔(1845~1918),法国数学家,集合论的创始人.

② 柯尔莫戈洛夫(1903~1987),前苏联数学家、数学教育家.

一、集合的意义

我们在初中已接触过集合的概念. 例如, 自然数集合, 不等式解的集合, 直线上点的集合, 圆上的点的集合等.

集合是一个非常广泛的概念. 把一些确定的事物看成一个整体, 这个整体就是由这些事物的全体构成的**集合**(有时也简称**集**). 构成集合的每一个物体都叫做集合的**元素**.

例如, 你所在班全体同学构成一个集合, 其中每一个同学都是这个集合的元素; 太阳系中所有的行星构成一个集合; 自然数全体构成一个集合; 平面上与两定点等距离的点的全体构成一个集合, 这个集合就是连结两定点线段的垂直平分线. 你能分别说出后面三个集合的元素吗?

一个集合常用英语大写字母 $A, B, C, \dots$ 等表示, 它的元素常用英语小写字母 $a, b, c, x, y, \dots$ 等表示.

如果 a 是集合 A 的元素, 就说“ a 属于 A ”, 记作“ $a \in A$ ”. 如果 a 不是 A 的元素, 就说“ a 不属于 A ”, 记作“ $a \notin A$ ”(或“ $a \bar{\in} A$ ”).

集合概念虽然很广泛, 难以确切定义, 但是它的元素却有两个显著的特征:

(1) 作为集合的元素必须是确定的, 不能确定的对象是不能构成集合的. 例如, 非常小的数, 就不能构成集合. 因为没有规定小到什么程度才算非常小, 所以它是不确定的.

(2) 对于一个确定的集合, 它的元素是互异的. 就是说集合中的任何两个元素都是不同的事物, 即集合的元素是平等的不能重复计算. 例如, $\{1, 1, 2\}$ 不能算一个集合, 只有 $\{1, 2\}$ 才算集合.

对于一些常用的数集, 我们约定用一些大写英语字母来表示:

非负整数全体构成的集合, 常简称**自然数集**, 记作 N ;

在自然数集内排除 0 的集合, 记作 N^* 或 N_+ ;

整数的全体构成的集合, 常简称**整数集**, 记作 Z ;

有理数全体构成的集合,常简称有理数集,记作 $\mathbf{Q}$;

全体实数构成的集合,常简称实数集,记作 $\mathbf{R}$.

二、集合的表示法

怎样表示一个集合呢?常用的方法有:

(1) **图示法** 在小学数学书中,我们常常可以看到用一条封闭的曲线将一些图形或数字围起来.例如:

表示 10 以内自然数集的集合,就是将 $1, 2, 3, \dots, 10$ 用一条封闭曲线表示出来这种表示集合的方法,称为图示法.

(2) **列举法** 当集合的元素不多时,可把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫做列举法.例如,由 a, b, c 三个元素组成的集合,可表示为 $\{a, b, c\}$;由四则运算符号 $+, -, \times, \div$ 构成的集合,可表示为 $\{+, -, \times, \div\}$.

有些集合元素较多,在不产生误解的情况下,也可列出几个元素作代表,其它元素用省略号表示.例如,小于 200 的正整数的全体构成的集合,可表示为 $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$,正奇数的全体构成的集合,可表示为 $\{1, 3, 5, \dots\}$.

注意 (1) 用列举法表示集合时,不必考虑元素的顺序.例如,集合 $\{5, 6\}$ 与 $\{6, 5\}$ 表示同一个集合. (2) 由一个元素组成的集合,例如,集合 $\{a\}$ 与它的元素 a 是不同的,应加以区别. a 是集合 $\{a\}$ 的一个元素,而 $\{a\}$ 是一个集合.

(3) **性质描述法** 一般地,同一个集合中的元素都具有共同性质,因此集合可用它元素的共同性质来描述.例如,正偶数全体构成的集合 $\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}$ (其中 $n \in \mathbf{N}_+$),它的每一个元素都具有性质:“能被 2 整除,且大于 0”,而这个集合以外的元素都不具备这个性质.我们可用这个性质,把它表示为 $\{x | x \text{ 能被 } 2 \text{ 整除, 且 } x > 0\}$ 或 $\{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}_+\}$.

一般地,给定 x 的取值集合 U ,如果属于集合 A 的任一元素都

有性质 $p(x)$, 而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$ (或具有性质 $p(x)$ 的元素都在 A 内), 那么 $p(x)$ 叫做 A 的特征性质 (即 A 的定义). 于是集合 A 可表示为 $\{x \in U | p(x)\}$, 它表示集合 A 是由集合 U 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的. 大括号内竖线左边的 $x \in U$ 表示该集合的任一元素及元素 x 的取值范围, 竖线右边的 $p(x)$ 表示元素 x 所具有的特征性质.

例如, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + x - 2 = 0\}$ 的特征性质 $p(x)$ 是 “ $x^2 + x - 2 = 0$ ”, 在实数范围内, 集合 A 的所有元素都满足方程 $x^2 + x - 2 = 0$, 满足方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的所有元素也都在集合 A 内. 由此, 方程的解集可用集合来表示.

在某种约定下, x 的取值范围可省略不写. 例如, 在实数 $\mathbf{R}$ 中取值, $x \in \mathbf{R}$ 常省略不写.

有时为了方便, 常常直接用集合中的元素来描述集合. 例如, 由所有有理数构成的集合, 也可描述为 {有理数}; 又如, 直角三角形全体构成的集合, 可描述为 {直角三角形}, 它与集合 $\{x | x \text{ 是有一个角是直角的三角形}\}$ 表示同一集合.

想一想 {有理数} 写成 {全体有理数} 对吗?

例 1 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x | x \text{ 是绝对值小于 } 2 \text{ 的整数}\}$; (2) $\{x | x^2 - 1 = 0\}$.

解: (1) $\{-1, 0, 1\}$; (2) $\{-1, 1\}$.

例 2 用描述法表示下列集合:

(1) 小于 1 的全体实数;

(2) 平面 α 内与定点 O 的距离等于 3cm 的点的集合.

解: (1) $\{x | x < 1\}$;

(2) $\{M \in \text{平面 } \alpha | MO = 3\text{cm}\}$.

课堂练习

1. 下列语句是否确定一个集合? 为什么?