

应用光学和光学设计

第二分册

A. E. CONRADY 著

中国科学院

光学精密机械仪器研究所 译

1957.7

目 录

第 I 章 物理光学	1
第 II 章 光程差	15
第 III 章 光学公差	30
瑞利极限	35
理想光学系统的焦深	41
几何焦深	43
一级球差的公差	44
三级球差的公差	55
第 IV 章	64
($d'-D'$) 方程式的傍轴形式	75
折射系数的代入法	81
($d'-D'$) 方法的校对公式	84
第 V 章 消色差物镜的设计	91
A、纯三角计算法	96
解的最后修正	103
最优解之选定	106
特殊情况的简化	106
物距改变的影响	107
变换玻璃的影响	108
B、代数近似求解法	109

C、混合求解法	121
限差在透镜设计中的运用	132
第 X 章 配合原理在显微镜物镜的设计中之应用	137
A、配合原理的概述	140
B、立方砧线的描绘	141
C、Lister 型物镜的设计	141
D、Amici 型物镜的设计	157
E、浸液物镜的设计	178
盖玻璃的影响	184
显微镜物镜的最后调整	185
筒长的变更	185
不同筒长的调整	187
调整环	187
倍率色差	188

第 I 章 物理光学

每一光学仪器都有各种残余的像差，因为不可能将所有的像差完全消掉，对于光学设计者特别重要的是，有一个判定像差对成像的影响的可靠的标准，根据光路计算所得的清晰圆盘的大小，与位置就作为最好成像的大小与位置，这样一个看法，有时会得出非常不合理的结论，因为只视简单的设想光按几何的路程传播，而不考虑光能是按具有一定的波长的振动传播，与事实并不完全符合。

欲估计剩余像差的效应，基础应建立在光的波动理论上，很幸运的是，这样讨论透镜或透镜系统的剩余像差在焦点附近的影响，也能很简单的得到所要的结果。

本书不能给出光的波动理论，一个完善的描述，学者如果不十分熟悉的话，可以参考一些教科书，Arther Schuster 著的 "*Theory of optics*" (Edward, Arnold, London) 我们的推算是建基于为数不多的光的基本性质上的。

(i) 由发光点发出的光线，沿着各方向按直线传播，其速度在通过媒质已给定时是一常数，这样一个性质，最初是由 Rømer 加以证明的，他发现当地球与木星的距离增加或减小时，木星的卫星的椭圆轨道间的时间也增加或减少着随后 Fizeau, Foucault 同其他的人，在地球上相当长的距离内或者在一般的房间内测定光速。

(ii) 在真空中所有颜色的光均以同样的速度 300000 Km/秒 传播，在密的媒质中这速度减少，其减少的程度是与折射率成反比的，在折射率为 N 中的几何光程 h 相当于真空中的几何光程 $N \cdot h$ ，我们将应用这个基本定律将所有在媒质中的光程均化成相当光程，（而在真空中所相当的光程）只要乘距离 h 以折射率 n 就可以了，这个定律也是由许多实验加以证明了的。

(iii) 按本质来说光是波动的，并且按波动的方式传播着，波动的属性已由照相法加以证明，但最简单而令人信服的证明乃是一系列的干涉现象，*Frenel* 镜的实验乃是第一个，而且也是最重要的一个，任一种颜色的光每秒振动的次数乃是一个绝对常数，极红的光是每秒 400 Billion 极紫的光是每秒 800 Billion 次，每一 Billion 是 10^{12} 次）

除每秒所走的距离以振动次数，就得到波长。（当然这时的波长乃是在真空中的波长）极红光的波长为 0.00076 mm 或 .00005 吋，极紫光波长为 .00039 mm，波长最方便的单位是“*Teuthmeter*”或“*Angstrom*”即 10^{-10} 或 10^{-7} mm，采用这些单位后！可见光的范围大约是 3900 到 7600，在光学计算中最方便的是用 .001 mm，国际名称是 1 “*micron*”于是可见光的范围便是 .76 至 .39。

(IV) 按干涉原理，亦即波动的叠加原理由同一光源发出的两束光线再度相遇的时候，如果位相相同，便产生极大强度，若相位相反便产生极小强度，在光学仪器中我们常寻求那产生极大强度与极小强度的物点的像，按干涉原则这是不难解决的，若所有由物点发出的光线通过口径之各部份，只要他们的相当光程是相等的，亦即所有由物点发出的光线到达像面时间位相，便产生最大强度，对于处理光学问题最有意义的，定律是，由物点至像点的各种可能的光程应大致相等（可能相差几分之一波长）

值得提一下，在满足上述要求时，有一些反对意见，这些意见是物与像的距离一距的是很大的对于望远镜这距离到达几码，几里，或者若干光年，怎样才能使得这些距离相等的程度到相差不过千分之一英寸呢。

这可以用球面波的事实来解决，由一点发出的球面波，在球面上各点的光程是绝对相等的。

$$BB_1 = AA_1 = x_1 - x \quad \text{而} \quad B'B_1 = y_1 - y$$

$$BB_1^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2$$

作 PP' 平行于 BB_1 在平面 PBB_1P_1 中, $PP' = BB_1$

$$\text{因此} \quad (PP')^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2$$

又因 $P'P = z_1 - z$ 故

$$PP_1^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2$$

同样 OP 的距离为 $OP^2 = x^2 + y^2 + z^2$,

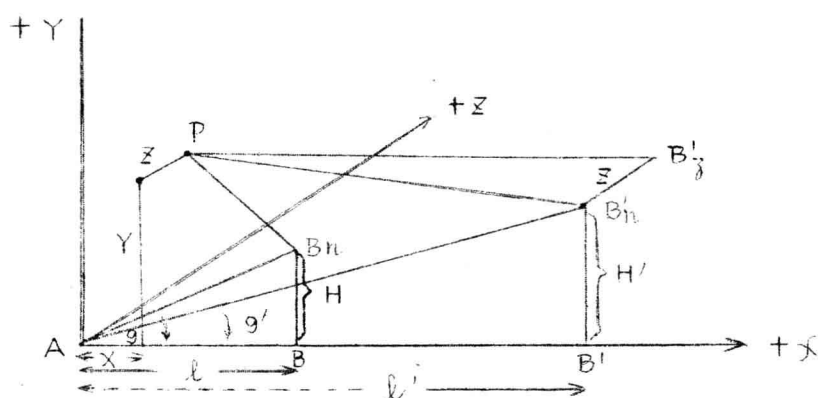


图 4

参攷图 4: A 点为原点, A 点即折射面的法线, 而 A 即入射光束的主光线与折射面的交点, 折射面在 A 点切平面即 YZ 平面, B_h 即虚物点它的 x 坐标为 l , 在 Y 方向的坐标为 H . xY 平面即 AB_h 光线的入射平面, 像点 B'_h 之坐标一般的来说是 l', H', z' (没有必要预先将它限制在 xY 平面内)

$$PB_h^2 = (l - x)^2 + (H - y)^2 + z^2$$

$$AB_h^2 = l^2 + H^2$$

$$(PB'_h)^2 = (l' - x)^2 + (H' - y)^2 + (z - z')^2$$

$$(AB'_h)^2 = l'^2 + H'^2 + z'^2$$

由三角形 AB_h 我们有

$$l = AB_k \cdot \cos I \quad H = AB_k \cdot \sin I$$

由三角形 $AB'B'_k$ 得

$$l' = AB'_k \cos I' \quad H' = AB'_k \sin I'$$

在 OPD 公式中的所需要的四个距离可表示如下，即

$$PB_k^2 = (AB_k \cos I - x)^2 + (AB_k \sin I - y)^2 + z^2$$

$$AB_k^2 = AB_k^2$$

$$(PB'_k)^2 = (AB'_k \cos I' - x)^2 + (AB'_k \sin I' - y)^2 + (z - \beta')^2$$

$$(AB'_k)^2 = (AB_k)^2 + (\beta')^2$$

这四个公式，前两个与后两个之差别仅在于 $\beta \neq 0$ ，和有一撇，因此只要将最后两式写出来就可以了。

$$(PB'_k)^2 = (AB'_k)^2 - 2x \cdot AB'_k \cos I' - 2y \cdot AB'_k \sin I'$$

$$+ x^2 + y^2 + z^2 - 2z'z + z'^2$$

$x^2 + y^2 + z^2$ 即 OP^2 上式又可以写为

$$PB'_k = AB'_k \sqrt{1 - 2x \frac{\cos I'}{AB'_k} - 2y \frac{\sin I'}{AB'_k} + \frac{PA^2}{AB_k^2} - 2 \frac{\beta' z}{(AB_k)^2} + \frac{\beta'^2}{(AB_k)^2}}$$

为便于计算起见，我们将上式展成级数，并忽略高小量，便得

$$PB'_k = AB'_k \left\{ 1 - \frac{y \sin I'}{AB'_k} - \frac{\beta' z}{(AB'_k)^2} - \frac{x \cos I'}{AB'_k} + \frac{1}{2} \left(\frac{PA}{AB'_k} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{y^2 \sin^2 I'}{AB_k'^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta'}{AB'_k} \right)^2 + \dots \right\}$$

同样得

$$AB'_k = AB'_k \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta'}{AB'_k} \right)^2 + \dots \right\}$$

注意到现在的 B_k, B'_k 即以前的 F, F' ，因此要求出 OPD'

是容易的，首先求出 OPD' 的第一项 $N'(AB'_k - PB'_k)$ 根

据上面 AB'_k 与 PB'_k 的展开式，我们立刻可以写出这差数来。

相似的可以写出第二个差数, $N(AB_h - PB_h)$

$$N'(AB'_h - PB'_h) = Y \cdot N' \sin I' + \frac{N' \delta' Z}{AB'_h} + X N' \cos I' \\ - \frac{1}{2} \frac{PA^2}{AB'^2_h} N' + \frac{1}{2} Y^2 N' \frac{\sin^2 I'^2}{AB'^2_h} + \dots$$

$$N(AB_h - PB_h) = Y \cdot N \sin I + X N \cos I - \frac{1}{2} \frac{PA^2}{AB^2_h} N \\ + \frac{1}{2} Y^2 N \frac{\sin^2 I}{AB^2_h} + \dots$$

相减便得 OPD'

$$OP(1) \quad OPD' = Y(N' \sin I' - N \sin I) + N' \frac{\delta' Z}{AB'_h} + \\ X(N' \cos I' - N \cos I) - \frac{1}{2} PA^2 \left(\frac{N'}{AB'^2_h} - \frac{N}{AB^2_h} \right) + \\ \frac{1}{2} Y^2 \left(\frac{N' \sin I'}{AB'^2_h} - \frac{N \sin I}{AB^2_h} \right)$$

十三级或更高级的项。

这方程式给出了一级与二级小项的表式先改一级小项。

$$OPD' = Y(N' \sin I' - N \sin I)$$

很明显的括号内之数不会超过 4, 当口径的半径为 $1/32$ 波长时, 那末在最大的 Y 处 ($1/32$ 波长) 与 $Y=0$ 处的光程差 OPD 为 $1/8$ 波长, $Y=0$ 与 $Y=-1/32$ 波长处的 OPD 是 $-1/8$, 因此通过 $Y=\pm 1/32$ 的两条边缘光线的光程差为 $1/4$ 波长按照瑞利极限成像亮度不会受到影响。实际上通过这样小孔的光, 几乎是完全散射了, 因此不能成一定的像, 同时这也证实了我们所设想过的关于几何光线的性质因为当口径很小时所有的像差都没有了。根据追迹光线的结果, 我们得到一理想的数学点而实际的情况乃是均匀的照明着右半个圆球的, 这可以简单的加以证明, 用一张黑纸上的小孔挡住我们的眼睛, 通过这小孔去看很强

的光源，則我們所看到的，並不是一個很小的亮点而是一個大的有顏色的亮的面積，邊上有許多亮環，每一個設計者都做過這樣的衍射現象的實驗，這些都能警惕他們過分的相信幾何光學的結果會出毛病的。

當孔徑的大小增至幾個波長時，我們繼續討論方程式 $OP(1)$ ，我們仍然有（近似的）

$$OPD' = Y(N'\sin I' - N\sin I)$$

因為 Y 現在可以等於幾個波長，由此立即得出結論，唯一的是減少 OPD 便是接近於零的辦法，亦即得到最大強度的辦法，是適當的選擇 I' ，使得括號內的數值為零。

$$N'\sin I' = N\sin I$$

這就是折射定律的標準形式，但欲完成折射定律的證明，必須考慮 $OP(1)$ 前面兩項即

$$OPD' = Y(N'\sin I' - N\sin I) + N' \frac{\Sigma \delta'}{AB'_L}$$

式中 Y 與 Σ 是獨立的，因此 OPD' 為零的唯一可能是他們的係數為零，即

$$N'\sin I' - N\sin I = \delta' = 0$$

亦即光學成像是很完善的話，應滿足上面兩個條件， $\delta' = 0$ 意味着 B'_L 在入射平面內。

$N'\sin I' = N\sin I$ 就是折射定律，這時像點 B'_L 的強度為极大，很明顯的 B'_L 點並不是一個，在方向 I' 上所有的點都滿足同樣的條件，因此极大強度是公佈 I' 方向的直線上，應注意的是我這裡所討論的是很細的光束，經過多次折射後，仍然保持這個細光束性質，用有許多小孔的透明的屏遮掉這透鏡的口徑，用以確定光路的方法就是根據這一點，在焦點兩旁平面照像並且確定它到透鏡的距離，只要當各細光束在照相平面上的像不是彼此重疊的，用照相辦法才能得到可靠的結果。

几何光线的另一重要性质，可以光线的波长通过折射面时显现出来，从B点发出的光线，以振动的传播着，如果媒质没有变化，则波前形成同心的球面，如果媒质有所改变，例如由稀的媒质 N 到密的媒质 N' 在 N' 中的波长按 N'/N 缩短了但轴上附近的波前先进入 N' 媒质，而轴外部分的波前后进入 N' 媒质，这样就使得波面的曲率发生改变，而会聚于 N' 媒质中

的一点。

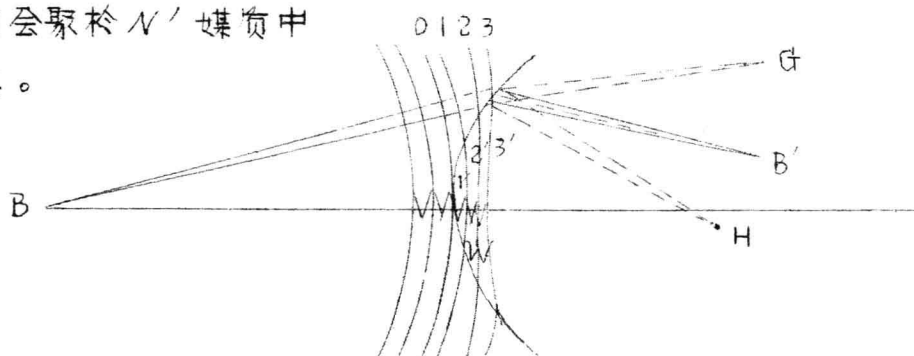


图 5

我们寻求由图5中B点发出的细光束，通过折射面后究竟会聚于什么方向，才会使得由B点至折面右侧某点的各条光线的光程相等。

我们看到由B点到折射波面的光程是相等的，因此只需要确定一点，使得这点与折射波面各部份相等就是了，如果选择H点的話，很显然它与波面的下部较近而与波面的上部较远，若选G点情况恰恰相反，由波面的法线的交点 B' 则是真正的，我们所求的点，因此得出结论。

“几何光学的光线就是波面的法线”

这个重要的定理建立了光线与光波间的联系，使得我们能从很少的三角计算与光程差确定的联合运用，得出更为深刻的结论来。

op (1) 前开始两项的意义为当光束主光线，按严格的折射

律折射时，前两项为零，而光束的方程简化为

$$OPD' = \lambda(N'\cos I' - N\cos I) - \frac{1}{2}PA^2\left(\frac{N'}{AB'_h} - \frac{N}{AB_h}\right) + \frac{1}{2}\gamma^2\left(\frac{N'\sin^2 I'}{AB'_h} - \frac{N\sin^2 I}{AB_h}\right)$$

十三级或更高级的项。

当光束非常细时，上式中所有的都是可以忽略的，但是当光束口径增大时必须顾及这些项，也可以从这里导出极为重要而有用的“*Fermat's* 光程最小原理”。因为 λ 之 $PA^2/2r_p$ ，上式又可以写为：

$$OPD' = \frac{PA^2}{2r_p}\left(N'\cos I' - N\cos I\right) - \frac{1}{2}PA^2\left(\frac{N'}{AB'_h} - \frac{N}{AB_h}\right) + \frac{1}{2}\gamma^2\left(\frac{N'\sin^2 I'}{AB'_h} - \frac{N\sin^2 I}{AB_h}\right)$$

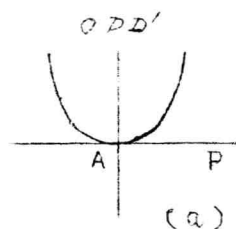
十三级或更高级的项

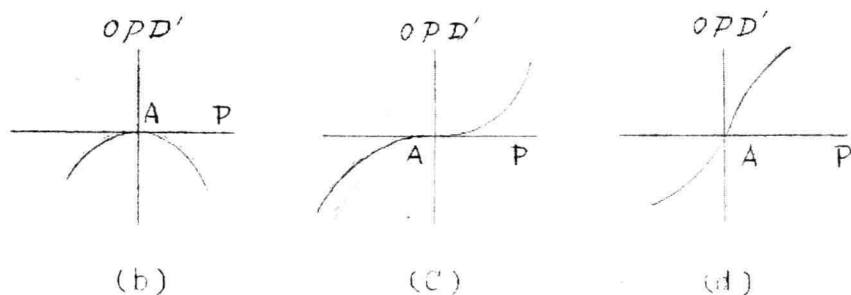
很明显的，前三项都是二级的小项，这样就得出*Fermat*原理如下：

与三角追踪（按严格的折射率）光线有一偏离 PA 的各种可能的光线（起点，始点为固定的）它与前者光程差 OPD 是一二级小量。

我们现在再来讨论 OPD 公式中各项变化的情况，图6 (a)与(b)：表示 OPD 为一二级小量的变化情形，它在 A 点有一最大值或最小值，这 A 点就是按三角公式追踪的光线(c)图是二级小项为零，只剩下三级小项的情况，(d)图所表示的是离三角追踪光线较远光程差，变化的情况，这时曲线通过原点时，变化是很快的， A 点所指也不是按三角公式追踪的光线。

图 6 (a)





上面我们只是就一个面证实了 *Fermat* 原理，实际上这原理对于任意个面也是一样成立的。

由于使得按折射定律进行的光线与邻近光线的位相尽可能接近，以产生一最大强度，*Fermat* 原理的证明又可以用来证明 *Helmholtz* 定理，即

“波串内 (*Wavetrain*) 光能之传播是沿着几何光线的方向，”

波串的意思是指既不太接近于锥的外壳，也不接近于锥的顶点的光，更严格的定义，可以参考理论光学的教科书，例如 *Drude* 的光学，该书尚讨论了物理光学中的其他的困难问题，例如边界条件问题。

对于我们来说，*Helmholtz's* 定理的意义是：我们必须按严格的按折射与反射定律来追踪光线，不论是用几何光学或物理光学的方法来讨论焦点的结果，对不熟悉第一部份内容的读者，我们将用一完全不同的但又是正确的办法来解释光路计算的结果。

我们现在要问在什么条件下 OPD 方程的二级项可以为零，这时意味着所有通过口径的光聚焦于 B'_H ，成像更完善，或者说这时的结合更完善，产生最大的能量。

首先我们讨论折射面是一球面的情形球面的半径为 Y ， OPD' 的表式可以写为：

$$OPD' = \frac{1}{2} PA^2 \left(\frac{N}{AB_h} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'}{AB'_h} \right) + \frac{1}{2} Y^2 \left(\frac{N' \sin^2 I'}{AB'_h} - \frac{N \sin^2 I}{AB_h} \right)$$

最简单的情况是垂直入射, $I = I' = 0$

$$OPD' = \frac{1}{2} PA^2 \left(\frac{N}{AB_h} + \frac{N' - N}{r} - \frac{N'}{AB'_h} \right)$$

若括号内为零, 则 OPD' 为零, 用 l, l' 代 AB_h, AB'_h 便有

$$\frac{N}{l} + \frac{N' - N}{r} - \frac{N'}{l'} = 0$$

这个方程, 实际上就是近轴方程 (6P), 而现在却是使 OPD' 为零的条件。

现在去掉 $I = I' = 0$ 的假设而讨论球面折射一般的表式因为 PA 与 Y 是独立的, 要 OPD 为零, 只有 OPD 中 PA^2 与 Y^2 的系数分别为零, 亦即:

$$\frac{N}{AB_h} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'}{AB'_h} = 0$$

$$\frac{N' \sin^2 I'}{AB'_h} - \frac{N \sin^2 I}{AB_h} = 0$$

故由 $N' \sin I' = N \sin I$, 及一条件可以写为

$$\frac{1}{N' AB'_h} - \frac{1}{N \cdot AB_h} = 0 \quad AB'_h = \frac{N}{N'} AB_h$$

这就是很细的斜束成出一完善的像时所必需满足的条件, 我们可以根据此条件, 求凸折射面的半径 r

$$\frac{N}{AB_h} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'^2}{N AB_h} = 0$$

$$r = AB_h \frac{N(N' \cos I' - N \cos I)}{N'^2 - N^2}$$

将这结果与第 I 部份的球面齐明折射相较,

$$(l' = l \frac{N}{N'} \quad r = h \frac{N}{N' + N})$$

在形上是很相似的，当 I 与 I' 很小时，这结果与球面齐明折射时的结果一样，由此我们得出结论在光轴上的齐明折射，对相应的斜光束情形也是很有益的。

已经证明在球面上斜光束的折射只有当上述条件满足时，才有一完善的焦点，由此可以理解到当 γ 与 AB_h 的比为其他的值时，光束的焦点是不完善的，我们现在考虑两种情况，第一种即光束通过 $Y=0$ 附近如图 (a) 所示这便是所谓缚光束，这时

$$OPD' \text{ 只包括一项, 即 } OPD' = \frac{1}{2} PA^2 \left(\frac{N}{AB_h} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'}{AB'_h} \right)$$

因为与 Y'^2 成正比的一项，可以忽略不计。

以 S, S' 代替 AB_h, AB'_h

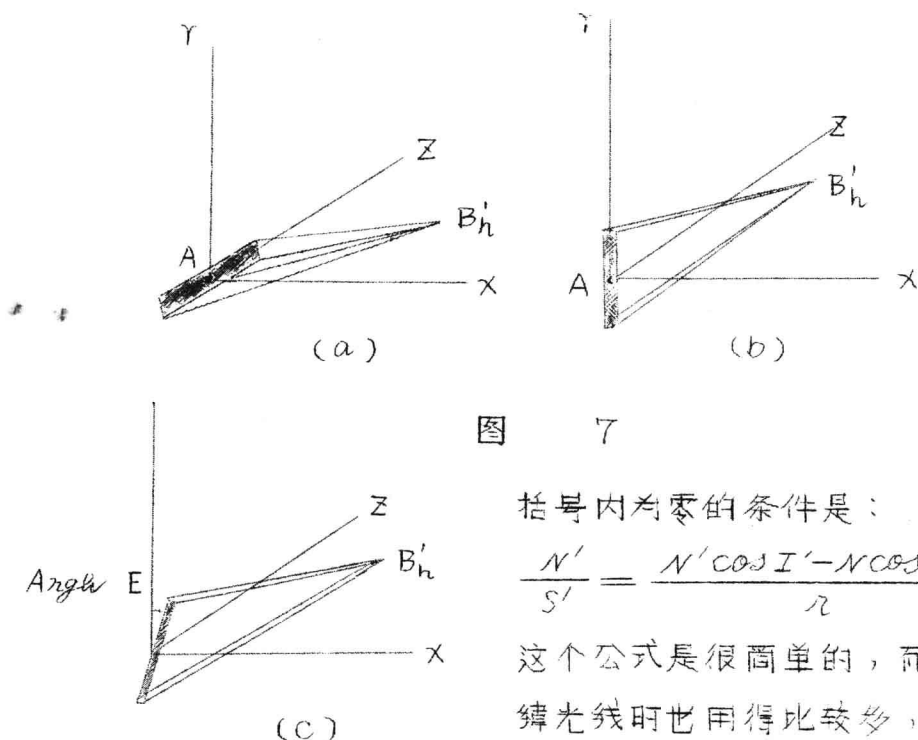


图 7

括号内为零的条件是：

$$\frac{N'}{S'} = \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} + \frac{N}{S}$$

这个公式是很简单的，而且在追踪缚光线时也用得比较多，与一种特殊情形即光束通过轴附近的狭长条

。如图 (b) 所示，由 $PA^2 = y^2 + x^2 + z^2$ 这时 $x^2 + z^2$ 的值比较小可以忽略不计，因此

$PA^2 = y^2$ 而 OPD' 的方程可以写为

$$OPD' = \frac{1}{2} PA^2 \left(\frac{N}{AB_h} - \frac{N \sin^2 I}{AB_h} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'}{AB'_h} + \frac{N' \sin^2 I'}{AB'_h} \right)$$

以 t, t' 代 AB_h, AB'_h .

得括号为零的条件是

$$\frac{N}{t} (1 - \sin^2 I) + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} - \frac{N'}{t'} (1 - \sin^2 I') = 0$$

$$\text{亦即 } \frac{N'}{t'} \cos^2 I' = \frac{N \cos^2 I}{t} + \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r}$$

应该注意到, 在两个方程式中, 都出现了像了常数 $(N' \cos I' - N \cos I)/r$, 这就使得同时计算 S , 尤 成为很快而便利了。

最后我考虑一个一般的情形, 即光束通过图 7 C 所示之狭长孔, 由于 $Y = PA \cos E$ 代到 OPD' 式中, 並以 l_E, l'_E 代 AB_h, AB'_h 得

$$\frac{N' (1 - \sin^2 I' \cos E)}{l'_E} = \frac{N' \cos I' - N \cos I}{r} + \frac{N (1 - \sin^2 I \cos E)}{l_E}$$

当 $E = 90^\circ$ 就得斜光束的公式, 当 $E = 0^\circ$ 时就得经面光来的公式, 当 $I - I' = 0$ 时就得近轴公式 (6p), 这一般的公式对于任何角度正都是正确的, 因此在追踪一偏心的通过折射面的光束, 这公式是有他的用处的。

关于非球面折射的情形, 我们已经指出过, 主曲率半径一般是不相等的, 若以 r_p 代替 r 则上面的公式仍然正确, 这里 r_p 即在 P 点的法线与入射光线所成的法平面内, 曲面的曲率半径。