

Chaotic Systems and Chaotic Circuits: Principle, Design and Its Application in Communications

混沌系统与混沌电路

——原理、设计及其在
通信中的应用

禹思敏 著 ■



西安电子科技大学出版社
<http://www.xdph.com>

Chaotic Systems and Chaotic Circuits: Principle, Design and Its
Application in Communications

混沌系统与混沌电路

——原理、设计及其在通信中的应用

禹思敏 著

西安电子科技大学出版社

前　　言

本书以多涡卷(包括单方向分布和多方向分布网格多涡卷)、多翅膀(包括环状多翅膀和嵌套多翅膀)、多环面(包括单方向分布和多方向分布网格多环面)、多折叠环面等混沌系统和混沌电路为具体研究对象，详细介绍了混沌系统与混沌电路的原理、设计、技术实现及其在通信中的应用，归纳和总结了近年来作者瞄准学科前沿，理论与应用相结合，在上述研究领域中所取得的一批科研成果。

1963年，混沌之父、美国科学院院士 E. N. Lorenz 发现了 Lorenz 系统。Lorenz 系统是大气对流、激光装置、磁流发电机及几个相关对流问题的共同简化模型，成为后人研究混沌理论的出发点和基石，具有重要的里程碑意义。1998年，美国科学院院士 S. Smale 提出了 21 世纪 18 个著名的数学问题，其中第 14 个问题就是关于 Lorenz 系统的研究。1984 年，非线性理论先驱者、细胞神经网络发明者、IEEE Kirchhoff 奖获得者、欧洲科学院院士 L.O.Chua 提出了 Chua 电路，第一次在混沌理论和非线性电路之间架起了桥梁。混沌理论与非线性电路的结合具有明确的工程应用背景，并为进一步研究多涡卷与多翅膀混沌系统提供了一个较好的研究平台。

多涡卷(包括单方向分布和多方向分布网格多涡卷)、多翅膀(包括环状多翅膀和嵌套多翅膀)等与双涡卷、双翅膀等混沌系统相比较而言，其主要特点是具有更复杂的混沌动力学行为，这种复杂性主要体现在混沌吸引子中的涡卷或翅膀在相空间中呈现出单个方向分布或多个方向分布的平面、立体、多维网格状以及嵌套或环状的拓扑结构。我们注意到，国际上对 Chua 电路中多涡卷混沌吸引子的研究始于 1991 年，对网格多涡卷系统的研究始于 2002 年，对环状和嵌套多翅膀广义 Lorenz 系统族的研究始于 2006 年。多涡卷与多翅膀系统的理论分析与设计、建模、技术实现及其在混沌保密通信中的应用，涉及到电子信息、通信、控制、计算机、数学、物理学等多个学科，是具有挑战性的前沿课题之一。

过去，国际上对多涡卷和多翅膀系统的研究仍然局限在少数混沌系统中，而在更多的混沌系统中不能行之有效地产生多涡卷和多翅膀混沌吸引子。例如，能否在 Chua 系统中产生网格多涡卷混沌吸引子？能否产生多折叠环面或多环面混沌吸引子？能否在双翅膀广义 Lorenz 系统族的基础上产生环状或嵌套多翅膀混沌吸引子，并初步建立一个多翅膀混沌吸引子的体系？能否用电子电路、DSP 和 FPGA 等技术手段加以实现，并且在保密通信中获得实际应用？等等。这些都是需要探索和解决的重要问题。

通常人们将混沌系统分为连续和离散两大类。例如，连续混沌系统有三阶和四阶 Chua 系统、MCK 系统、Lorenz 系统、Chen 系统、Lü 系统、Shimizu-Morioda(S-M)系统、Ruchridge 系统、Sprott 系统等。若从混沌吸引子的拓扑结构特征来分类，则有双涡卷、双环面、双折叠环面、多涡卷、多折叠环面、多环面、双翅膀、环状和嵌套多翅膀等混沌系统。

多涡卷混沌吸引子通常是在非线性项中不存在交叉乘积项的某些双涡卷混沌系统中生成的。多翅膀混沌吸引子则通常是在非线性项均为乘积项或交叉乘积项的某些三维二次多项式双翅膀广义 Lorenz 系统族中产生的，如多翅膀 Lorenz、Chen、Lü、Ruchridge、S-M、Sprott 等系统。本书以多涡卷、多环面、多折叠环面和多翅膀等混沌系统作为分析与研究问题的切入点，介绍混沌系统与混沌电路的原理、设计、建模、实现及应用的理论与方法，具体包括单方向分布多涡卷、多环面、多折叠环面与多翅膀混沌吸引子，两方向分布平面网格状多涡卷、多环面与多翅膀混沌吸引子，三方向分布立体网格多涡卷以及三方向和四方向分布多维网格多环面混沌系统的理论设计、建模与电路实现等内容。尽管多涡卷和多翅膀混沌系统的设计与实现手段千差万别，但本书介绍的一般原理与实现方法对于很多系统来说具有普适性和借鉴作用。本书主要内容包括以下五个方面。

(一) 多涡卷和网格状多涡卷、多环面与多折叠环面混沌系统的设计与建模

首先寻找能产生多涡卷的双涡卷系统。具体而言，多涡卷系统通常都是在双涡卷系统的基础上，

通过扩展其指标 2 的鞍焦平衡点而生成的。因此，在已有混沌系统基础上，寻找比较合适的双涡卷系统是多涡卷系统理论设计与建模的前提和基础，是十分重要的第一步，如我们熟知的双涡卷 Jerk 系统、双涡卷 Chua 系统等。

接着，在双涡卷混沌系统的基础上，通过构造各种非线性函数，扩展原双涡卷混沌系统中指标 2 的鞍焦平衡点。若只构造一个非线性函数，在某个方向(例如 x 方向或 y 方向或 z 方向等)上扩展指标 2 的鞍焦平衡点，则称单方向分布多涡卷混沌系统；若构造两个非线性函数，在两个方向(如 x 方向和 y 方向，或 x 方向和 z 方向，或 y 方向和 z 方向等)上同时扩展指标 2 的鞍焦平衡点，则称两方向分布平面网格状多涡卷混沌系统；若构造三个非线性函数，在三个方向(如 x, y, z 三个方向)上同时扩展指标 2 的鞍焦平衡点，则称三方向分布立体网格状多涡卷混沌系统；若构造多个非线性函数，在多个方向上同时扩展指标 2 的鞍焦平衡点，则称多方向分布多维网格状多涡卷混沌系统。显然，单方向分布多涡卷混沌系统是其中最为简单的混沌系统，同时也是设计网格多涡卷混沌系统的前提和基础，而多方向分布多维网格状多涡卷混沌系统的设计与实现的难度可能要大得多。

有些双涡卷混沌系统能够产生多涡卷和网格多涡卷混沌吸引子，而另外一些双涡卷系统则不能，这需要根据实际情况进行分析。具体而言，需要进一步考察这些双涡卷系统是否具有某种对称性以及指标 2 的鞍焦平衡点是否在某个方向甚至多个方向上具有扩展性。举例来说，分段 Chua 系统和 Jerk 系统等在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ 下具有不变性，通过构造具有奇对称的各种多分段非线性函数，能产生多涡卷和网格状多涡卷混沌吸引子，对于其他一些多涡卷混沌系统也有类似的情况。若一个双涡卷混沌系统不具备这种对称性，就无法在一个方向或多个方向上扩展其指标 2 的鞍焦平衡点，也就无法产生多涡卷混沌吸引子。有些双涡卷系统虽然具有某种对称性，但却不能扩展指标 2 的鞍焦平衡点，因而也就不能产生多涡卷混沌吸引子。而有些双涡卷系统虽然能扩展成为单方向分布多涡卷系统，但却不能扩展成为网格状多涡卷混沌系统。目前，能够产生网格状多涡卷的混沌系统的数量依然是有限的，寻找和发现一些新的网格状多涡卷混沌系统仍然是一个值得研究的课题。

用于产生多涡卷和网格状多涡卷混沌系统的非线性函数主要有多分段线性函数、锯齿波序列、三角波序列、阶梯波序列、时滞函数序列、饱和函数序列、三角函数、多项式、双曲函数序列、指数函数序列、调制函数、符号函数序列和绝对值函数序列等。对于非线性函数的具体构造方法而言，应在按照扩展指标 2 的鞍焦平衡点的具体要求的基础上，根据递归算法来确定其各个参数，并且这些参数应能根据实际需要而具有灵活的可调性。

（二）环状和嵌套多翅膀及网格多翅膀系统的设计与建模

多翅膀混沌吸引子与双翅膀混沌吸引子相比，主要差别体现在吸引子的两侧具有多个翅膀，这些翅膀在相空间中呈现出某个方向分布甚至多个方向分布的平面或立体网格状的图案，翅膀与翅膀之间具有相互嵌套的拓扑结构，翅膀的数量和网格状分布图案等可由参数控制或可调。多翅膀混沌吸引子是广义 Lorenz 系统族中客观存在的一类新型混沌吸引子，有待于人们作进一步的研究与探索。在此之前，国际上除了在 2002 年和 2003 年左右分别报道了在自治和非自治分段 Lorenz 系统中产生 4 翅膀混沌吸引子外，人们对该领域的研究一直未能取得实质性的进展。直到 2007 年，首次报道了第一、二类分段 Lorenz 系统中产生 10 翅膀混沌吸引子的最新结果，从而为研究与探索这些问题提供了新的思路和解决方案。

现有一些能产生多涡卷吸引子的混沌系统，如 Chua 系统和广义 Jerk 系统等，它们不属于三维二次多项式系统，方程中不存在平方项或交叉乘积项，尤其是不存在交叉乘积项，故用现有的方法和非线性函数来产生多涡卷混沌吸引子十分有效。这些非线性函数主要包括多分段线性函数、锯齿波、三角波、阶梯波、时滞函数、饱和函数、三角函数、双曲函数、指数函数、调制函数、符号函数、绝对值函数等。然而，广义 Lorenz 系统族则是一类典型的三维二次多项式自治系统，即状态方程中所有非线性项均为平方项或交叉项，能否用上述给出的这些非线性函数来产生多翅膀吸引子？答案是否定的。这也是过去国际上对多翅膀系统的研究未能取实质性进展的主要原因。

另一方面，如果用符号函数和绝对值函数将某些广义 Lorenz 系统族分段线性化，消除方程中的平方项和交叉乘积项，则它们与分段 Chua 系统相似，都属于分段线性化的三阶自治系统。在这种情况下，我们能否将与在分段 Chua 系统中产生多涡卷混沌吸引子相类似的理论设计和建模方法推而广之，直接用于广义 Lorenz 系统族中多翅膀混沌吸引子的建模？答案也是否定的。

多翅膀系统理论设计与建模的研究方法首先要解决的一个重要问题是，构造的非线性函数有哪种对称性？是奇对称、偶对称或无对称？如分段 Chua 系统在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ 下具有不变性，其构造产生多涡卷的多分段线性函数是奇对称的。另外，其他一些多涡卷混沌系统中的非线性函数也具有奇对称性。研究表明，在广义 Lorenz 系统族中构造奇对称函数是无法产生多翅膀的，主要原因是这类系统在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$ 下具有不变性。因此，必须构造一类新的偶对称多分段函数族，如偶对称多分段线性函数族、偶对称多分段二次函数族、偶对称多分段锯齿波函数族、偶对称多分段三角波函数族等，并且这种非线性函数的构造形式要比现有的用于产生多涡卷的非线性函数的形式复杂得多。考虑到这些因素后，就有可能在广义 Lorenz 系统族中产生多翅膀吸引子。

对于分段广义 Lorenz 系统族，如分段 Lorenz 系统和分段 Chen 系统，由于它们是分段线性混沌系统，我们提出用偶对称多分段线性函数族来产生多翅膀混沌吸引子。但到目前为止，能分段线性化的三维二次多项式系统不多，这类问题仍有待于作进一步的研究。

对于三维二次多项式广义 Lorenz 系统族而言，由于所有非线性项均为平方项或交叉乘积项，可提出用偶对称多分段平方函数族来产生多翅膀混沌吸引子。首先在广义 Lorenz 系统族中找出具备产生多翅膀吸引子若干条件的混沌系统。其次，按照一定的准则和变换方法，通过构造偶对称多分段平方函数族，研究多翅膀混沌吸引子的理论设计与建模。

在广义 Lorenz 系统族中同时构造两类非线性函数族，将指标 2 的鞍焦平衡点在相空间中的某个平面上进行扩展，其中的一个非线性函数为偶对称多分段平方函数族，另一个非线性函数为多分段线性函数族，如多分段锯齿波函数族、多分段三角波函数族等，可进一步研究网格状多翅膀系统的生成问题。

（三）混沌模拟电子电路的设计与实现

用计算机模拟、DSP 和 FPGA 等技术产生混沌时，由于离散化和有限字长精度效应等原因，存在混沌退化效应。从本质上讲，利用这些手段不能产生真正意义上的混沌，虽然能通过适当地选择取样时间等参数来降低这种退化效应，但不能完全消除。相比之下，模拟混沌电子电路最为突出的特点是能产生真正意义上的混沌。因此，用模拟电路验证混沌是最具有说服力的实验结果。模拟电路主要有三种设计与实现的方法，即个性化设计、模块化设计与改进型模块化设计。有些混沌电路通常采用个性化设计方法，如 Chua 电路，它由两个线性电容、一个线性电感、一个线性电阻和一个 Chua 二极管，组成具有 π 型结构的混沌电路。个性化设计的优点是能使电路的元器件数量达到最少，主要缺点是需要很强的电路设计技巧和先验知识，不具有通用性和普适性。此外，很多混沌方程的电路设计是不能通过这种方法来实现的。基于无量纲状态方程的混沌电路模块化设计则是一种通用化设计方法，它由变量比例压缩变换、微分积分转换和时间尺度变换三个主要部分组成。其优点是具有普适性和通用性，主要缺点是需要较多的元器件。改进型模块化设计是在模块化设计的基础上，省去微分积分转换这一步，将状态微分方程与实际电路的状态微分方程直接进行比较，可确定电路的全部参数。改进型模块化电路设计虽然对电路参数的确定不如模块化设计那么直接，但同样具有普适性和通用性的特点，并且能使元器件的数量达到最少。

（四）用 DSP 与 FPGA 技术产生混沌信号

为了用 DSP 和 FPGA 等现代数字方法与技术实现连续混沌系统，首先应对连续混沌系统作离散化处理，并进行变量比例变换。通常有三种离散化方法：简单 Euler 算法、改进的 Euler 算法和 Runge-Kutta 算法。仿真和实验结果表明，这三种算法都能满足混沌方程离散化的要求。因此，可根据实际需要来选取其中的一种算法对连续方程作离散化处理。

这三种离散化方法各有优缺点，Runge-Kutta 法精度较高，但用 FPGA 实现时需耗费很多的硬件资源。

源，只有一些较简单的混沌系统才能使用这一方法。例如，我们在芯片型号为 EP2C35F672C6 的 DE2 开发平台上产生多涡卷或网格状多涡卷混沌信号时，由于受到硬件资源的限制，一般用 Euler 算法作离散化处理，但用 DSP 实现时这三种方法均可采用。

其次，浮点数运算是数字信号处理中最基本的运算，而 FPGA 硬件本身只能作整数运算，并且现行的 FPGA 硬件中也没有提供相应的浮点运算功能，故必须在 FPGA 中解决其浮点数的运算问题。一种较好的方案是根据 IEEE-754 标准来设计 FPGA 通用混沌信号产生器，在此基础上，进一步在 FPGA 开发平台上研制混沌通信系统。而对 DSP 来说，由于它本身能进行浮点数运算，实现起来相对容易一些。

（五）用模拟电子电路、DSP 和 FPGA 技术实现混沌保密通信

虽然能利用模块化的电路设计方法来产生多涡卷和多翅膀之类的混沌吸引子，但要在模拟电子电路的平台上建立一个有线和无线混沌通信硬件实验系统，由于电路元器件参数的离散性等因素，给混沌通信系统的硬件实现带来了较大困难。例如，要做到发送端与接收端混沌模拟电路参数的严格匹配，无论是硬件设计还是实验调试这两个方面，都需要花费较大的工作量。解决这些问题的有效途径是基于连续混沌系统离散化和数字化处理技术来实现混沌算法，进而利用先进的现代数字处理器件与技术，如 FPGA 和 DSP 等加以实现。这些方法为混沌的应用，尤其是在混沌保密通信领域中的应用提供了强大的技术支持。

由于 FPGA 和 DSP 都是高精度运算的数字信号处理器件，能通过精确的数学运算实现发送端与接收端两个混沌参数的严格匹配，从根本上解决了模拟电路由于电路参数的离散性而不能实现严格匹配的问题，使接收端解调出的信号有很高的保真度。

用 FPGA 和 DSP 技术实现混沌通信时，由于参数严格匹配，在加密时只需注入功率很小的有用信号，从而大大提高了系统的安全性能。这种安全性主要体现在对参数匹配的高度敏感性。硬件实验结果表明，当接收端与发送端中的任何一个参数存在有 1% 的失配时，在接收端就无法解调出原信号。而对于模拟电路，由于参数不能严格匹配，因而在加密时需要注入功率较大的有用信号，才能使解调出的信号基本不失真，而安全性能必然下降。

从混沌通信实现的角度来看，有线和基带混沌通信是基础，是系统设计的关键。混沌通信的性能主要由基带传输系统所决定。无线混沌通信则是在有线混沌通信的基础上，利用无线发送器和无线接收器来实现的。从原理上讲，它们之间没有本质区别，但从技术实现的角度来看，无线通信比有线通信的难度要大得多。从抗外部干扰能力的角度来看，混沌数字通信的性能显然优于混沌模拟通信的性能。

有线混沌通信因在理想信道中传输信号，故混沌同步与混沌通信相对容易实现。但对于无线混沌通信来说，其实现的难度要比有线混沌通信大得多。无线混沌通信又可分无线模拟通信和无线数字通信两种情况。研究结果表明，对于无线模拟混沌通信，由于受到信道干扰和非线性失真的影响，加之模拟通信系统本身缺少相对应的信道纠错功能，混沌同步的实现难度要大得多，恢复的信号失真较大。而对于无线混沌数字通信，由于通过信道传输的是二进制数字信号，与传输模拟信号相比，它具有较强的抗干扰能力，并且无线数字发送器和接收器本身还具有纠错功能，因而使得无线数字混沌通信具有更好的实际可行性。

无线混沌数字通信实验结果表明，使用功率为毫瓦级、芯片型号为 nRF2401 的无线发射器和接收器，可实现短距离(室内)无线混沌数字通信。同样，使用功率为毫瓦级的飞图 2000 无线发送器和接收器，也可实现短距离(室内)无线混沌模拟通信。但无线通信质量要比有线的差，并随着发送距离的增加，信号还原的质量明显下降。

现有的国内外研究结果表明，相干混沌通信中的混沌同步比常规通信中的同步条件要求苛刻得多。近年来，国内外的许多研究人员转向非相干混沌通信的研究，例如 FM-DCSK 等，进而探讨混沌通信在多用户和多径干扰情况下的性能。

混沌通信主要有相干和非相干通信两大类，而混沌同步是实现相干混沌通信的前提和基础。为在 DSP 硬件平台上实现相干混沌无线通信，应解决以下几个问题。

(1) 在硬件实现的实际情况下，应选择适合于无线通信自同步的混沌系统。当利用它们对信号进行加密、传输和解密时，应能保证发送端和接收端混沌系统较稳定的同步。

(2) 考虑到无线混沌通信对实时性的要求很高，并且在实际情况中往往系统受到硬件资源的制约，混沌加密和解密算法不能过于复杂，从而能保证无线混沌通信不会造成通信中断的现象，具有较好的实时性。

(3) 选用加密性能相对较好的混沌系统。从混沌系统产生涡卷数量多少来分类，主要有双涡卷和多涡卷系统。与双涡卷系统相比，多涡卷系统具有更多的涡卷密钥参数，即数量众多的涡卷能在相空间中呈现某个方向分布甚至多个方向分布的平面或立体网格状图案，涡卷之间具有相互嵌套的拓扑结构，涡卷的数量和网格状分布图案等可由系统的参数来控制，具有更为复杂的混沌动力学行为。这种复杂性体现在混沌吸引子的相轨迹或状态变量的取值能在多个不同的涡卷之间随机地跳变，使得当涡卷的数量越多时，这种跳变的随机性就越大，更有利于语音信号的混沌加密。

本书的内容和章节安排

本书分基础篇和应用篇两大部分，共 33 章。基础篇包括第 1~9 章，应用篇包括第 10~33 章。从基本内容划分，全书可以概括为三部分。

第一部分为第 1~9 章，介绍混沌的基本概念与基本理论，内容包括混沌的基本概念及研究内容与方法，离散动力系统，抛物线映射，常微分方程基本理论，马蹄映射、Shilnikov 定理与 Melnikov 方法简介，连续时间混沌系统，混沌吸引子的刻画，分形与分维，几种混沌同步方案与混沌保密通信制式。

第二部分为第 10~26 章，内容包括连续时间混沌系统的离散化及其算法，混沌基本单元与非线性函数产生电路，混沌电路的模块化设计，多涡卷与多翅膀混沌系统的理论设计与建模方法，三阶和四阶多涡卷 Chua 电路，用多项式产生三涡卷 Chua 电路，正余弦倍角与分段函数法的多涡卷变形 Chua 电路，网格多涡卷 Chua 电路，超混沌多涡卷 MCK 系统，多折叠环面系统，多方向分布网格多环面系统，多涡卷广义 Jerk 电路，多方向分布网格多涡卷混沌电路，环状多翅膀广义 Lorenz 系统族，嵌套多翅膀广义 Lorenz 系统族，四阶 Colpitts 混沌振荡器，一个五阶超混沌电路。

第三部分为第 27~33 章，内容包括混沌模拟通信系统，用 DSP 技术产生混沌信号与实现混沌数字通信，DSP 技术平台的混沌无线数字通信，用 FPGA 的 DSPBUILDER 技术产生混沌信号，IEEE-754 标准与 FPGA 技术的混沌产生器与混沌数字通信，FPGA 嵌入式以太网传输数字图像混沌保密通信等。

本书的基础篇可作为电路与系统专业或相关专业的研究生教材或教学参考书，应用篇可供自然科学和工程技术领域中的高校教师和研究人员参考。

致 谢

作者衷心感谢国家自然科学基金(项目批准号：60572073, 60871025)、广东省自然科学基金(项目批准号：8151009001000060, 8351009001000002)和广东省科技计划项目(项目批准号：2009B010800037)的资助。作者在从事研究和本书的写作过程中得到了许多同行的支持和帮助，特别是其中的许多结果是作者与合作者共同完成的，他们是香港城市大学电子工程系陈关荣讲座教授、中国科学院数学与系统科学研究院吕金虎研究员、华南理工大学电子与信息学院丘水生教授、香港城市大学电子工程系 Wallace K. S. Tang 博士，作者在此表示衷心感谢。作者衷心感谢家人的长期支持和理解，衷心感谢西安电子科技大学出版社的大力支持和帮助。

由于作者水平有限，错误在所难免，热诚期待广大同行和读者批评指正。

禹思敏

2010 年 10 月于广州

目 录

基 础 篇

第1章 混沌的基本概念及研究内容与方法	2
1.1 混沌理论的产生	2
1.1.1 确定性系统的内秉随机性——一个确定性与概率性辩证统一的世界	3
1.1.2 混沌理论对人类传统思维模式的挑战	4
1.2 数学上用模型逼近自然的三种范式	6
1.3 混沌研究简史	6
1.4 混沌的分类及其应用前景	8
1.5 混沌的基本特征	10
1.5.1 确定性系统中的内在随机性	10
1.5.2 对初始条件的高度敏感性	10
1.5.3 正的 Lyapunov 指数	10
1.5.4 有界性	11
1.5.5 遍历性	11
1.5.6 分形与分维性	11
1.5.7 自相似性	12
1.5.8 普适性	12
1.5.9 连续功率谱、类噪声和冲击式的相关特性	12
1.5.10 混沌的同步特性	12
1.6 通向混沌的道路	12
1.6.1 倍周期分岔道路	13
1.6.2 阵发混沌道路	14
1.6.3 拟周期道路	15
1.7 混沌的定义	17
1.8 混沌的研究内容与研究方法	19
1.8.1 混沌机理研究	19
1.8.2 定性分析方法及其特点	19
1.8.3 混沌系统建模与分析	21
1.8.4 混沌技术实现及其在语音图像保密通信中的应用	22
1.8.5 连续混沌系统离散化与数字化处理	23
1.8.6 通信过程中的混沌同步与加密问题	23
第2章 离散动力系统初步	25
2.1 稠密、同胚与微分同胚的概念	25
2.2 复合映射、压缩映射与不动点	26
2.3 离散动力系统的基本概念	26
2.4 周期点、周期轨与沙可夫斯基定理	27
2.5 周期点的稳定性	29

2.6 双曲不动点的稳定流形与不稳定流形.....	32
2.7 不变集与吸引子	33
2.8 拓扑共轭与符号动力系统	34
2.9 帐篷映射	37
2.10 迪万尼混沌定义	39
第3章 抛物线映射	40
3.1 动力系统的一般概念	40
3.1.1 动力系统的分类	40
3.1.2 相图、分岔图和迭代图	40
3.1.3 自治系统和非自治系统	42
3.1.4 保守系统和耗散系统	43
3.2 非线性的实质	43
3.3 抛物线模型	44
3.4 分岔图的主要特征	46
3.5 分岔图中暗线的解释	47
3.6 通过映射和迭代产生不动点、周期轨道与混沌轨道	48
3.7 稳定和超稳定周期轨道	50
3.8 分岔图中的标度性和自相似性.....	53
3.9 符号动力学初步与字提升法	58
3.10 满映射及其对初始条件的敏感性.....	63
3.11 倍周期分岔定理	65
3.12 切分岔定理与阵发混沌现象	66
3.13 同宿轨道	68
3.14 轨道点的密度分布	69
3.15 李雅普诺夫指数	71
附录 稳定周期窗口问题的分析	73
第4章 常微分方程基本理论	77
4.1 常微分方程的一般形式	77
4.2 常微分方程的有解性和唯一性.....	78
4.3 微分方程的性质	79
4.4 线性微分方程组	79
4.4.1 齐次线性微分方程组的通解.....	79
4.4.2 非齐次线性微分方程组的通解.....	80
4.5 常系数线性微分方程组	80
4.5.1 A 具有 n 个互不相等的实特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 的情况	81
4.5.2 存在共轭复特征根的情况	82
4.6 二维特征平面方程和一维特征空间直线方程的求解	86
4.6.1 用常规的方法求解一维特征空间直线方程.....	86
4.6.2 用常规的方法求解二维特征平面方程.....	86
4.6.3 用技巧方法求解二维特征空间平面方程.....	86
附录 有关(4-17)式的另一种证明方法.....	90
第5章 马蹄映射、Shilnikov 定理与 Melnikov 方法简介	92
5.1 混沌吸引子拉伸与折叠变换的概念	92

5.2 斯梅尔马蹄映射	92
5.3 Hénon 映射——拉伸与折叠变换的一个典型实例分析	97
5.4 同宿点和同宿轨道与异宿点和异宿轨道	100
5.4.1 同宿点和同宿轨道	100
5.4.2 异宿点和异宿轨道	101
5.5 横截同宿点与马蹄	101
5.6 Shilnikov 定理与 Melnikov 方法概述	102
5.7 Shilnikov 定理	103
5.8 横截同宿轨与 Melnikov 方法	108
5.8.1 哈密顿系统	108
5.8.2 Melnikov 方法	109
第 6 章 连续时间混沌系统	113
6.1 混沌数值仿真和硬件实验方法简介	113
6.2 混沌系统平衡点的计算	121
6.2.1 离散混沌系统平衡点的计算	121
6.2.2 连续混沌系统平衡点的计算	121
6.3 平衡点的分类与性质	126
6.3.1 二维系统平衡点的分类与性质	126
6.3.2 三维系统平衡点的分类与性质	128
6.3.3 鞍焦平衡点和焦点	129
6.4 相空间中的轨道	131
6.5 几类典型连续混沌系统介绍	134
6.5.1 连续混沌系统的分类	134
6.5.2 几类典型的连续混沌系统	134
6.6 混沌机理分析方法	138
6.6.1 混沌机理分析方法概述	138
6.6.2 用特征向量空间法寻找异宿轨道	138
6.7 Lorenz 系统及其混沌机理定性分析	142
6.8 Lorenz 映射	148
6.9 Poincare 截面	150
6.10 Chua 系统及其混沌机理定性分析	151
6.10.1 系统的平衡点	152
6.10.2 平衡点附近的线性化状态方程	153
6.10.3 特征值、特征向量、特征空间直线与特征平面的数值计算结果	153
6.10.4 特征值、特征向量、特征空间直线与特征平面的数学推导结果	154
6.10.5 单涡卷和双涡卷混沌吸引子中涡卷与键带的基本概念	156
6.10.6 Chua 系统单涡卷和双涡卷混沌吸引子形成机理的定性分析	158
6.10.7 Chua 系统中的 Hopf 分岔	159
6.10.8 Chua 系统中的鞍焦型同宿轨道与异宿轨道	159
6.10.9 Chua 系统中的马蹄映射	160
6.11 时间序列与相空间重构简介	161
第 7 章 混沌吸引子的刻画	163
7.1 最大 Lyapunov 指数的计算原理与程序介绍	163

7.1.1 最大 Lyapunov 指数计算原理.....	163
7.1.2 最大 Lyapunov 指数计算程序介绍.....	164
7.2 Lyapunov 指数的计算原理与程序介绍.....	166
7.2.1 Lyapunov 指数计算与刻画方法之一.....	166
7.2.2 Lyapunov 指数计算与刻画方法之二.....	167
7.2.3 Lyapunov 指数计算与刻画方法之三.....	168
7.2.4 Lyapunov 指数谱的计算程序及计算方法.....	170
7.2.5 Lorenz 系统中计算三个李氏指数的程序分析.....	171
7.2.6 Chua 系统中计算三个李氏指数的程序分析.....	172
7.3 最大李氏指数与李氏指数的比较.....	174
7.4 分岔图及其绘制方法	174
7.5 功率谱分析	176
7.5.1 功率谱分析的基本原理	178
7.5.2 周期信号的功率谱分析	180
7.5.3 混沌信号的功率谱分析	182
7.6 测度熵	184
第8章 分形与分维	186
8.1 维数的基本概念	186
8.2 康托集	187
8.3 科赫曲线	188
8.4 谢尔宾斯基垫片	189
8.5 谢尔宾斯基地毯	189
8.6 谢尔宾斯基海绵	190
8.7 物理量随尺度的变化与标度不变性.....	191
8.8 利用“箱计数法”计算分维数 D_0	192
8.9 利用统计平均信息量的方法计算信息维数 D_1	193
8.10 时间序列与关联维数 D_2	194
8.11 李亚谱诺夫维数 D_L	196
第9章 几种混沌同步方案与混沌保密通信制式	197
9.1 混沌同步的类型	197
9.2 驱动—响应式同步的基本原理.....	197
9.3 Lorenz 系统的驱动—响应式同步	200
9.4 Lorenz 系统驱动—响应式同步的 Lyapunov 稳定性分析.....	202
9.5 Chua 电路及其驱动—响应式同步	203
9.5.1 Chua 电路.....	203
9.5.2 Chua 电路的无量纲状态方程	204
9.5.3 Chua 电路的驱动—响应式同步	205
9.6 环形 Chua 电路及其混沌同步方案	208
9.6.1 从 Chua 电路到环形 Chua 电路.....	208
9.6.2 环形 Chua 电路的混沌同步	209
9.7 RC 振荡器耦合和环形耦合的超混沌电路及其同步	211
9.7.1 RC 振荡器耦合超混沌电路	211
9.7.2 RC 振荡器环形耦合超混沌电路	213

9.7.3 RC 振荡器环形耦合超混沌电路的驱动—响应式同步	214
9.8 多涡卷广义 Jerk 系统的同步	215
9.9 几种混沌保密通信制式	217
9.9.1 混沌保密通信概述	217
9.9.2 混沌掩盖	219
9.9.3 反馈型驱动—响应式同步混沌保密通信制式的工作原理	220
9.9.4 用 Lorenz 系统构成的反馈式驱动—响应式同步混沌保密通信制式	221
9.9.5 用环形 Chua 电路构成的混沌保密通信制式	221
9.9.6 闭环逆系统式同步混沌保密通信制式	223
9.9.7 基于 RC 振荡器环形耦合超混沌电路的混沌保密通信制式	224
9.10 混沌耦合同步	226
9.10.1 混沌耦合同步一般原理	226
9.10.2 用 Lyapunov 稳定性理论分析 Chua 电路的单向耦合同步	228
9.10.3 用 Lyapunov 稳定性理论分析 Lorenz 系统的单向耦合同步	228
9.10.4 用 Lyapunov 稳定性理论分析多涡卷 MCK 超混沌系统的单向耦合同步	230
9.10.5 用 Lyapunov 稳定性理论分析多涡卷四阶变形 Chua 电路的单向耦合同步	232

应 用 篇

第 10 章 连续时间混沌系统的离散化及其算法	236
10.1 连续时间混沌系统离散化的基本原理与算法	236
10.1.1 简单 Euler 算法	236
10.1.2 改进 Euler 算法	237
10.1.3 Runge-Kutta 算法	237
10.2 Hyper-Chen 系统及其离散化算法	238
10.2.1 Hyper-Chen 系统的简单 Euler 算法	239
10.2.2 Hyper-Chen 系统的改进 Euler 算法	239
10.2.3 Hyper-Chen 系统的 Runge-Kutta 算法	239
10.3 多涡卷广义 Jerk 系统及其离散化算法	240
10.3.1 多涡卷广义 Jerk 系统的简单 Euler 算法	240
10.3.2 多涡卷广义 Jerk 系统的改进 Euler 算法	240
10.3.3 多涡卷广义 Jerk 混沌系统的 Runge-Kutta 算法	241
10.3.4 多涡卷广义 Jerk 系统简单 Euler 算法离散化后的同步	242
10.3.5 多涡卷广义 Jerk 系统 Runge-Kutta 算法离散化后的同步	243
10.4 Lorenz 系统 Runge-Kutta 算法的离散化与同步	244
10.4.1 Lorenz 系统 Runge-Kutta 算法的离散化	244
10.4.2 Lorenz 系统 Runge-Kutta 算法离散化后的同步	245
10.4.3 用变量 $x^{(1)}$ 作为驱动变量的混沌系统的同步	246
10.4.4 用变量 $y^{(1)}$ 作为驱动变量的混沌系统的同步	247
第 11 章 混沌基本单元与非线性函数产生电路	249
11.1 基本运算电路	249
11.1.1 一般加减法比例运算电路	249
11.1.2 同相加法比例运算电路	250
11.1.3 反相加法比例运算电路	250

11.1.4 反相比例运算电路和反相器	251
11.1.5 加法运算电路	251
11.1.6 减法运算电路	251
11.1.7 反相积分器	251
11.2 蔡氏二极管	252
11.2.1 分段线性函数转折点电压 E 的确定	252
11.2.2 $ V_i \leq E$ 时的情况	252
11.2.3 $E < V_i < E_{max}$ 时的情况	253
11.2.4 $ V_i > E_{max}$ 时的情况	253
11.3 电压控制电流源(VCCS)	253
11.4 用电压控制电流源(VCCS)构成蔡氏二极管	254
11.4.1 基本关系式的导出	255
11.4.2 $ V_i > E = 1V$ 时的分析结果	255
11.4.3 $ V_i < E = 1V$ 时的分析结果	256
11.4.4 蔡氏二极管 N_R 伏安特性的几何图示	256
11.5 绝对值电路	257
11.6 用绝对值电路构成多项式 $ax + bx x + cx^3$ 产生电路	257
11.7 仿真电容与仿真电感(等效电容与等效电感)	258
11.7.1 仿真电容与仿真电感的基本工作原理	258
11.7.2 仿真电容(等效电容)的构造	259
11.7.3 仿真电感(等效电感)的构造	259
11.8 负电阻电路	259
11.9 阶梯波产生电路	260
11.9.1 两阶梯波产生电路	260
11.9.2 阶梯波序列产生电路	261
11.10 多分段线性函数	263
11.10.1 第一类多分段线性函数	263
11.10.2 第二类多分段线性函数	264
11.10.3 第三类和第四类多分段线性函数	266
11.10.4 总结	266
11.11 多分段线性函数产生电路	268
11.11.1 具有限幅的正斜率非线性函数产生电路	269
11.11.2 具有限幅的负斜率非线性函数产生电路	270
11.11.3 用叠加方法生成多分段线性函数	270
11.11.4 6 涡卷多分段线性函数生成电路的设计	270
11.11.5 5 涡卷多分段线性函数生成电路的设计	273
11.11.6 5 涡卷多分段线性函数电路的设计结果	273
11.12 饱和函数序列及其产生电路	275
11.12.1 双边饱和函数与双边平移饱和函数	275
11.12.2 单边饱和函数	276
11.12.3 双边饱和函数与双边平移饱和函数的电路实现	276
11.12.4 饱和函数序列	277
11.12.5 饱和函数序列的电路实现	279

11.12.6 用饱和函数实现三方向分布网格多涡卷 Jerk 电路	280
11.13 用饱和函数序列和线性函数生成三角波序列及其电路实现	282
11.14 时滞函数及其电路实现	284
11.14.1 基本时滞函数及其时滞函数序列	284
11.14.2 时滞函数及时滞函数序列的电路实现	285
11.15 偶对称多分段函数族及其电路实现	288
11.15.1 偶对称多分段线性函数族及其电路实现	288
11.15.2 偶对称多分段平方函数族及其电路实现	290
第 12 章 混沌电路的模块化设计	293
12.1 混沌电路模块化设计的一般流程与实现框图	293
12.2 变量比例压缩变换	294
12.2.1 变量比例均匀压缩变换	294
12.2.2 变量比例非均匀压缩变换	295
12.2.3 应用实例	295
12.3 混沌电路模块化设计的具体方法	296
12.3.1 分段 Sprott 系统模块化电路设计	297
12.3.2 Rucklidge 系统的模块化电路设计	298
12.4 改进型混沌电路模块化设计	300
12.4.1 三种基本电路单元设计及其通用形式	300
12.4.2 基本电路单元的通用形式总结	302
12.5 Lorenz 系统的改进型模块化电路设计	303
12.6 Lu 系统的改进型模块化电路设计	305
12.7 Lorenz-like 系统的改进型模块化电路设计	306
12.8 Hyper-Lu 系统的改进型模块化电路设计	307
12.9 Rucklidge 系统的改进型模块化电路设计	308
12.10 S-M 系统的改进型模块化电路设计	309
12.11 New-Sprott-41 系统的改进型模块化电路设计	310
12.12 New-3D-System 的改进型模块化电路设计	311
第 13 章 多涡卷与多翅膀混沌系统的理论设计与建模方法	313
13.1 多涡卷和多翅膀混沌系统的理论设计与建模方法概述	313
13.1.1 多涡卷混沌系统理论设计与建模方法概述	313
13.1.2 多翅膀混沌系统理论设计与建模方法概述	314
13.2 双涡卷 Jerk 系统	316
13.3 双涡卷 Jerk 系统的平衡点	317
13.4 双涡卷 Jerk 系统的模块化电路设计	317
13.5 单方向分布多涡卷广义 Jerk 系统	319
13.5.1 单方向分布偶数个多涡卷广义 Jerk 系统的理论设计	319
13.5.2 单方向分布偶数个多涡卷广义 Jerk 系统的模块化电路设计	321
13.5.3 单方向分布奇数个多涡卷广义 Jerk 系统的理论设计	321
13.5.4 单方向分布奇数个多涡卷广义 Jerk 系统的模块化电路设计	322
13.6 二方向分布平面网格状多涡卷广义 Jerk 系统	323
13.7 二方向分布平面网格状多涡卷广义 Jerk 系统模块化电路设计	325
13.8 三方向分布立体网格状多涡卷广义 Jerk 系统	326

13.9	三方向分布立体网格状多涡卷广义 Jerk 系统模块化电路设计.....	328
13.10	多翅膀 Shimizu-Morioka(S-M)混沌系统.....	330
13.10.1	双翅膀 S-M 混沌系统	330
13.10.2	单方向分布多翅膀 S-M 混沌系统.....	330
13.10.3	两方向分布平面网格状多翅膀 S-M 混沌系统.....	331
13.11	多翅膀 S-M 混沌系统的模块化电路设计	333
第 14 章	三阶和四阶多涡卷 Chua 电路.....	335
14.1	双涡卷混沌吸引子的涡卷及键带表示.....	335
14.2	多涡卷混沌吸引子分段线性函数的构造.....	336
14.3	各区域中平衡点的确定	337
14.4	转折点电压递推公式的导出	337
14.5	具体参数确定的三个实例	338
14.6	计算机模拟结果	339
14.7	电路设计与实验结果	340
14.8	四阶变形 Chua 电路中的多涡卷混沌吸引子及其递推规律.....	342
14.9	多涡卷混沌吸引子的计算机模拟结果.....	344
14.10	四阶多涡卷 Chua 电路的设计	345
14.11	多涡卷混沌吸引子及其同步的电路实验结果	348
第 15 章	用多项式产生三涡卷的 Chua 电路.....	349
15.1	引言	349
15.2	用多项式 $ax + bx x + cx^3$ 产生三涡卷混沌吸引子.....	349
15.3	电路设计原理	351
15.4	电路实验结果	356
第 16 章	正余弦倍角与分段函数法的多涡卷变形 Chua 电路.....	357
16.1	引言	357
16.2	基于无倍角正余弦函数的多涡卷变形 Chua 电路.....	358
16.3	基于 2 ⁿ 次倍角正余弦函数的多涡卷变形Chua电路	361
16.4	基于 8 倍角正余弦函数的多涡卷变形 Chua 电路与实验结果.....	363
16.5	多涡卷变形 Chua 系统的基本动力学特性	365
16.6	用三角波序列在变形 Chua 电路中产生多涡卷	366
16.7	用锯齿波序列在变形 Chua 电路中产生多涡卷	367
16.8	用时滞函数序列在变形 Chua 电路中产生多涡卷.....	368
16.9	多涡卷的形成机理分析	369
16.9.1	平衡点与特征值	370
16.9.2	特征向量与特征平面	371
16.9.3	多涡卷混沌吸引子产生机理分析.....	372
16.9.4	分岔图和最大李氏指数	374
16.10	模块化电路设计	375
16.11	电路实验结果	377
第 17 章	网格多涡卷 Chua 电路.....	378
17.1	引言	378
17.2	用阶梯波序列产生单方向分布多涡卷混沌吸引子	378
17.3	用阶梯波序列产生多方向分布网格多涡卷混沌吸引子	379

17.4 系统的基本特性	381
17.5 网格多涡卷 Chua 电路的分析与设计	383
17.5.1 基于标准形式的 Chua 电路设计与分析	383
17.5.2 基于无量纲状态方程的 Chua 电路设计与分析	385
17.5.3 两种电路设计方案的特点与比较	387
17.6 电路实验结果	387
17.7 用时滞函数生成单方向多涡卷混沌吸引子	389
17.7.1 基本时滞函数及其电路实现	389
17.7.2 二端 RCL 网络	390
17.7.3 用时滞函数序列产生单方向多涡卷混沌吸引子	391
17.8 用时滞函数序列产生网格多涡卷混沌吸引子	391
17.8.1 构造两个时滞函数序列产生网格多涡卷混沌吸引子	391
17.8.2 利用二端 RCL 网络产生网格多涡卷混沌吸引子的电路设计	392
17.9 用时滞函数序列产生网格多涡卷的电路实验结果	394
17.10 用时滞序列和阶跃序列的组合生成第一类网格多涡卷	395
17.11 用时滞序列和阶跃序列的组合生成第二类网格多涡卷	396
17.12 两类网格多涡卷混沌吸引子的数值模拟结果	397
17.13 系统的基本动力学特性	398
17.14 网格多涡卷 Chua 混沌电路设计	399
17.14.1 时滞序列产生器的电路设计	400
17.14.2 阶跃序列产生器的电路设计	401
17.14.3 基于无量纲状态方程与模块化方法的网格多涡卷 Chua 电路设计	402
17.14.4 第一类和第二类网格多涡卷 Chua 电路的设计	403
17.15 两类网格多涡卷的电路实验结果	403
第 18 章 超混沌多涡卷 MCK 系统	404
18.1 超混沌双涡卷 MCK 系统	404
18.2 超混沌多涡卷 MCK 系统的理论设计	404
18.2.1 多分段线性函数 $g(y - x)$ 的构造方法	406
18.2.2 递归参数值的计算	407
18.2.3 多涡卷的计算机模拟结果	408
18.3 超混沌多涡卷的基本动力学特征	408
18.4 超混沌多涡卷系统的单向耦合同步	409
18.5 超混沌多涡卷 MCK 电路的设计	412
18.6 电路实验结果	415
第 19 章 多折叠环面系统	416
19.1 双折叠环面系统	416
19.2 多折叠环面混沌吸引子的理论设计	417
19.3 多折叠环面系统的动力学分析	420
19.3.1 多折叠环面混沌系统的分岔图和李氏指数	421
19.3.2 3 折叠环面混沌系统的动力学分析	421
19.3.3 多折叠环面混沌系统的动力学分析	425
19.3.4 3 折叠环面混沌系统与双涡卷 Chua 系统形成机理的差异	426
19.4 多折叠环面混沌电路的设计	427

19.5 电路实验结果	430
第 20 章 多方向分布网格多环面系统	432
20.1 引言	432
20.2 四阶双环面混沌系统的提出与电路实现	432
20.3 四阶双环面混沌系统的动力学行为	434
20.4 多方向分布网格多环面混沌系统的设计	435
20.4.1 单方向分布多环面混沌系统	437
20.4.2 二方向分布平面网格状多环面混沌系统	438
20.4.3 三方向分布立体网格状多环面混沌系统	439
20.4.4 四方向分布四维网格状多环面混沌系统	440
20.5 指标 2 的鞍焦平衡点及其性质	440
20.5.1 单方向分布环面系统指标 2 的鞍焦平衡点及其性质	440
20.5.2 多方向分布网格状环面系统指标 2 的鞍焦平衡点及其性质	441
20.6 电路设计与实验结果	442
20.6.1 电路设计及状态方程的导出	442
20.6.2 产生单方向分布多环面混沌吸引子的电路实验结果	444
20.6.3 产生二方向分布平面网格状多环面混沌吸引子的电路实验结果	445
20.6.4 产生四方向分布四维网格状多环面混沌吸引子的电路实验结果	445
第 21 章 多涡卷广义 Jerk 电路	447
21.1 引言	447
21.2 问题的提出	447
21.3 构造调制函数产生嵌套多涡卷混沌吸引子	449
21.4 构造参数可调锯齿波序列产生多涡卷混沌吸引子	450
21.5 构造转折点值可变三角波序列产生多涡卷混沌吸引子	453
21.6 构造双曲函数产生多涡卷混沌吸引子	456
21.7 多涡卷广义 Jerk 电路的设计	457
21.8 多涡卷广义 Jerk 电路方程的导出	460
21.9 电路实验结果	461
21.10 结论	462
第 22 章 多方向分布网格多涡卷混沌电路	463
22.1 基于时滞函数序列的单方向分布多涡卷混沌电路	463
22.2 基于时滞函数序列的两方向分布网格多涡卷混沌电路	466
22.3 基于时滞函数序列的三方向分布网格多涡卷混沌电路	469
22.4 饱和函数及其电路实现	473
22.4.1 电压和电流饱和函数的定义	473
22.4.2 延时电压和电流饱和函数的定义	473
22.4.3 电压和电流饱和函数的电路实现	474
22.4.4 电压饱和函数序列和电流饱和函数序列	474
22.5 基于饱和函数序列的多方向分布网格多涡卷混沌电路设计	475
22.6 单方向分布多涡卷混沌电路分析	478
22.7 两方向分布网格多涡卷混沌电路分析	479
22.8 三方向分布网格多涡卷混沌电路分析	481
22.9 用饱和函数序列产生网格多涡卷的电路实验结果	482