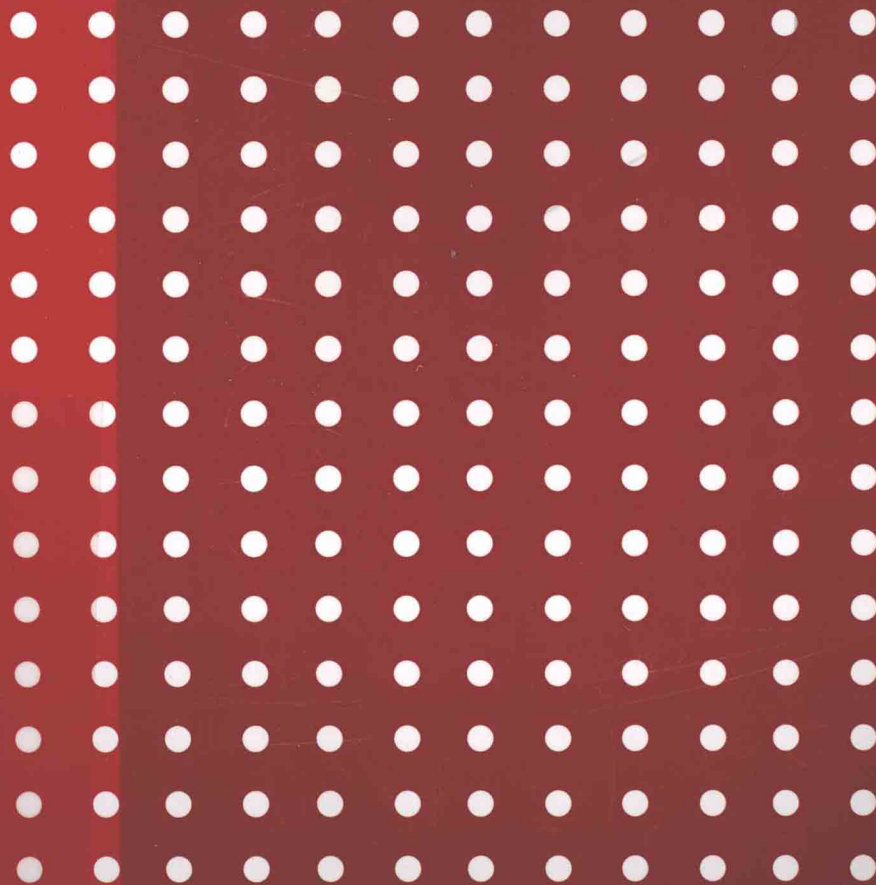


21世纪高等学校电子信息工程规划教材

可下载教学资料
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

电磁场理论

谢亚楠 编著

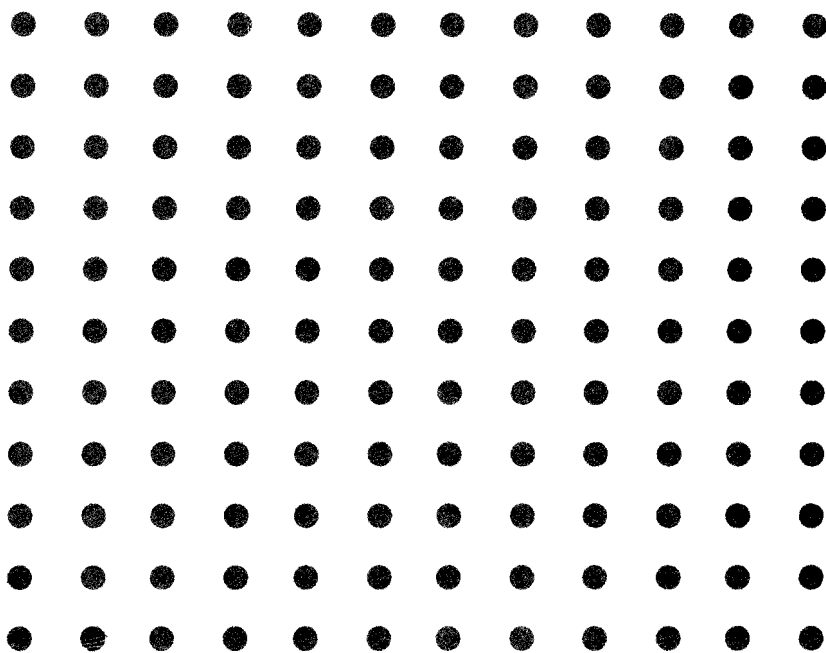


清华大学出版社

21世纪高等学校电子信息工程规划教材

电磁场理论

谢亚楠 编著



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书主要介绍经典电磁理论的基本方法以及在电磁波传播、传输、辐射、散射等方面的应用。全书共分10章,包括基本理论,常用定律与原理,求解电磁问题的辅助函数、积分方程、变分方法,电磁传播、传输、辐射、散射,狭义相对论。本书精选了90道有一定难度的习题并附有解答,既可作为补充例题,也可用作对所学知识的综合训练。

本书可以作为电子信息类专业本科“电磁场与电磁波”课程的教学辅助教材,也可用作研究生“高等电磁理论”课程的教学参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

电磁场理论/谢亚楠编著. —北京:清华大学出版社,2011.7

(21世纪高等学校电子信息工程规划教材)

ISBN 978-7-302-23946-8

I. ①电… II. ①谢… III. ①电磁场—理论—高等学校—教材 IV. ①O441.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第197583号

责任编辑:闫红梅 顾冰

责任校对:李建庄

责任印制:杨艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62795954, jsjtc@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:16.5 字 数:409千字

版 次:2011年7月第1版 印 次:2011年7月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:26.00元

出版说明

随着我国高等教育规模的扩大和产业结构调整的进一步完善,社会对高层次应用型人才的需求将更加迫切。各地高校紧密结合地方经济建设发展需要,科学运用市场调节机制,合理调整和配置教育资源,在改革和改造传统学科专业的基础上,加强工程型和应用型学科专业建设,积极设置主要面向地方支柱产业、高新技术产业、服务业的工程型和应用型学科专业,积极为地方经济建设输送各类应用型人才。各高校加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的力度,从而实现传统学科专业向工程型和应用型学科专业的发展与转变。在发挥传统学科专业师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势的同时,不断更新其教学内容、改革课程体系,使工程型和应用型学科专业教育与经济建设相适应。

为了配合高校工程型和应用型学科专业的建设和发展,急需出版一批内容新、体系新、方法新、手段新的高水平电子信息类专业课程教材。目前,工程型和应用型学科专业电子信息类专业课程教材的建设工作仍滞后于教学改革的实践,如现有的电子信息类专业教材中有不少内容陈旧(依然用传统专业电子信息教材代替工程型和应用型学科专业教材),重理论、轻实践,不能满足新的教学计划、课程设置的需要;一些课程的教材可供选择的品种太少;一些基础课的教材虽然品种较多,但低水平重复严重;有些教材内容庞杂,书越编越厚;专业课教材、教学辅助教材及教学参考书短缺,等等,都不利于学生能力的提高和素质的培养。为此,在教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议下,清华大学出版社组织出版本系列教材,以满足工程型和应用型电子信息类专业课程教学的需要。本系列教材在规划过程中体现了如下一些基本原则和特点:

(1) 系列教材主要是电子信息学科基础课程教材,面向工程技术应用的培养。本系列教材在内容上坚持基本理论适度,反映基本理论和原理的综合应用,强调工程实践和应用环节。电子信息学科历经了一个多世纪的发展,已经形成了一个完整、科学的理论体系,这些理论是这一领域技术发展的强大源泉,基于理论的技术创新、开发与应用显得更为重要。

(2) 系列教材体现了电子信息学科使用新的分析方法和手段解决工程实际问题。利用计算机强大功能和仿真设计软件,使电子信息领域中大量复杂的理论计算、变换分析等变得快速简单。教材充分体现了利用计算机解决理论分析与解算实际工程电路的途径与方法。

(3) 系列教材体现了新技术、新器件的开发应用实践。电子信息产业中仪器、设备、产品都已使用高集成化的模块,且不仅仅由硬件来实现,而是大量使用软件和硬件相结合的方法,使产品性价比很高。如何使学生掌握这些先进的技术、创造性地开发应用新技术是本系列教材的一个重要特点。

(4) 以学生知识、能力、素质协调发展为宗旨,系列教材编写内容充分注意了学生创新能力和实践能力的培养,加强了实验实践环节,各门课程均配有独立的实验课程和课程

设计。

(5) 21 世纪是信息时代,学生获取知识可以是多种媒体形式和多种渠道的,而不再局限于课堂上,因而传授知识不再以教师为中心,以教材为唯一依托,而应该多为学生提供各种学习资料(如网络教材,CAI 课件,学习指导书等)。应创造一种新的学习环境(如讨论,自学,设计制作竞赛等),让学生成为学习主体。该系列教材以计算机、网络和实验室为载体,配有多种辅助学习资料,可提高学生学习兴趣。

繁荣教材出版事业,提高教材质量的关键是教师。建立一支高水平的以老带新的教材编写队伍才能保证教材的编写质量和建设力度,希望有志于教材建设的教师能够加入到我们的编写队伍中来。

21 世纪高等学校电子信息工程规划教材编委会

联系人: 魏江江 weijj@tup.tsinghua.edu.cn

前 言

“电磁场与电磁波”课程是电子信息类专业本科生的专业基础课。在上海市精品课程建设的支持下,清华大学出版社出版了规划教材——《电磁场基础》。在教学实践上发现大部分学生需要使用参考书来拓展内容、加深理解,因此编写了该教材的姊妹篇——《电磁场理论》。本书可用作本科教学的补充教材,也可用于电子信息类专业研究生相关课程的教材。

本书的主要特点如下。

(1) 较系统地介绍了麦克斯韦方程组的特性与局限,使读者理解本书的基本内容属于经典、宏观电磁理论,区别于现代、微观的量子电动力学。

(2) 补充了必要的数学内容,如正交曲线坐标系、贝塞尔函数、勒让德函数、狄拉克函数、格林函数、并矢格林函数、二阶线性微分方程、复变函数、泛函与变分等,使本书对电磁理论的阐述更加严谨、深入。

(3) 集中讨论了求解电磁问题的常用定律与原理,使读者了解它们的适用范围和使用特点,达到灵活应用的目的。

(4) 介绍了 23 位对电磁理论做出重大贡献的科学家。使读者不仅能扩大对所学理论背景的了解,还可以提高学习兴趣。

(5) 为适应电磁数值计算快速发展的趋势,集中介绍了其理论基础——积分方程建立和加权余量法求解。

(6) 本书分电磁波的传播、传输、辐射和散射 4 个部分,较详细地论述了相关理论和方法,夯实读者的专业基础。

(7) 精选了 90 道有一定难度的习题与解答,既可作为本书的例题,也可用作对所学知识的综合训练。

本书已在三届学生中试用,他们的建议对本书帮助很大,也纠正了书中的部分错误。欢迎读者指正书中的错误或提出建议,作者将酌情予以酬谢! 作者感谢上海大学黄宏嘉院士对编写本书的指导,也感谢我的恩师东南大学杨铨让教授、章文勋教授和南京邮电大学曹伟教授的指导。

谢亚楠

2011 年 5 月

目 录

第 1 章 经典电磁理论的基本方法	1
1.1 电磁理论与技术的发展历史	1
1.2 研究电磁理论的方法论	2
1.3 用归纳法建立 Maxwell 方程组	2
1.4 经典电磁理论的局限与改进尝试	4
1.5 介质的本构关系	7
1.6 边界条件与辐射条件	9
1.7 电磁场波动方程	10
1.8 能量和动量守恒定律	12
1.9 Helmholtz 定理	14
名家介绍	15
习题一	17
第 2 章 求解电磁问题的辅助函数	19
2.1 标量位与矢量位	19
2.2 Hertz 位与 Debye 位	22
2.3 正交曲线坐标系与 Borgnis 函数	24
2.4 标量波函数	28
2.5 矢量波函数	35
2.6 Dirac- δ 函数	36
2.7 Green 函数	39
2.8 并矢 Green 函数	45
名家介绍	48
习题二	49
第 3 章 求解电磁问题的常用定律与原理	51
3.1 唯一性定律	51
3.2 等效原理	54
3.3 镜像原理	56
3.4 感应原理	58

3.5	互易定律	59
3.6	Huygens 原理	61
3.7	Babinet 原理	63
	名家介绍	64
	习题三	65
第 4 章	求解电磁问题的积分方程	68
4.1	边界积分方程	68
4.2	反应积分方程	69
4.3	金属体散射积分方程	69
4.4	均匀介质体散射积分方程	72
4.5	非均匀介质体散射积分方程	74
	名家介绍	74
	习题四	75
第 5 章	电磁波的传播	76
5.1	波动方程的求解方法	76
5.2	各向同性均匀介质中的平面波	77
5.3	电磁波的极化	78
5.4	平面边界上的反射与折射	81
5.5	多层介质中平面波的反射与折射	83
5.6	各向异性介质中的平面波	84
5.7	无线电波的传播	86
	名家介绍	90
	习题五	91
第 6 章	电磁波的传输	93
6.1	柱波导波动方程的求解	93
6.2	电磁波的传输速率	95
6.3	柱波导场的横向与纵向分量	97
6.4	柱波导场的正交性	98
6.5	柱波导场的激励	102
6.6	矩形波导	104
6.7	圆波导	106
6.8	介质平板波导	108
6.9	光纤	113
6.10	谐振腔的概念与参数	117
6.11	矩形与圆柱谐振腔	118
6.12	谐振腔的微扰	120

名家介绍	121
习题六	122
第 7 章 电磁波的辐射	124
7.1 无界空间电磁场的求解	124
7.2 辐射场	126
7.3 点源场的平面波展开	128
7.4 线源场的平面波展开	129
7.5 电磁场的多极展开	129
7.6 平面界面上偶极子的辐射	132
7.7 曲面口径场的辐射	134
7.8 平面口径场的辐射	136
7.9 驻定相位积分法	137
7.10 鞍点积分法	138
名家介绍	140
习题七	141
第 8 章 电磁波的散射	143
8.1 散射矩阵和散射截面	143
8.2 雷达方程	144
8.3 平面波的柱面波函数展开	145
8.4 平面波的球面波函数展开	146
8.5 Bessel 函数的叠加定理	147
8.6 球 Bessel 函数的叠加定理	148
8.7 理想导电圆柱对平面波的散射	149
8.8 理想导电圆柱对柱面波的散射	151
8.9 理想导电劈对柱面波的散射	152
8.10 理想导电球对平面波的散射	155
8.11 介质球对平面波的散射	157
8.12 无限大平面对球面波的散射	158
8.13 高频近似方法基础	160
名家介绍	168
习题八	169
第 9 章 泛函与变分方法	171
9.1 Hilbert 空间	171
9.2 线性算子	172
9.3 对称、正定、自伴算子	173
9.4 自伴边值问题	174

9.5 变分与泛函的关系	179
9.6 固定边界的变分问题	181
9.7 线性算子方程化成变分方程	182
9.8 泛函的变分法	185
9.9 泛函的加权余量法	186
9.10 本征值方程的求解	187
名家介绍	188
习题九	188
第 10 章 狭义相对论基础	190
10.1 绝对时空观——Galileo 变换	190
10.2 相对时空观——Lorentz 变换	192
10.3 Lorentz 变换的时空效应	193
10.4 时间和空间坐标的 Lorentz 变换	195
10.5 时间和空间导数的 Lorentz 变换	195
10.6 电磁场量的 Lorentz 变换	196
名家介绍	198
习题十	199
附录 A	201
A.1 矢量恒等式	201
A.2 正交曲线坐标系	202
A.3 Bessel 函数	203
A.4 修正 Bessel 函数	205
A.5 球 Bessel 函数	206
A.6 Legendre 函数与连带 Legendre 函数	207
A.7 二阶线性变系数常微分方程及分类	209
A.8 常用物理常数	212
附录 B 习题参考答案	213
参考文献	251

第 1 章 经典电磁理论的基本方法

本书论述的是经典的、宏观的电磁理论。作为开始,首先总结电磁理论与技术发展历史上的 22 个重要里程碑事件,并扼要概述科学研究方法中重要的归纳法和演绎法的特点;然后给出从基本实验定律中归纳出的 Maxwell(麦克斯韦)方程组积分形式和微分形式,并简要说明了 Maxwell 方程组的 6 个重要特性,其存在的 3 个主要局限以及当代科学家所做的改进尝试;最后为了以后各章学习和查阅的方便,简要总结介质特性、边界条件、波动方程、能量与动量守恒定律和 Helmholtz(赫姆霍兹)定理等电磁理论的基本原理。

1.1 电磁理论与技术的发展历史

下面列出了 22 项在电磁理论与技术的发展历史上具有里程碑意义的事件。

(1) 公元前 600 年前后古希腊就有摩擦生电和磁石吸铁的记载。

(2) 战国时期的中国人利用磁石指示南北的特性制成了原始的指南工具——司南。

(3) 1638 年中国的建筑学书籍中就有关于避雷的记载。

(4) 1745 年荷兰莱顿大学 Musschenbroek(马森布洛克)教授制成了莱顿瓶,可以将电荷储存起来,供电学实验使用,为电学研究打下了基础。

(5) 1752 年美国政治家、科学家 Franklin(富兰克林)用风筝实验,证实了闪电式放电现象,从此拉开了人们研究电学的序幕;次年俄国科学家 Lihman(利赫曼)在验证 Franklin 的实验时,被雷电击中,为科学探索献出了宝贵的生命。

(6) 1771—1773 年间,英国科学家 Cavendish(卡文迪许)进行了大量的静电实验,证明在静电情况下,导体上的电荷只分布在导体表面上。

(7) 1785 年法国科学家 Coulomb(库仑)在实验规律的基础上,提出了第一个电学定律——Coulomb 定律,使电学研究走上了理论研究的道路。

(8) 1820 年丹麦科学家 Oersted(奥斯特)在课堂上的一次实验中,发现了电的磁效应,从此将电和磁联系在一起。

(9) 1822 年法国科学家 Ampere(安培)提出了 Ampere 环路定律,将 Oersted 的发现上升为理论。

(10) 1825 年德国科学家 Ohm(欧姆)得出了第一个电路定律——Ohm 定律。

(11) 1831 年英国实验物理学家 Faraday(法拉第)发现了电磁感应定律,并设计了世界上第一台感应发电机。

(12) 1840 年英国科学家 Joule(焦耳)提出了 Joule 定律,揭示了电磁现象的能量特性。

(13) 1848 年德国科学家 Kirchhoff(基尔霍夫)提出了 Kirchhoff 电路理论,使电路理论趋于完善。

(14) 1865 年英国物理学家 Maxwell 发表了“电磁场的动力学理论”,总结出 Maxwell 方程组,用最完美的数学形式表达了经典电磁学的全部内容,还预言了电磁波的存在。

(15) 1866 年德国工程师 Siemens(西门子)发明了使用电磁铁的发电机,为电力工业开辟了道路。

(16) 1876 年美国工程师 Bell(贝尔)发明了电话,实现了电声通信。

(17) 1879 年美国发明家 Edison(爱迪生)发明了电灯,使电进入了人们的日常生活。

(18) 1888 年德国物理学家 Hertz(赫兹)首次用人工的方法产生了电磁波。

(19) 1895 年俄国 Popov(波波夫)和意大利 Marconi(马可尼)几乎同时发明了利用电磁波进行通信的无线电通信装置,开创了人类无线通信的新时代。

(20) 1905 年德国物理学家 Einstein(爱因斯坦)发表了两篇建立起狭义相对论的论文。

(21) 1935 年英国物理学家 Watson Watt(沃特森·瓦特)完成了第一部实用雷达研制。

(22) 1936 年美国 Southworth(索斯沃斯)宣布波长 9cm 的圆波导传输实验成功。

1.2 研究电磁理论的方法论

众所周知,科学思维或研究的方法有两大类:逻辑方法与非逻辑方法。逻辑方法主要分为 4 种:比较-分类法、分析-综合法、归纳-演绎法和类比法。而非逻辑方法主要包括形象思维与直觉思维。

归纳法是从个别上升到一般的推理方法。归纳法在科研中是整理实验材料、提供经验定律和经验公式的重要方法;可通过归纳法提出科学的假说和猜想;可为科学实验的设计提供指导,为科学实验设计提供逻辑的根据。其过程为实验→定律→原理。

归纳法具有很大的创造性,被称为“发现的逻辑”。局限性在于其结论可能是不充分的。

演绎法是从一般到个别的推理方法。即从已知的一般原理出发,来考察某一特殊对象,从而推演出关于这一对象的结论。Aristotle(亚里士多德)认为:完美的自然科学体系,应该是建立在少数第一公理基础之上,经由演绎方法组织起来的概念命题体系。Euclid(欧几里德)几何学、Newton(牛顿)力学体系和 Einstein 的相对论就是演绎法经典之作。其过程为定义→定理及引理→理论。

下面用归纳法总结 Maxwell 方程组,本书按方法论的划分,使用定律、原理等术语,而对来自其他源于演绎法的数理理论,则使用公理、定理等术语。

1.3 用归纳法建立 Maxwell 方程组

从电磁现象中提炼出最为本质的物理概念,然后将物理现象用数学表述,再从考察数学表述的完备性中提出对理论的修正、补充、预测和检验。这就是 Maxwell 建立电磁理论的方法。

Maxwell 方程组的积分形式如下:

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{Ampere 环路定律})$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{Faraday 定律})$$

$$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad [\text{由 Biot-Savart(毕奥 - 萨伐) 定律推出磁通连续性定律}]$$

$$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_v \rho dV \quad [\text{由 Coulomb 定律推出 Gauss(高斯) 定理}]$$

$$\oint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = - \int_v \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (\text{电荷守恒定律})$$

由上可推导出 Maxwell 方程组的微分形式如下:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1d)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.2)$$

为满足导数的应用条件,微分形式的 Maxwell 方程组只适用于介质物理性质不发生突变的区域。

目前形式的上述方程组是 Heaviside(亥维赛)在 1885 年整理成形的。算符 ∇ 形如古希伯来的一种乐器 nabla, 读作 nabra(那勃勒)算子, 也称为 Hamilton(哈密顿)算子。方程组包含着丰富的内容和深刻的含义。Einstein 曾这样评价:“这个方程组的提出是 Newton 时代以来物理学上一个重要的事情, 这是关于场定律的定量的描述。方程中所包含的内容比我们所指出的要丰富得多。在它们简单的形式下隐藏着深奥的内容。这些内容只有靠仔细的研究才能显示出来。它是描述场的结构的定律, 它不像 Newton 定律那样把此处发生的事件与彼处的条件联系起来, 而是此处此刻的场只与最近的刚过去的场发生关系。假使知道此处此刻所发生的事件, 这些方程便可帮助预测在空间上稍远一些, 在时间上稍迟一些将会发生什么。”

Maxwell 方程组具有以下 6 个重要特性。

1. 实践性

Maxwell 方程组来源于实践(主要是几个实验定律), 但又高于实践。它在实验的基础上溶入了科学家智慧。比如 Coulomb 定律在实验中得到 R 的指数幂其实并不是整数 2, 但 Coulomb 分析了实验误差并与万有引力定律比较后大胆地猜测为 2。后来发现这与球面能量守恒有关。另外为了满足电荷守恒定律, Maxwell 大胆引入了位移电流。

2. 对称性

Maxwell 方程组充满了电与磁的对称性, 但发现这一对称性却是从不对称性开始的。磁学的历史比较悠久, 杨振宁指出对称性决定支配方程, Curie(居里)则称不对称性创造世界。

把场源只有电荷及电流的方程组与场源只有磁荷及磁流的方程组进行对比, 可得以下

对称关系(或称对偶关系):

$$\begin{aligned}
 E &\rightleftharpoons H_m \\
 H &\rightleftharpoons -E_m \\
 J &\rightleftharpoons J_m \\
 \rho &\rightleftharpoons \rho_m \\
 \epsilon &\rightleftharpoons \mu \\
 \mu &\rightleftharpoons \epsilon
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

3. 哲学性

方程组深刻揭示了电与磁的相互转化、相互依赖、相互对立,共存在于电磁波中。正是由于电不断转化成磁,而磁又不断转化为电,才会发生能量交换和储存。因此电磁波是对立统一的整体。

方程组还深刻揭示了电磁场的任意一个地点变化会转化成时间变化。反过来,时间变化也会转化成地点变化。正是这种地点和时间的相互转化构成了波动的外在形式。

4. 协变性

在 Maxwell 时代认为存在一个绝对静止的“以太”坐标系,方程组只有在以太系中才完全正确,在其他惯性系中近似正确。直到相对论提出后,这个问题才彻底解决。方程组在任何惯性系中都成立,称为 Lorentz(洛伦兹)变换下的协变性。

5. 自洽性

自洽性要求从不同角度得出的 4 个方程彼此不相互矛盾。对两个旋度方程取散度,可以得到方程组中其他两个散度方程(用到了电荷守恒定律)。因此说方程组具有自洽性。同时也证明了方程组中 4 个方程并不是完全独立的,可由两个旋度方程加电荷守恒定律或者两个旋度方程加 Gauss 定理构成自洽的独立方程组。

6. 完备性

如果电磁场所处的介质是线性、各向同性、其电磁常数(ϵ, μ, σ)与时间无关,把上述 3 个独立方程与介质的 3 个本构关系联合在一起则是完备的。即在给定电荷、电流分布的条件下,如果初始条件与边界条件都已确立,那么电磁场的变化状态由 Maxwell 方程组唯一确定。在 1.5 节将更详细地讨论介质。

1.4 经典电磁理论的局限与改进尝试

1.4.1 经典电磁理论的局限

从第二次技术革命的主要标志——发电机、电动机、无线电通信的发明过程来看,第二次技术革命不是直接来源于生产经验,而是来源于科学实验;不是依靠工匠的技艺,而是依

靠对电磁现象的理论研究；不是“行动在先”，而是在电磁理论创立之后，才有电力的应用和无线电通信的发展。可以说经典电磁理论的创立导致了第二次技术革命。

但是，当用现代数学和物理方法重新审视经典电磁理论时，就会发现它远不是完美的，也遇到了巨大的困难。例如，它对于量子现象就是无能为力的，忽略了粒子性，难以解决场的完备性问题。经典电磁理论一方面包含了 Maxwell、Hertz、Heaviside 等大师的天才，另一方面又反映着他们所处时代的局限。

1964 年 Dirac(狄拉克)曾指出 Maxwell 方程组不精确成立的可能性是存在的。当人们进入到离电荷(它们产生了场)非常近的区域时，经典电磁理论恐怕就要修改，因为在这里需要一种非线性电动力学。实际上 Born(波恩)和 Infeld(英菲尔德)的电动力学正是基于一个不同的作用量积分对 Maxwell 理论作了修正，该积分在弱场时与 Maxwell 作用量一致，在强场情况下就不相同。Born-Infeld 的理论属于量子电动力学。在经典理论中，电磁场矢量的运动方程是 Maxwell 方程；在量子理论中，场矢量是作为算子来对待并受 Maxwell 方程支配。

A-B 效应和 A-C 效应的实验证实，使人们认识到在量子物理中电磁场的矢量位 \mathbf{A} 和标量位 φ 的影响是比场强 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 更为基本的物理量。一旦知道了它们，就可以完整地描述电磁场。这是量子力学发展以来人们对传统电磁场观念的一个新变化。这一内容在 2.1 节中将有更详细的说明。

光子的提出者是 Einstein。1924 年 Compton(康普顿)和吴有训共同发现 X 射线散射效应，证明光子不仅有能量而且有动量。光子作为微粒的观点终于确立。以后的研究确立了微观粒子均有波粒二象性，而光既表现为波又表现为粒子流。目前的观点仍然认为 Maxwell 方程是各个光子在空间传播的正确描写，可以把每个光子看成由矢量场 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 和 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ 所定义的经典波列。电磁波的粒子性是由概率所决定的，例如在研究微波光子时只能由概率预测其行为，轨道概念是不存在的。当采用量子力学的观点后，能量的转换受概率支配，场幅的平方应视为概率密度。

经典电磁理论认为磁力线始终闭合，故对任意闭合曲面穿过的磁通量为零。Dirac 在 1931 年从量子力学波函数理论出发，证明穿过闭合曲面的净磁通量可以不为零，故闭合曲面中有磁荷源，还估算出磁单极具有比电子大得多的质量。至今人们尚未确认自然界中存在的磁荷及磁流，因此电荷及电流是产生电磁场唯一的源。本书引入磁荷及磁流的概念是为了简化电磁问题的求解。

然而科学家一直在努力寻找磁荷。Dirac 一生中曾两次提出关于基本粒子的预言，一次是预言正电子，这早已被证实；另一次就是预言磁单极。1973 年美国物理学家宣称发现了一个磁单极的径迹，其质量约为 200 个质子质量。1982 年美国物理学家用极低温下的超导体线圈接收、高灵敏磁强计检测的方法，记录到磁通的跃变，经换算认为是一个磁单极通过 4 匝线圈时所能引起的磁通变化。这些实验结果还没有获得科学界的一致公认。如果磁单极被发现，则电磁理论要做重大修正，在应用上也会出现新的局面。

1.4.2 经典电磁理论的适用范围

如果用 1.8 节给出的带电体的能量表达式来计算作为点电荷的电子能量，不难得到

$$W_e \propto \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{R} \quad (1.4)$$

可见对点电荷而言, $R \rightarrow 0, W \rightarrow \infty$, 这就是说, 在一个点电荷周围存在着无穷大的能量。显然这是不合理的。Maxwell 电磁理论的适用范围是必须远大于电子的经典半径 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_0 c^2}$ 。

如果电子运动到某一位置时不再受外场力的作用, 方程式(1.4)的一个解表示电子的加速度可无限制地增加。由此还可以导出 Maxwell 电磁理论的另外两个适用范围, 即波长要远大于电子的经典半径, 而场强要远小于 $4\pi\epsilon_0 \frac{m^2 c^3}{e^3}$ 。

综上所述, 由于 Maxwell 理论中存在着内在矛盾, 所以在尺度、波长和场强这 3 个方面都存在着一个界限。

1.4.3 改进经典电磁理论的尝试

为了克服 Maxwell 理论的内在矛盾导致的一系列困难, 物理学家们作了不懈的努力。Poincare(庞加莱)张量的引入是改进 Maxwell 理论的第一个尝试, 之后出现了各种各样的改进方案, 其中最有影响的就是 Born-Infeld 的非线性电动力学, 他们从 Lagrange(拉格朗日)密度出发建立了整个非线性电动力学。

Born-Infeld 理论保持了 Maxwell 方程的基本形式, 又使点电子模型具有正常协变的有限的能量和动量, 克服了原来理论的内在矛盾。然而, 它同样遇到了其他的巨大困难, 如把这些概念运用到量子理论以及引入电子的自旋时都没有成功。

此外还有 Dirac、Feynman(费曼)、Wheeler(惠勒)等著名物理学家所提出的其他修改方案。

Maxwell 先假定电荷守恒定律成立, 然后再引入位移电流项, 从而得到目前形式的方程组。如果电荷守恒定律在某种情况下受到破坏, 当然这种情况在日常生活中并不会发生, 同样在人们熟悉的尺度上也不会发生。但这并不排斥它可以在人们还不熟悉的物理环境下发生, 如它也许在大尺度的宇宙现象中发生。这时的 Maxwell 方程组应如何修改? 从理论上探讨一下也是一件有意义的事。

修改 Maxwell 方程组的原则是:

- ① 保持方程的相对论协变性;
- ② 在讨论非宇宙现象时能回到标准的 Maxwell 方程形式;
- ③ 为了避免问题的复杂性, 不希望引入新的电磁物理量。

经过推导可得:

$$-a' \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = \mu_0 q \quad (1.5)$$

式中, 比例系数 a' 的量纲是长度平方的倒数。

式(1.5)表示, 原先理论中的 Lorenz(洛伦茨)规范条件已被电荷产生的物理条件所代替。规范不变性已失效。矢量位和标量位具有直接的物理意义, 它的分量实际上已经进入了决定 \mathbf{J} 和 q 的方程, 或者说 \mathbf{A} 和 φ 的地位与可测量 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{J} 、 q 的地位相当。量子力学中

的 \mathbf{A} 和 φ 在某种程度上同样具有可测量的物理意义。可见这里在最大的宏观尺度和最小的微观尺度上得到了相同的结果,真是耐人寻味。

1.5 介质的本构关系

当空间存在介质时,在电磁场的作用下介质中会发生极化与磁化现象,结果在介质中又产生二次电场与磁场,从而改变了介质中原来的场分布,这就是场与介质的相互作用现象。为了研究问题方便起见,首先介绍真空中的电磁场,然后再讨论介质中的电磁场。

直接由实验定律获得的 Maxwell 方程组实际为

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.6a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.6b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.6c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.6d)$$

式中, $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi = 8.854 \times 10^{-12}$ (F/m), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} = 1.257 \times 10^{-6}$ (H/m), 分别称为真空中的介电常数和磁导率。

介质中电磁场依然满足 Maxwell 方程,只是当介质放在电磁场中后会发生导电、极化和磁化现象。导电产生传导电流。极化产生束缚电荷。交变极化产生极化电流。磁化产生磁化分子电流。这些电荷和电流又反作用于电磁场。所以介质中如果没有其他的源,式(1.6)中的电流 \mathbf{J} 和电荷 ρ 应为

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_f + \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_m \quad (1.7)$$

$$\rho = \rho_f + \rho_p \quad (1.8)$$

式中, ρ_f 和 ρ_p 分别表示自由电荷和束缚电荷; \mathbf{J}_f 、 \mathbf{J}_p 和 \mathbf{J}_m 分别表示自由电流密度、极化电流密度和磁化电流密度。自由电流为自由电荷运动所产生的电流,包括空间电荷流和传导电流 \mathbf{J}_c 。

ρ_p 、 \mathbf{J}_c 、 \mathbf{J}_p 和 \mathbf{J}_m 分别满足式(1.9)至式(1.12),即

$$\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{J}_p = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\mathbf{J}_m = \nabla \times \mathbf{M} \quad (1.11)$$

$$\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E} \quad (1.12)$$

式中, σ 、 \mathbf{P} 和 \mathbf{M} 分别为介质的电导率、极化强度和磁化强度。

在实际中自由电荷和自由电流可以直接受实验条件的控制和测定,而束缚电荷、极化电流和磁化电流则不然。因此从 Maxwell 基本方程中消去 ρ_p 、 \mathbf{J}_p 和 \mathbf{J}_m 比较方便:

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_f + \rho_p$$

可写成: $\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_f$