



21世纪高等学校规划教材

# 大学物理实验

DaXue WuLi ShiYan

▼  
主 编 程衍富



北京邮电大学出版社  
www.buptpress.com



21世纪高等学校规划教材

# 大学物理实验

主 编 程衍富

北京邮电大学出版社  
· 北京 ·

## 内容简介

本教材根据大学物理实验的教学情况而编写。本教材分为4章,并按实验难度和训练方法编排。第1章阐述了测量误差和数据处理的基础知识,以不追求完整性、够用为原则;第2章包括基础性实验,包括物理实验中典型的测量方法,重点突出了数据处理的训练;第3章为提高性实验;第4章为综合及设计性实验。每个实验由实验目的、实验原理、实验仪器、实验内容与步骤、数据处理和实验思考题等几个部分组成。

本教材可作为普通高等院校本、专科大学物理实验课教材,也可供相关人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/程衍富主编. -- 北京:北京邮电大学出版社,2010.12

ISBN 978-7-5635-2517-1

I. ①大… II. ①程… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第246360号

---

书 名 大学物理实验  
主 编 程衍富  
责任编辑 张雪祥  
出版发行 北京邮电大学出版社  
社 址 北京市海淀区西土城路10号(100876)  
电话传真 010-82333010 62282185(发行部) 010-82333009 62283578(传真)  
电子信箱 ctrd@buptpress.com  
经 销 各地新华书店  
印 刷 北京市梦宇印务有限公司  
开 本 787 mm×1 092 mm 1/16  
印 张 12  
字 数 276 千字  
版 次 2011年1月第1版 2011年1月第1次印刷

---

ISBN 978-7-5635-2517-1

定价:22.80元

如有质量问题请与发行部联系  
版权所有 侵权必究

# 前 言

物理实验是高等学校理工科学生必修的一门重要基础实验课程. 本教材是根据教育部《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》, 以编者多年的教学经验并吸取了目前高校物理实验的一些新实验、新思想, 结合高校实验教学改革的实际情况而编写的.

物理实验作为科学实验的基础实验, 其研究方法、观察和分析手段、各种仪器设备已被广泛地应用在自然科学和工程技术的各个领域. 因此, 作为基础实验课, 它既能让学生通过实验学习到科学实验的基础知识, 又能使学生在实验方法的考虑、测量仪器的选择、实验误差的分析中受到训练, 并为学生进行后续实验打下基础.

考虑到条件所限, 学生很难按循序渐进的方式进行物理实验. 结合大学物理理论课的教学实际, 本教材按两个大循环对实验进行编排. 第一循环为基础性实验, 着重进行基本测量工具、基本测量方法和数据处理的训练; 第二循环为提高性及综合性实验. 在第一循环中, 每个实验都有可能成为学生的第一次实验, 所以本教材中实验原理的描述都十分完整, 实验仪器的介绍也较清楚, 实验步骤尽可能详细, 并给出了完整的数据记录表格和具体的数据处理及误差分析方法, 以便学生在数据处理时进行模仿. 第二循环的编排则采取了较简略的方式, 特别是部分实验需学生自拟数据表格, 对数据的处理和误差的分析要学生独立进行, 以培养学生的实验能力. 每个实验前都有简单的前言, 作为实验知识面的扩充. 实验后都留有思考题作为学生对实验内容作进一步的分析和讨论.

基于以上考虑, 本教材分为 4 章. 第 1 章阐述了测量误差和数据处理基本知识, 涉及的内容以本课程必须掌握的基本要求为主. 第 2 章为基础性实验, 属于较简单的力学、电学和光学实验. 第 3 章为提高性实验, 主要是电学和光学实验. 第 4 章为综合及设计性实验.

实验课程的建设是一项集体事业, 需要从事实验工作的全体人员长期不懈的努力, 日积月累、不断改革. 多年来, 所有在物理实验教学中工作过的人员对本课程的建设都作出了贡献, 因此本教材可以说是这个集体智慧的结晶.

本教材由程衍富担任主编, 组织了教材的编写, 修改了全部书稿并绘制和处理了所有实验图片. 本教材编写情况如下: 姚文俊(第 2.4, 2.7, 3.2, 4.5 节)、戴同庆(第 2.8, 3.5, 4.6 节)、潘林峰(第 3.1 节)、谢金翠(第 3.3 节)、熊青玲(第 4.1 节)、李成德(第 4.2 节)、黄文涛(第 4.3 节)、沈健(第 4.4 节)、冯又层(第 4.7 节)、曹振洲(第 4.8 节)和程衍富(其余章节). 在本教材的编写过程中, 实验中心的技术人员给编者提供了很大的便利, 编者也参阅了兄弟院校的大学物理实验教材, 在此一并致谢.

由于编者知识水平和教学经验所限, 书中难免存在不妥之处, 希望读者加以指正, 以便使本教材进一步完善.

编 者

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 章 测量误差和数据处理的基本知识 .....</b>	<b>3</b>
1.1 测量与误差 .....	3
1.2 不确定度和测量结果的表示 .....	8
1.3 数据处理的基本知识 .....	12
<b>第 2 章 基础性实验 .....</b>	<b>19</b>
2.1 拉伸法测量金属丝的弹性模量 .....	19
2.2 动力学法测量金属的弹性模量 .....	26
2.3 扭摆法测量物体的转动惯量 .....	33
2.4 金属线胀系数的测定 .....	39
2.5 用传感器测量气体的绝热指数 .....	44
2.6 示波器的原理和使用 .....	49
2.7 磁聚焦法测电子比荷 .....	60
2.8 分光计的调节和三棱镜顶角的测量 .....	66
2.9 双棱镜干涉测光波波长 .....	75
<b>第 3 章 提高性实验 .....</b>	<b>81</b>
3.1 组装式直流双臂电桥测量低电阻 .....	81
3.2 非平衡直流电桥测电阻 .....	85
3.3 电表的改装和校准 .....	91
3.4 用示波器测动态磁滞回线 .....	95
3.5 霍耳效应实验 .....	104
3.6 非线性电路与混沌 .....	110
3.7 用分光计测量光栅常数及角色散率 .....	117

---

3.8	迈克尔孙干涉仪 .....	122
3.9	氢原子光谱的研究 .....	129
<b>第4章</b>	<b>综合及设计性实验 .....</b>	<b>134</b>
4.1	冷却法测量金属的比热容 .....	134
4.2	不良导体热导率的测量 .....	137
4.3	用玻尔共振仪研究受迫振动 .....	142
4.4	声速的测定 .....	150
4.5	RLC 串联电路特性研究 .....	156
4.6	普朗克常量的测定 .....	163
4.7	密立根油滴实验测量电子电荷 .....	168
4.8	光拍法测量光的速度 .....	174
<b>附录 A</b>	<b>常用单位和数据表 .....</b>	<b>180</b>
A.1	中华人民共和国法定计量单位 .....	180
A.2	常用物理数据表 .....	182

# 绪 论

物理学是研究物质的基本结构、相互作用和物质最基本、最普遍的运动形式及其规律的学科。物理学按研究方法可分为理论物理和实验物理两大分支。理论物理是从一系列基本原理出发,经过数学的推演得出结果,并将结果与观测和实验相比较,从而达到理解现象、预测未知的目的。实验物理是以观测和实验为手段来发现新的物理规律,验证理论结论,同时也为理论物理提供新的研究课题。因此,物理实验是研究自然规律的最基本的手段,是物理理论的源泉。

物理学从本质上说是一门实验科学。历史表明,在物理学的建立和发展过程中,物理实验一直起着重要的作用,并且在今后探索和开拓新的科技领域时,物理实验仍然是强有力的工具。在高等理工院校,物理实验课是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端,是理工类专业对学生实验训练的重要基础,是大学生学习或从事科学实验的起步。因此,教育部把物理实验列为理工院校培养大学生进行科学实验基本训练的一门独立的、重要的必修课程。所以,学好物理实验对于高等理工院校的学生来说是十分重要的。

## 一、物理实验课的任务

根据国家教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》的规定,物理实验课的具体任务如下。

(1)通过对物理实验现象的观察、分析及对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。

(2)培养与提高学生的科学实验能力,其中包括:

- ①能够自行阅读实验教材和资料,作好实验前的准备;
- ②能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器;
- ③能够运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断;
- ④能够正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;
- ⑤能够完成简单的设计性实验。

(3)培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风,严肃认真的工作态度,主动研究的探索精神和遵守纪律、爱护公共财产的优良品德。

## 二、物理实验课的主要教学环节

为达到物理实验课的目的,学生应重视物理实验教学三个重要环节。

### 1. 实验预习

课前要仔细阅读实验教材或有关的资料,基本看懂实验所用的原理和方法,并学会从中整理出主要实验条件、实验关键及实验注意事项,根据实验任务画好数据表格。有些实验还要求学生课前自拟实验方案,自己设计线路图或光路图,自拟数据表格等。因此,课前预习的好坏是实验中能否取得主动的关键。

## 2. 实验操作

学生进入实验室后应遵守实验室规则,按照一个科学工作者那样要求自己.井井有条地布置仪器,安全操作,注意细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中的问题.不要期望实验工作会一帆风顺,在遇到问题时,应看做是学习的良机,冷静地分析和处理它.仪器发生故障时,也要在教师的指导下学习排除故障的方法.总之,要将着重点放在实验能力的培养上,而不是测出几个数据就以为完成了任务.对实验数据要严肃对待,要用钢笔和圆珠笔记录原始数据.如确实记错了,也不要涂改,应轻轻划上一道,在旁边写上正确值(错误多的,需重新记录),使正误数据都能清晰可辨,以供在分析测量结果和计算误差时参考.不要用铅笔记录原始数据,自己留有涂抹的余地,也不要先草记在另外的纸上再誊写在数据表格里,这样容易出错,况且,这已不是原始记录了.希望同学们注意纠正自己的不良习惯,从一开始就不断培养良好的科学作风.实验结束时,将实验数据交教师审阅签字,整理还原仪器后方可离开实验室.

## 3. 实验总结

实验后要对数据及时进行处理.如果原始记录删改较多的,应加以整理,对重要的数据要重新列表.数据处理过程包括计算、作图、误差分析等.计算要有计算式,代入的数据都要有根据,便于别人看懂,也便于自己检查.作图按作图规则,图线要规矩、美观.数据处理后应给出实验结果.最后要撰写出一份简洁、明了、工整有见解的实验报告.这是每一个大学生必须具备的报告工作成果的能力.

实验报告内容包括:

- (1)实验名称,实验项目或实验选题.
- (2)实验目的,实验所希望得到的结果和希望实现的目标.
- (3)实验原理,简要叙述有关物理内容(包括电路图、光路图或实验装置示意图)及测量中依据的主要公式,式中各量的物理含义及单位,公式成立应满足的实验条件等.
- (4)实验步骤,写下主要实验步骤.设计性实验的步骤应详细写明,还要注明注意事项.
- (5)数据表格与数据处理,记录中要有仪器编号、规格及完整的实验数据.要完成数据计算、曲线图绘制及误差分析.最后写明实验结果.
- (6)分析与讨论,对实验进行合理的评价.可以是实验中现象的分析,对实验关键问题的研究体会,实验的收获和建议,也可解答思考题.

## 三、实验室规则

- (1)学生进入实验室需带上记录实验数据的表格,课前应完成指定的预习内容,经教师检查同意方可进行实验.
- (2)遵守课堂纪律,保持安静的实验环境.
- (3)使用电源时,务必经过教师检查线路后才能接通电源.
- (4)爱护仪器.进入实验室不能擅自搬弄仪器,实验中严格按仪器说明书操作,如有损坏,照章赔偿.公用工具用完后应立即归还原处.
- (5)做完实验后学生应将仪器整理还原,将桌面和凳子收拾整齐.经教师审查测量数据和仪器还原情况并签字后,方可以离开实验室.
- (6)实验报告应在实验后一周内交给实验指导教师.



# 第 1 章 测量误差和数据处理的基本知识

在物理实验中,需要对物理量进行测量.由于实验仪器的灵敏度或分辨率的限制,测量方法的不完善等因素,使得测量结果与真实值之间总有一定差异.因此,在实验中除了获得必要的测量数据外,还必须对测量结果进行评价.对测量结果精确程度的评价是一门专门科学,涉及面非常广泛.对测量结果的评价包括对测量误差的分析估算和对实验数据的处理,它是完整的科学实验的一个重要方面.在物理实验课中,将对有关知识作初步介绍,并将通过具体实验进行最基本的训练.

## 1.1 测量与误差

物理实验是以测量为基础的.实践表明,测量结果都存在误差,误差自始至终存在于一切科学实验和测量的过程中.因为任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不能做到严密,这就使测量不可避免地伴随着误差的产生.因此,分析测量中可能产生的各种误差,尽可能消除其影响,并对测量结果中可能的误差作出估计,就是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作.为此必须了解误差的概念、特性、产生的原因和估计方法等有关知识.

### 1.1.1 常用误差概念

#### 1. 绝对误差 $\delta$

被测物理量的客观大小称为真值,记为  $\mu_0$ .用实验手段测量出来的值为测量结果也即测量值,记为  $x_i$ .测量结果减去被测量的真值叫测量误差,简称误差,记为  $\delta$ ,即

$$\delta = x_i - \mu_0 \quad (1.1.1)$$

真值是理想概念,一般是不可知的.为了求得测量误差,通常用约定真值(近似的相对真值)代替真值.在实际运用中,对单次测量可直接将测量结果当成约定真值,对多次测量将其算术平均值当做约定真值.式(1.1.1)表示的误差是与测量值同量纲的,故又称为绝对误差.绝对误差可以用来比较不同仪器测量同一被测物理量的测量准确度的高低.

#### 2. 相对误差 $E$

测量的绝对误差与真值之比称为测量的相对误差.一般用百分比来表示

$$E = \frac{\delta}{\mu_0} \times 100\% \quad (1.1.2)$$

相对误差  $E$  可以用来比较不同被测物理量测量准确度的高低,或者说用相对误差能确切地反映测量的效果.被测量的量值大小不同,允许的误差也应有所不同.被测量的量值越小,允许测量的绝对误差也应越小.

#### 3. 偏差 $\Delta x_i$

在多次测量中,测量列内任意一个测量值  $x_i$  与测量列的算术平均值  $\bar{x}$  的差称为偏差,即

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \quad (1.1.3)$$

式中,  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ . 偏差可正可负, 可大可小.

#### 4. 标准误差 $\sigma$

在同一条件下, 若对某物理量  $x$  进行  $n$  次等精度、独立的测量, 则测量列中单次测量的标准误差按下式定义

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (1.1.4)$$

式中,  $\mu$  相应于测量次数  $n \rightarrow \infty$  时测量的平均值. 式(1.1.4)是对这一组测量数据可靠性的估计, 标准误差小, 说明这一组测量的重复性好, 精密度高.

#### 5. 标准偏差 $S_x$

在有限的  $n$  次测量中, 单次测量的标准偏差用  $S_x$  表示

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.1.5)$$

这个公式又称为贝塞尔公式. 它表示测量的随机误差, 标准偏差小就表示测量值很密集, 即测量的精密度高; 标准偏差大就表示测量值很分散, 即测量的精密度低.

#### 6. 平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$

在进行有限的  $n$  次测量中, 可得一最佳值  $\bar{x}$ .  $\bar{x}$  也是一个随机变量, 它随  $n$  的增减而变化, 显然它比单次测量值可靠. 可证明平均值的标准偏差  $S_{\bar{x}}$  与一系列测量中单次测量的标准偏差  $S_x$  满足如下关系

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1.1.6)$$

#### 7. 仪器误差限 $\Delta_{\text{仪}}$

任何测量过程都存在测量误差, 其中包括仪器误差. 仪器误差限或最大允许误差是指在正确使用仪器的条件下, 测量结果和被测量的真值之间可能产生的最大误差, 用  $\Delta_{\text{仪}}$  表示. 对照国际标准及我国制定的相应的计量器具的检定标准和规定. 考虑物理实验教学的要求, 下面作简略的介绍或约定.

在长度测量类中, 最基本的测量工具是直尺、游标卡尺、螺旋测微器. 在基础物理实验中, 除具体实验另有说明外(如游标卡尺、螺旋测微器), 我们约定: 这些测长工具的仪器误差限按其最小分度值的一半估算.

在质量测量类中, 主要工具是天平. 天平的测量误差应包括示值变动性误差、分度值误差和砝码误差等. 单杠杆天平按精度分为十级, 砝码的精度分为五等, 一定精度级别的天平要配备等级相当的砝码. 在简单实验中, 我们约定: 取天平的最小分度值作为仪器误差限.

在时间测量类中, 停表是物理实验中常用的计时仪表. 在本课程中, 对较短时间的测量, 我们约定: 取停表的最小分度值作为仪器误差限. 对石英电子秒表, 其最大偏差  $\leq \pm (5.8 \times 10^{-6} t +$

0.01) s, 其中  $t$  是时间的测量值。

在温度测量类中, 常用的测量仪器包括水银温度计、热电偶和电阻温度计等。在本课程中, 我们约定: 水银温度计的仪器误差限按其最小分度值的一半估算。

在电学测量类中, 电学仪器按国家标准大多是根据准确度大小划分其等级, 其基本误差限可通过准确度等级的有关公式给出。

对电磁仪表, 如指针式电流、电压表

$$\Delta_{\text{仪}} = \alpha \% \cdot A_m \quad (1.1.7)$$

式中,  $A_m$  是电表的量程;  $\alpha$  是以百分数表示的准确度等级, 电表精度分为 5.0, 2.5, 1.5, 1.0, 0.5, 0.2, 0.1 七个级别。

对直流电阻器(包括标准电阻、电阻箱), 准确度等级分为 0.000 5, 0.001, 0.002, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5 等级别。实验室使用的电阻箱, 其优点是阻值可调, 但接触电阻和接触电阻的变化要比固定的标准电阻大。一般按不同度盘分别给出准确度级别, 同时给出残余电阻(各度盘开关取零时, 连接点的电阻)值。仪器误差限按不同度盘允许误差限之和加上残余电阻来估算, 即

$$\Delta_{\text{仪}} = \sum_i \alpha_i \% \cdot R_i + R_0 \quad (1.1.8)$$

式中,  $R_0$  是残余电阻;  $R_i$  是第  $i$  个度盘的示值;  $\alpha_i$  是相应电阻的准确度级别。对于 ZX21 型 0.1 级电阻箱, 我们约定  $R_0 = 0.005(N+1) \Omega$ , 式中  $N$  是实际所用十进制电阻盘的个数, 并且各度盘的准确度等级都取为 0.1, 则其允许误差限为

$$\Delta_{\text{仪}} = \alpha_i \% \cdot R + R_0 = 0.1 \% \cdot R + 0.005(N+1) \quad (1.1.9)$$

式中,  $R$  是各度盘电阻值之和。考虑残余电阻  $R_0$  很小, 可以舍去, 因此直接取

$$\Delta_{\text{仪}} = \alpha_i \% \cdot R \quad (1.1.10)$$

仪器的标准误差用  $\Delta_{\text{仪标}}$  表示, 它与误差分布有关。

## 1.1.2 测量误差的分类

测量中的误差主要分为两种类型, 即系统误差和随机误差。它们的性质不同, 需分别处理。

### 1. 系统误差

系统误差是指在重复性条件下, 对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量的真值之差。系统误差按其来源可分为仪器误差、调整误差、环境误差、理论误差、人员误差等。系统误差按其规律又可分为恒定的系统误差、线性误差、周期性系统误差等。

由于系统误差服从确定性规律, 在相同条件下, 这一规律可重复地表现出来, 因而原则上可用函数的解析式、曲线或图表来对它进行描述。系统误差虽有确定的规律, 但这一规律并不一定确知; 按照对其测量误差的符号和大小可以确定和不能确定, 可将系统误差分为已知的系统误差(已定系统误差)和未知的系统误差(未定系统误差)。已定系统误差可通过修正的方法从测量结果中消除; 未定系统误差一般只能估计出它的限值或分布范围, 它与后述不确定度 B 类分量有大致的对应关系。

### 2. 随机误差

随机误差定义为: 测量结果与在重复性条件下, 对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值之差。即随机误差是以不可预知的方式变化的测量误差。在少量测量数据中,

它的取值不具有规律性,但在大量的测量数据中表现出统计规律,我们要用统计理论给予解释.

### 3. 系统误差与随机误差的关系

系统误差和随机误差虽是两个截然不同的概念,但在任何一测量中,误差既不会是单纯的系统误差,也不会是单纯的随机误差,而是两者兼而有之,并且两种误差之间没有严格的分界线.在实际测量中有许多误差是无法准确判断其从属性的,并且在一定的条件下,随机误差的一部分可转化为系统误差.

## 1.1.3 精密度、准确度、精确度

### 1. 精密度

表示测量数据集中的程度.它反映随机误差的大小,与系统误差无关.测量精密度高,则数据集中,随机误差小.

### 2. 准确度

表示测量值与真值符合的程度.它反映系统误差的大小,与随机误差无关.测量准确度高,则平均值对真值的偏离小,系统误差小.

### 3. 精确度

对测量数据的精密度与准确度的综合评定.它反映随机误差和系统误差合成的大小,即综合误差的大小.测量的精确度高,说明测量数据不仅比较集中而且接近真值.

我们用打靶时子弹着弹点的分布图说明上述三个名词的含义.在图(1.1.1)中(a)表示精密度高而准确度低;(b)表示准确度高而精密度低;(c)表示精密度和准确度都高,即精确度高.

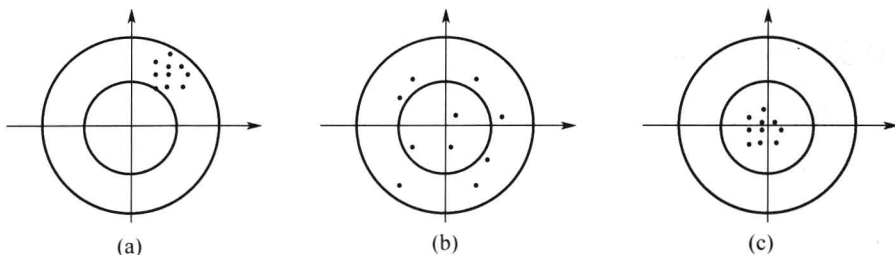


图 1.1.1 子弹着弹点的分布说明精密度、准确度、精确度

等精度测量是指在测量条件相同的情况下进行的一系列测量.例如,由同一人在相同的环境下,在同一仪器上用同样的测量方法,对同一被测物理量进行多次测量,每次测量的可靠性相同,这种测量就是等精度测量.在对同一物理量进行多次测量中,若改变测量条件,则测量结果的精确度会不相同,称为不等精度测量.我们的实验一般都采用等精度测量.本书也只介绍等精度测量的数据处理方法.

## 1.1.4 误差分布

在测量过程中,由于误差的来源不同,它们所服从的规律也不相同.常见的随机误差分布有:二项式分布、正态分布、双截尾正态分布、泊松分布、 $\chi^2$ 分布、F分布、t分布、均匀分布等.

下面介绍两种典型的分布。

### 1. 正态分布

在等精度测量中,大多数情况下的测量值及其随机误差都服从正态分布.正态分布又叫高斯分布,标准的正态分布曲线如图 1.1.2 所示,它满足如下的概率密度分布函数:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.1.11)$$

其中, $x$  为测量值; $\sigma$  为测量值的标准偏差; $\mu$  表示当测量次数无限多时的算术平均值(真值的最佳估计值),即

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (1.1.12)$$

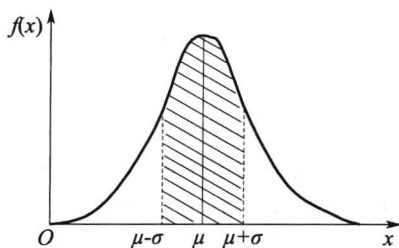


图 1.1.2 正态分布

从曲线可以看出被测量值在  $x = \mu$  处的概率密度最大,曲线峰值处的横坐标相应于测量次数  $n \rightarrow \infty$  时被测量的平均值  $\mu$ .横坐标上任一点到  $\mu$  值的距离  $(x - \mu)$  即为与测量值  $x$  相应的随机误差分量.随机误差小的概率大,随机误差大的概率小. $\sigma$  为曲线上拐点处的横坐标与  $\mu$  值之差,它是表征测量值分散性的重要参数,称为正态分布的标准偏差.这条曲线是概率分布曲线,当曲线和  $x$  轴之间的总面积定为 1 时,其中介于横坐标上任何两点的某一部分面积可用来表示随机误差在相应范围内的概率.如图 1.1.2 中阴影部分  $\mu - \sigma$  到  $\mu + \sigma$  之间的面积就是随机误差在  $\pm \sigma$  范围内的概率(又称置信概率),即测量值落在  $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$  区间中的概率,由定积分可计算得其值为  $P = 68.3\%$ .如将区间扩大到  $-2\sigma$  到  $+2\sigma$ ,则  $x$  落在  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$  区间中的概率就提高到  $95.4\%$ ;  $x$  落在  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$  区间中的概率为  $99.7\%$ .

从分布曲线还可以看出:①在多次测量时,正负随机误差常可以大致相消,因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减小误差的影响;②测量值的分散程度直接体现随机误差的大小,测量值越分散,测量的随机误差就越大.因此,必须对测量的随机误差作出估计才能表示出测量的精密度.

### 2. 均匀分布

测量误差服从均匀分布是指在测量值的某一范围内,测量结果取任一可能值的概率相等;或在某一误差范围内,各误差值出现的概率相等.服从均匀分布的误差的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{1}{2\Delta_{\text{仪}}} \quad (1.1.13)$$

分布曲线如图 1.1.3 所示,在  $[-\Delta_{\text{仪}}, +\Delta_{\text{仪}}]$  范围内,各误差值出现的概率相同,区间外出现的概率为 0.

均匀分布的平均值、标准误差、标准偏差及平均值的标准偏差的计算方法与正态分布相同.

随机误差服从均匀分布的例子有:由仪表分辨力限制所产生的示值误差,因为在分辨力范围内的所有测量参数值出现的概率相同;对于数字式仪表,由最小计量

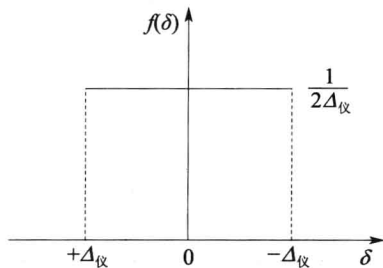


图 1.1.3 均匀分布

单位限制引起的误差(截尾误差);在对测量数据的处理中,修约引起的误差;指示仪表调零不准所产生的误差;数学用表的数据位数限制所产生的误差等。

## 1.2 不确定度和测量结果的表示

根据国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的精神和我国国家标准计量局作出的实验不确定度的规定建议书,实验测量的不确定度表示方法被广泛用于对各类测量结果的评价.因此,大学物理实验的测量结果也应该用不确定度来表示。

### 1.2.1 不确定度

#### 1. 不确定度的定义

测量不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度,它是测量质量的表述,表征合理地赋予被测量之值的分散性,与测量结果相联系的参数.它不同于测量误差,测量误差是被测量的真值与测量值之差,而不确定度则是误差可能数值(或数值可能范围)的测度。

在物理实验中进行着大量的测量,测量结果的质量如何,要用不确定度来说明.在相同置信概率的条件下,不确定度越小,其测量质量越高,使用价值也越高;反之,不确定度越大,其测量质量越低,使用价值也越低。

#### 2. 不确定度的分类

测量不确定度的大小表征测量结果的可信程度.按其数值的来源和评定方法,不确定度可分为统计不确定度和非统计不确定度两类分量。

##### 1) A 类不确定度分量 $U_A$

由观测列的统计分析评定的不确定度,也称统计不确定度,它的分量用符号  $U_A$  表示.在实际测量时,一般只能进行有限次测量,这时测量误差不完全服从正态分布规律,而是服从称之为 t 分布(又称学生分布)的规律.这种情况下,对测量误差的估计,就要在贝塞尔公式(1.1.5)的基础上再乘以一个因子.在相同条件下对同一被测量作  $n$  次测量,若只计算不确定度  $U$  的 A 类分量  $U_A$ ,那么它等于测量值的标准偏差  $S_x$  乘以因子  $t_P/\sqrt{n}$ ,即

$$U_A = \frac{t_P}{\sqrt{n}} S_x \quad (1.2.1)$$

式中,  $t_P$  是与测量次数  $n$ 、置信概率  $P$  有关的量.概率  $P$  及测量次数  $n$  确定后,  $t_P$  也就确定了,因子  $t_P$  的值可以从专门的数据表中查得.当  $P=0.95$  时,  $t_P/\sqrt{n}$  的部分数据可以从表 1.2.1 中查得。

表 1.2.1  $t_P/\sqrt{n}$  的部分数据

测量次数 $n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_P/\sqrt{n}$ 因子的值	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

大学物理实验测量次数  $n$  一般小于 10. 从表 1.2.1 知, 当  $5 < n \leq 10$  时, 因子  $t_p/\sqrt{n}$  近似取为 1, 误差并不很大. 这时式(1.2.1)可简化为

$$U_A = S_x \quad (1.2.2)$$

有关的计算还表明, 当  $5 < n \leq 10$  时, 作  $U_A = S_x$  近似, 置信概率近似为 0.95 或更大. 所以可以这样简化: 直接把  $S_x$  的值当做测量结果的 A 类不确定度分量  $U_A$ . 当然, 测量次数  $n$  不在上述范围或要求误差估计比较精确时, 要从有关数据表中查出相应的因子  $t_p/\sqrt{n}$  的值.

### 2) B 类不确定度分量

B 类不确定度分量  $U_B$  是指由非统计方法估计出的不确定度. 它主要由仪器误差引起的, 与仪器的误差限有关. 实验室常用仪器的误差或误差限值, 是生产厂家参照国家标准规定的计量仪表、器具的准确度等级或允许误差范围给出, 或由实验室结合具体测量方法和条件简化而约定的, 用  $\Delta_{\text{仪}}$  表示. B 类不确定度分量表示为

$$U_B = k_p \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} \quad (1.2.3)$$

式中,  $k_p$  为一定置信概率下相应分布的置信因子;  $C$  为相应的置信系数.  $C$  值因误差分布不同而异. 对于正态分布  $C=3$ ; 对于均匀分布  $C=\sqrt{3}$ . 置信概率为 0.68 时,  $k_p=1$ ; 置信概率为 0.95 时,  $k_p=1.96$ ; 置信概率为 0.99 时,  $k_p=3$ . 在物理实验中, 一般取置信概率为 0.95, 因此从简约和实用出发, 统一规定取  $C=\sqrt{3}$ ,  $k_p=1.96$ . 则

$$U_B = \frac{1.96}{\sqrt{3}} \Delta_{\text{仪}} \approx \Delta_{\text{仪}} \quad (1.2.4)$$

### 3. 不确定度的合成

置信概率为 0.68 时的不确定度为标准不确定度, 其他置信概率对应的不确定度称为扩展不确定度, 也称总不确定度. 不确定度  $U$  包含两类分量  $U_A$  和  $U_B$ , 因此扩展不确定度应由这两类分量合成, 满足如下公式

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (1.2.5)$$

由式(1.2.1)和式(1.2.4)得

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} = \sqrt{\left(\frac{t_p}{\sqrt{n}} S_x\right)^2 + (\Delta_{\text{仪}})^2} \quad (1.2.6)$$

当测量次数  $n$  符合  $5 < n \leq 10$  条件时, 上式可简化为

$$U = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (1.2.7)$$

式(1.2.7)是今后实验中估算不确定度经常要用的公式, 希望能够记住.

## 1.2.2 测量结果的评价

### 1. 测量结果的表达形式

完整的测量结果应给出被测量的量值  $x_0$  (多次测量时用  $\bar{x}$ ), 同时还要标出测量的不确定度  $U$  和单位. 写成

$$x = x_0 \pm U(\text{SI}) \quad (1.2.8)$$

它表示测量的真值在区间  $(x_0 - U, x_0 + U)$  的可能性很大, 或者说该区间以一定的置信概率包含真值.

## 2. 直接测量结果的评价

在相同条件下对被测量作多次直接测量时,其随机误差用式(1.1.5)来计算,原则上应该用式(1.2.7)来计算总不确定度. 如果因为  $S_x < \frac{1}{3}U_B$ , 或因估计出的  $U_A$  对实验最后结果的影响甚小,则可简单地用  $U_B$  表示总不确定度  $U$ . 对于单次测量,不确定度 A 类分量虽然存在,但不能用式(1.1.5)来表示,它的值比  $\Delta_{\text{仪}}$  小很多. 因此,不考虑 A 类分量,只考虑 B 类分量. 当实验中只要求测量一次时, $U$  取  $U_B$  的值并不说明只测一次比测多次时  $U$  的值小,只说明用  $U_B$  和用  $\sqrt{U_A^2 + U_B^2}$  估算出的结果相差不大,或者说明整个实验中对被测量  $U$  的估算要求能够放宽或必须放宽. 测量次数  $n$  增加时,用式(1.2.7)估算出的  $U$  虽然一般变化不大,但真值落在  $x_0 \pm U$  范围内的概率却更接近 100%. 这说明  $n$  增加时真值所处的量值范围实际上更小,因此测量结果更准确了.

### 例 1.2.1 用游标卡尺测长度

一般为单次测量,因此不计  $U_A$ ,而游标卡尺的仪器误差限是其最小分度值(对 50 分度的游标卡尺  $\Delta_{\text{仪}} = 0.02 \text{ mm}$ ),误差服从均匀分布,在置信概率为 0.95 的条件下,有

$$U = U_B = U_{\text{仪}} = 0.02 \text{ mm}$$

### 例 1.2.2 用毫米尺测长度

用毫米尺测量时,其误差主要来源于尺刻度的不准和读数不准. 取  $\Delta_{\text{仪}} = 0.5 \text{ mm}$ ,则

$$U_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.5 \text{ mm}$$

### 例 1.2.3 用天平测物体的质量

用天平测质量时,天平的最小分度值(若为 0.05 g)作为仪器误差限  $\Delta_{\text{仪}}$ ,则

$$U_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.05 \text{ g}$$

### 例 1.2.4 时间的测量

用秒表测量时间时,不确定度由操作误差和秒表本身的误差构成. 对于后者,若取  $\Delta_{\text{仪}} = 0.1 \text{ s}$ ,则

$$U_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.1 \text{ s}$$

用光电计时器(毫秒计)测量时,其误差服从均匀分布,仪器误差限  $\Delta_{\text{仪}} = 0.001 \text{ s}$ ,则

$$U_B = U_{\text{仪}} = 0.001 \text{ s}$$

### 例 1.2.5 用安培表测电流

磁电式仪表的测量误差主要是由电表结构上的缺陷造成的,其测量误差取决于电表的准确度等级  $\alpha$  和使用的量程  $A_m$ . 其误差分布较复杂,对于单次测量不考虑  $U_A$ ,则  $U = \Delta_{\text{仪}} = A_m \times \alpha\%$ . 例如,电路中电流值约为 2.5 A 时,分别用量程为 3 A 和 30 A、准确度等级均为 0.5 级的电流表进行测量,则电表不准对应的不确定度分别为

$$U = 3 \times 0.5\% = 0.015(\text{A})$$

$$U' = 30 \times 0.5\% = 0.15(\text{A})$$

由此可知,量程越大不确定度越高,不确定度与待测量值的大小无关,不随电表的示值而变. 正因为如此,在实验中选择电表时,不仅要考虑电表的准确度等级,还要考虑量程的大小. 测量时,一般应使示值接近量程的 2/3.

## 3. 间接测量结果的评价

间接测量是指被测量不是直接测得,而是通过被测量与直接测量值之间的函数关系间接



获得. 这样一来, 直接测量结果的不确定度就必然影响到间接测量结果, 这种影响的大小由相应的数学式计算出来.

设间接测量所用的数学式可以表述为如下的函数形式

$$\varphi = F(x, y, z, \dots)$$

式中,  $\varphi$  是间接测量结果;  $x, y, z, \dots$  是直接测量结果, 它们是互相独立的量. 设  $x, y, z, \dots$  的不确定度分别为  $U_x, U_y, U_z, \dots$ , 它们必然影响测量结果, 使  $\varphi$  值也有相应的不确定度  $U_\varphi$ . 由于不确定度都是微小的量, 相当于数学中的“增量”, 因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同. 不同之处是: ①要用不确定度  $U_x$  等替代微分  $dx$  等; ②要考虑到不确定度合成的统计性质, 一般是用“方、和、根”的方式进行.

$$U_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (U_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (U_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (U_z)^2 + \dots} \quad (1.2.9)$$

$$\frac{U_\varphi}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (U_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (U_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (U_z)^2 + \dots} \quad (1.2.10)$$

式(1.2.9)和式(1.2.10)称为间接测量不确定度的传播公式. 式(1.2.9)适用于  $\varphi$  是和差形式的函数, 式(1.2.10)适用于  $\varphi$  是积商形式的函数. 实际使用时要注意各直接测量值的不确定度应有相同的置信概率, 并且一般只取一位有效数字. 下面给出一些常用函数的不确定度传播公式.

表 1.2.2 常用函数的不确定度传播公式

函数形式	不确定度传播公式
$\varphi = x \pm y$	$U_\varphi = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$
$\varphi = x \cdot y$ 或 $\varphi = x/y$	$U_\varphi/\varphi = \sqrt{(U_x/x)^2 + (U_y/y)^2}$
$\varphi = ax$ $a$ 为常数	$U_\varphi = aU_x$
$\varphi = (x^l \cdot y^m)/z^n$	$U_\varphi/\varphi = \sqrt{l^2(U_x/x)^2 + m^2(U_y/y)^2 + n^2(U_z/z)^2}$
$\varphi = \sin x$	$U_\varphi =  \cos x U_x$
$\varphi = \ln x$	$U_\varphi = U_x/x$

**例 1.2.6** 已知金属环的外径  $D_2 = (2.400 \pm 0.004)$  cm, 内径  $D_1 = (1.200 \pm 0.004)$  cm, 高  $h = (2.850 \pm 0.004)$  cm, 求环的体积  $V$  及其不确定度  $U_V$ .

解: 环的体积为

$$V = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) h = \frac{\pi}{4} \times (2.400^2 - 1.200^2) \times 2.850 \text{ cm}^3 = 9.670 \text{ cm}^3$$

环体积的对数及其偏导数为

$$\ln V = \ln \frac{\pi}{4} + \ln(D_2^2 - D_1^2) + \ln h$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D_2} = \frac{2D_2}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial D_1} = -\frac{2D_1}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial h} = \frac{1}{h}$$

代入积商形式的合成式(1.2.10), 则有

$$\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 = \left(\frac{2D_2}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 (U_{D_2})^2 + \left(\frac{2D_1}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 (U_{D_1})^2 + \left(\frac{1}{h}\right)^2 (U_h)^2$$