

光电轉換技术

高 雅 允 編
武 学 殿

內 部 教 材

北京工业学院

1963.8

目 录

緒 論

- § 1. 光电轉換現象和对它的認識过程..... 1
- § 2. 光电效应及光电器件..... 3
- § 3. 光电器件的应用及本課程的任务..... 4

第一章 基本原理

- § 1. 光的量子本性..... 6
- § 2. 在純淨无缺的晶体中电子运动状态的能带理論和电子在能带中的分佈..... 11
- § 3. 半导体..... 29
- § 4. 半导体的光电現象..... 34

第二章 外光电效应原理及器件

- § 1. 逸出功..... 46
- § 2. 外光电效应的基本規律..... 46
- § 3. 表征光电阴极的基本参量..... 51
- § 4. 各种光电阴极..... 55
- § 5. 光电管..... 64
- § 6. 光电倍增管..... 78

第三章 內光电效应原理及元件

- § 1. 半导体光电导..... 107
- § 2. 光敏电阻的特性参量..... 126
- § 3. 光敏电阻的工作特性..... 130
- § 4. 几种光敏电阻的介紹..... 142

第四章 光伏效应及光电池

- § 1. 几种光伏效应及組成光电池的基本原理..... 147

§ 2. 光電池的基本結構.....	152
§ 3. 幾種光電池.....	153
§ 4. 光電池與光電管性能的一般比較.....	157
第五章 光電元件在自動控制和測量中的應用	
§ 1. 光電元件在自動控制系統中應用綜述.....	159
§ 2. 光控繼電器在實際中的應用.....	163
§ 3. 光電元件在測量技術中的應用.....	168
第六章 夜視儀器和電視設備	
§ 1 變象管的基本原理和結構.....	178
§ 2. 變象管的用途.....	189
§ 3. 變象管發展的方向.....	196
§ 4. 人眼的視覺特性.....	202
§ 5. 電視技術的基本原理.....	208
§ 6. 電視攝象管.....	230
§ 7. 對電視顯象管的要求.....	236
§ 8. 電視技術的應用.....	239
第七章 光電元件在軍用儀器中的應用	
§ 1. 紅外線儀器的工作特性.....	241
§ 2. 紅外線光學電話.....	242
§ 3. 紅外線定向儀.....	244
§ 4. 紅外線跟蹤系統.....	246
§ 5. 光學引信.....	246
§ 6. 紅外線儀器中的光學系統.....	248

緒 論

§ 1. 光电轉換現象和对它的認識过程。

宇宙間万物都是在不停地运动着，变化着。它們都伴随着一定的能量形式出現。如：电能、热能、化学能、光能、原子能……等。这些不同形式的能量並不是相互孤立的，它們之間能夠互相轉換。例如：化学能可以轉換为热能（化学反应），也能轉換为光能（磷光、螢光或电能（伏达电池）……。其它能量形式之間也可以进行相互轉換，但不論它們的轉換形式如何，在轉換过程中都必須遵守能量不灭和能量守恆定律，也就是說能量不会在轉換中消失，也不会无中生有。例如：在爆炸时部份化学能 $W_{化}$ 轉換为热能 $W_{热}$ 、光能 $W_{光}$ 和声能 $W_{声}$ ，那应必然有：

$$W_{化} = W_{热} + W_{光} + W_{声}$$

光与电是两种完全不同的能量形式。但是它們之間也並不是完全孤立的，相互間能进行轉換。由电能可以通过一定的手續轉变成光能；同样也可以採用一些其它的方法将光能轉換成电能。光与电之間的能量轉換也必須遵守能量不灭定律和能量守恆定律。

由电能轉換为光能的現象是十分普遍的。例如：在自然界中的閃电就是极常見的一种，带有不同（相反）符号电荷的云朵，在相遇时通过放电伴随着巨大的声响，产生燦眼的光辐射。当然这时电能並非全部轉換成光能，也伴随着其它形式的能量，如声能等。另外，人类早已能夠通过一定的器件来控制电能到光能的轉換，这也是大家所熟知的。在日常生活中照明用的各种白熾灯、防空用的探照灯，以及某些专用灯。这些由电能轉到光能的轉換很早就在实践中获得应用，而目前的应用变得更为广泛。在这里我們不对它进行詳細研究。

用于光到电能量轉換的器件，都还是近代才发展起来的。虽然，

光电现象早在十九世纪就已经被发现，但由于它所联系到的知识非常广泛，而光电器件又都是建立在一系列技术物理基础之上，如光电效应、二次电子发射，电子光学等。器件的工艺也比较复杂，它将以真空技术，特殊材料和高度清洁等等条件做为基础。因而，直到二十世纪光电转换技术才获得了巨大的发展。在现代许多先进国家的工业部门中得到广泛应用，尤其是在军事技术中成为很重要的一部分。

早在 1839 年就已经观察到：当光线落在浸没于电解液中的两个金属电极上，它们之间将产生电动势。1873 年发现了当光照到硒元素上时硒的电导率就有了显著的变化。这些现象虽然早已发现，但它们的理论根据以及产生这些现象的规律都没有进行认真的研究与总结。直到 1887 年在赫芝研究电磁波的振荡试验中，才进一步发现和研究了电子发射的效应。

赫芝的实验装置如图

(0-1) 中所示。图中为一个带有火花放电隙 (F) 的升压变压器 (T)，与火花隙并联有电容 (C)， Hg 为水

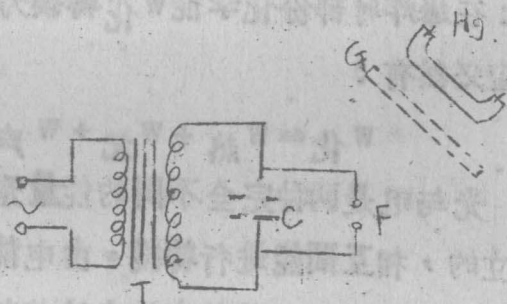


图 0-1 赫芝观察示意图

银灯，可发出强的紫外辐射，G 为挡玻璃，它能吸收紫外线。实验时控制 T 和 C 使 F 处的火花很难发生。使它约为每秒 1~2 次。假如我们用水银灯 Hg 来照明用纯锌构成的放电电极 F 时，将发现在间隙中极易产生火花，这时放电频率也会增加，当用玻璃 G 挡住光线时，火花频率立刻恢复成原来很难发生的情况。

深入研究这个现象得出结论认为：这是由于紫外光作用在纯锌的金属物质上，使纯锌向其周围逸出电子，主要由充当负极的锌金属表面逸出，这时相当于把火花隙减小了一样，也就是这些电子促使了 F 间隙中电火花的发生。

上述各种光与物质作用所产生的电现象，总称为光电效应。光电效应包括光与物质电性的两个方面。所以对它进行的理论研究必需由这两方面着手。这样光电效应的理论发展一方面推动了对光本性的研究，使人们认识到光的量子性，从而逐步形成今天的量子光学；另一方面也要求对物质的电性结构进一步深入研究，以了解物质的发射过程。从而逐步形成了晶体中电子状态分布的能带理论和电子在能带中的分布规律。反过来，随着光的量子理论和物质微观结构理论的发展更进一步解释了光电效应的基本原理，人们对于事物的认识过程就是这样反复作用而逐步深入的。

同样，随着光电器件的发展也促进了与它密切相关的学科的发展。如真空技术，特殊材料，精密零件，玻璃工艺等。反过来这些学科的逐步成熟，也推动了光电器件的发展。

§ 2. 光电效应及光电器件

上面已经讲到光与物质发生的作用，这一作用能使物质的电学特性发生改变，我们把所有这些现象统称光电现象。光对物质的这些作用称做光电效应。我们根据光电现象和原理的不同，将光电效应大致分为下列三种基本类型：

(1)某些物质(金属，半导体)在光作用下，由物质内部向其周围逸出电子的现象。具有这一现象的光与物质间的作用叫做外光电效应。

(2)某些物质(半导体)在光辐射作用下，其内部电导率发生变化(增大)。具有这一现象的光与物质间的作用叫做内光电效应。

(3)某些物质间的接触面，在光辐射的作用下，能在由此接触面两边引出的电路中产生电动势。具有这一现象的光与物质间的作用叫做阻挡层光电效应或称光伏效应。

利用上述的各种效应都能够使光的作用转换成电的作用，为了完成这一转换，利用这些效应能够制造成各种光电器件。这些光电器件

也可相应地分为下列三类：

(1)基于外光电效应的各种光电器件，它是利用能产生外光电效应的物质，构成光电子发射体，在光的作用下发出光电子。它们主要包括有：结构简单的光电管（真空或充气的），利用附加二次电子发射的光电倍增管（它的倍增极可达13级之多），在电视中应用的光电摄像管以及变象管等。这种在光线作用下，产生光电子发射的物体通常谓之光电阴极。

(2)基于内光电效应的各种器件：它是利用产生内光电效应的物质，在光的作用下改变其电导率（光电导）的器件。主要是各种单晶和多晶的光敏电阻，另外也有些新型的光电导器件如光电导变象管（反射式）和光阻管（电视管）等。

(3)基于光生伏特效应的各种光电器件：即在光的作用下产生电动势的器件，主要是各种光电池。

总的来看建立在光电效应基础上的光电器件，它们的种类是繁多的，性能差异也是很大，以后将分别加以讨论。

§ 3. 光电器件的应用及本课程的任务

光电技术设备在目前国民经济的各个部门中，国防工业中，现代武器中都获得了广泛的应用。它们用于各轻重工业部门，交通运输，文化娱乐，国防武器中。它们能完成生产过程的自动化；遥测、遥控；重工业中控制熔化金属和金属热处理、热加工；通讯广播中的传真，电视；用于各种产品的质量测定；光度、色度和光谱仪中的测量；在国防武器中对夜间或雾天进行观察、警戒、侦察、指挥、联络；用于控制高速飞行的火箭，导弹及鱼雷；此外还用于微弱信号的测量中。因此可以说光电技术已经成为现代先进技术中不可缺少的一个组成部分。

归纳光电器件的各种用途大致可分为以下四类：

(1)用于一般的光电自动控制系统中的光电器件，这时光电器件与

适当回路构成光继电器的形式。它所采用的主要器件是光电管和光敏电阻。

(2)用于光电测量系统中的光电器件；现代光电测量在各种测量中已占有相当重要的地位。它可以通过对光的作用来反应被测物体的一些物理性能。主要应用光电管，光敏电阻，倍增管，光电池等。

(3)用于光电象转换系统中的光电器件：用以解决夜间，雾天的观察和远距离（有限）传象的问题。所使用器件主要有变象管、摄像管和光阻管等。

(4)用于光电探测系统中的光电器件：用以对微信号进行测量；通过探测信号以控制跟踪系统、导航系统、引信系统的工作。常采用光敏电阻，倍增管和光电池等。

光电器件在目前实践中的应用是十分广泛，但是光电器件的工艺至今尚不成熟。一般国家中制造的光电元件成品率较低，这是由它们的工艺特点所决定的。首先，它们的工序很多，在每一个工序中，如果不满足加工要求，那么就将成为废品。其次，工作条件要求严格，例如清洁问题就很重要。第三，器件的光电物质部分的结构，成分都不十分清楚不可能达到完全控制。因此成品率不高。所以提高成品率也是今后的重要任务之一。

本课程的主要内容：

主要介绍光电现象及光电效应的基本规律。为解释这些规律，我们将先介绍有关光的量子理论；晶体中电子状态的能带理论等。在了解基本原理的基础上，介绍各种光电效应的本质，光电器件及它们的特性。在本课程的最后将简述各种光电器件在实际工作中的应用。

第一章 基本原理

§ 1. 光的量子本性：

在波动光学中我們已經了解到：在十九世紀，有关光本性的学說，已經在麦克斯威提出的光的电磁理論中給出了完善的描述。光是一种电磁波，以速度 $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ 在不同介質中传播。几乎一切在当时所发现的光学現象：光在两均匀介質表面上产生的反射和折射現象；光在介質中传播时所产生的散射，吸收和色散等現象；以及表征光波动特性的干涉；衍射和偏振等現象都获得了完善的解释。可以认为光的波动理論已經牢固的建立起来了。直抵輻射和物質的相互作用过程的研究开始，暴露出波动理論的矛盾，才又行建立光的量子理論。

在系統地研究吸收和輻射的过程中，发现了一些与电磁理論相矛盾的事实。应用經典的原理到黑体輻射中，並不能給出与实验符合的結果。在1900年普朗克根据实验数据找出：热平衡輻射时绝对黑体能量对波长的分佈公式。这个公式虽与实验結果符合，但只在承认光的量子化的条件下才能成立。当时普朗克只提出了輻射的分立性，並未脱离波动理論。

此后，在1905年爱因斯坦作出了这样的假設；光不仅在輻射过程中，就是在吸收和传播过程中其能量也是以不連續的形式一分分地进行，並把每一分能量称为一个光量子，其大小符合于下式：

$$\epsilon = h\nu \dots\dots\dots (1-1)$$

式中 h 为普朗克常数。 ν 为光的頻率。光量子具有一定的动量：

$$mC = \frac{h\nu}{c} \dots\dots\dots (1-2)$$

同时它的性質和一般粒子的性質不同对应的靜止質量为零。据公式 (1-2) 可知：

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

根据相对论公式：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

式中 m_0 为静止质量， v 为粒子运动速度。

运动的光量子的速度 $v = c$ 。所以有：

$$m_0 = m \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m \cdot 0 = 0$$

因而，当光量子把所有能量都传给别的物体时，它就消失了。但是通常的粒子这时将变为静止，质量不等于零。

1909年列别捷夫发现和测量了气体上的光压，证明光辐射对它所作用的物体确有压力，这就进一步说明了光的粒子性，也证实了光量子确实具有动量。

我们再研究一些实验，在这些实验中更清楚地表现出辐射的量子性质。

现在以外光电效应为例加以说明。已经指出这是光与物质作用使其表面逸出电子的现象。从研究的结论可知，波动理论无法解释这些现象。例如：逸出光电子的动能仅与光的频率有关，而与光强度无关。根据光的波动理论光能与光强度成正比 $w \propto I \propto E^2$ 。因而与波动理论相矛盾。应用爱因斯坦的量子理论则可获得完善的解释：为了使电子从物质中逸出光量子消耗的能量，由光电效应的基本方程式：

$$h\nu = A + \frac{1}{2} m v^2$$

式中： A 为逸出功， $\frac{1}{2} m v^2$ 为逸出电子的动能。可知：当 A 一定时， ν 愈大逸出电子的动能显然也就愈大。

电子的逸出功 A 对不同物质来说是不同的，而且差别较大。根据

上式当 $h\nu=A$ 时， $\frac{m v^2}{2} = 0$ ，这时逸出电子的动能为零，也就是说有一个开始发生光电效应的最低频率，我们称之为物质的红限。这表明随着一个光电子形成就要消耗一个足够大的光量子。这一点在波动理论中也无法解释。

普朗克常数 h 的值经过许多学者多次实验后公认为： $h=6.658 \times 10^{-27}$ 。

约飞的元光电效应实验也非常能说明这一切，其实验原理如图(1-1)所示。图中A为伦琴射线发射管，采用特殊方法控制，使之成为脉冲发射，各脉冲间的时间间隔是 10^{-3} 秒。

B为控制光栏，用它限制伦琴射线的立体角在所需要的最小范围内。C为平板电容器，两板之间具有均匀电场 E 。D为悬浮在电容器中的金属小颗粒，它的大小为 5×10^{-5} 厘米

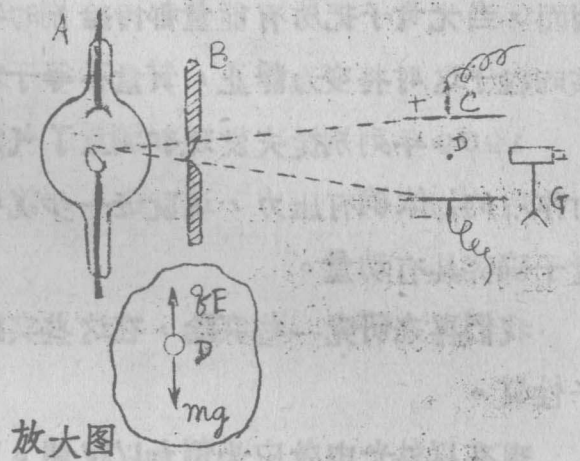


图 1-1

左右，质量为 m ，同时带有满足 $mg=qE$ 关系的电荷 q 如果没有伦琴射线照射，金属微粒能在电容器中可稳定悬浮达几个小时之久。如果用上述脉冲伦琴射线照射时，并用显微镜 G 观察金属微粒的运动，即发现由于光电效应的结果，它的速度按梯级式增加(逐段加快)而趋向于一极。每一阶梯间隔时间约 $10-20$ 分钟(变化一次)也就是说小颗粒电荷变化一次。简单的数学关系如下所述：

在平衡时： $mg = qE$

其中 $q = -ne$

$n e$ 光的作用 $(n-1)e + e$ (光电子飞向电容器正极)。

$$mg > - (n-1) eE$$

由于金屬顆粒受力不平衡，所以要产生加速度运动。如果利用光的波动理論解释这一現象，那么光是以球面波形式传播，在我們研究的立体角內，每經過 10^{-3} 秒将周期地跑过一些伦琴射綫脈冲，这部分脈冲被小顆粒吸收，只有当小顆粒积存了使电子逸出所必需的能量，而后按某种方式把能量交給其中的一个电子时，光电效应才能发生。然而，由实验可知光电子逸出金屬后是具有一定动能的，我們用 T 来表示。

$$T = B - A$$

式中： A 为该金屬的逸出功， B 为电子逸出所必需积存的能量。

从式得知 $B > A$ 。由此知：在能量积存到 B 之前，小顆粒一直是在积累能量，而且只有在能量等于 B 后才把它交給一个电子。我們要問：能量在小顆粒中是怎样积累的？而又是怎样交給一个电子的？这些問題都是完全没法解答。如果根据光量子的观点来看，光量子飞向各个方向，这些方向是偶然的，光量子和小顆粒相遇的几率与光源对小顆粒所张的立体角成正比。因为小顆粒所张的立体角很小，所以光量子落到小顆粒上的机会也很小，然而每当一个光量子落到小顆粒上时，光电子将逸出金屬顆粒并具有动能 $h\nu(B) - A$ 。而每 10—20 分鐘左右粒子电荷变化一次，也与金屬顆粒很小的情况相符合。这种結果显然不符合于光的波动理論，而証实了光的量子理論的正确性。

証实光的量子本性的另一个重要实验是所謂康普頓效应。康普頓效应的实验原理如图 (1-2) 所示。伦琴射綫管 A 发出波长一定的单色伦琴辐射，經過輕原子物質 B (碳或石蜡

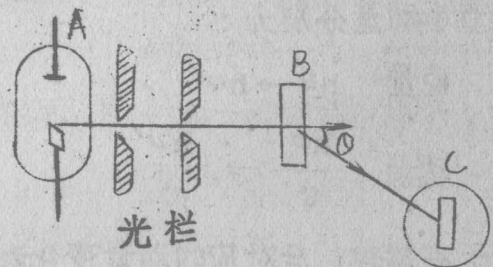


图 1-2 观察康普頓效应示意图。

等)后,发生散射作用,被散射的光可用伦琴射线摄谱仪C进行观察。在观察中发现在散射光谱中除了初级入射的伦琴射线频率而外,还有频率稍微小一点的谱线。即波长较长的谱线。实验证实波长的改变与物质及原射线无关,只是随散射方向不同而改变。设 λ 与 λ_{θ} 分别为入射和沿散射角 θ 方向上射线的波长, $\Delta\lambda$ 为波长变化,从实验得知:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_{\theta} = 2K \sin^2 \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots (1-3)$$

式中 $K = 0.0241 \text{ \AA}$ 。

波动理论只能解释波长不改变的光的散射现象,上述实验结果不能用光的波动理论获得完满解释。

利用光的量子概念则可说明之:解释:这一现象的发生是由于伦琴光子和物质原子中电子的碰撞。实验指出:对所有的轻原子作用结果俱都相同。实际上,在轻原子中电子和原子核的联系较弱,因而电子很容易因外力而脱离原子核,所以我们又可近似地认为是光子与自由电子的作用。

假定它们的碰撞是弹性碰撞。两碰撞质点在碰撞前后它们的能量和动量都应该守恒。碰撞过程的动量关系如图(1-3)所示。光子碰撞前后的能量和动量分别为:

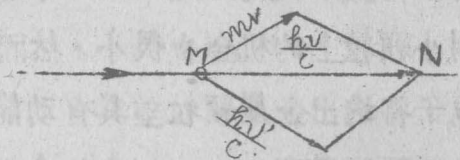


图 1-3 康普顿效应动量关系图

能量 $h\nu \rightarrow h\nu'$

动量 $\frac{h\nu}{c} \rightarrow \frac{h\nu'}{c}$

电子在碰撞前后对应的动量变化为:

$$0 \rightarrow m v$$

据碰撞前后的动量守恒关系，应有：

$$\frac{\vec{h\nu}}{c} = \frac{\vec{h\nu'}}{c} + m\vec{v}$$

结合图形将上面矢量式展为数量式：

$$(m v)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2} \nu\nu' \cos\theta .$$

简化上式可得：

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) . \\ &= \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots (1-4) \end{aligned}$$

式中 $\frac{h}{m_0 c}$ 的计算 结果为： 0.02426 \AA 与实验公式 (1-3) 相符合。

从上面的讨论可知：光的量子理论无疑地在解释光与物质作用时是完全正确。在我们将要讨论的光电效应中，我们总认为光是以量子形式出现。

归纳起来光量子具有下述特点：

- (1) 光量子是具有一定能量 ($\epsilon = h\nu$) 和动量 ($P = \frac{h\nu}{c}$) 的微小粒子。
- (2) 它在以速度 $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ 运动时，具有一定质量。但它又不同于一般粒子，当 $v = 0$ 时，没有静止质量。
- (3) 当光量子与物质作用后，如果消耗了它的全部能量，则光量子将随之消失。

§ 2. 在纯净无缺的晶体中电子运动状态的能带理论和电子在能带中的分佈：

一. 能带的形成和电子在能带中的分佈：

光电效应能够发生在大多数固体物质中，而目前大多数实用的

光电物质是半导体。为了研究半导体光电效应的微观过程，我们先介绍晶体中电子的运动情况。目前对电子运动情况的研究包括两个内容：(1)电子运动的可能状态的研究，也就是说在某种物质中电子有可能在什么状态中存在。研究晶体中可能出现的电子状态就获得了能带理论。(2)电子在这些可能状态中是怎样分布的，以及电子由一个状态向另一个状态跃迁时所必须具备的条件。下面我们就对单原子中和晶体中电子状态及电子在状态中的分布加以讨论。

半导体和其它固体一样，是由一个个紧密周期性地重复排列的原子所构成。这种周期性的原子排列，常称为晶格（晶体）。在晶体中的电子运动状态和在单原子中有所不同，特别是原子外层电子有了显著的变化；而晶体中的电子，尤其是原子内层电子又保留着不少在单个原子中的特征。所以，我们由单原子结合成晶体的过程来说明其中的电子运动状态，将有利于理解二者之间的联系。

1. 单个原子中电子的运动状态：

任何元素的原子都由带正电的原子核和电子组成，电子按不同的轨道围绕在核的周围，作高速运动。电子的大小约为 10^{-13} Cm，原子核的大小约为 10^{-12} Cm左右；原子本身的直径可延伸到 10^{-8} Cm左右。

量子理论认为：在原子中电子是分别排列在内外许多层的量子化轨道上，每一层量子化轨道上都对应着确定的能量。所谓量子化轨道和经典理论中所说的轨道不同，它没有确定的几何轨迹，实际上电子是以一定的几率出现在几何空间。例如：所谓内层轨道是指：在原子核附近电子出现的几率更大的空间范围；而外层轨道，则指在离核较远处电子出现几率更大的空间范围。这一点可参见图（1—4）。图中绘出在氢原子中，各层可能的量子化轨道上电子在空间出现几率的分布情况。例如：在 $3s$ 能级的量子化轨道上，电子在几何轨迹上按

图 3S 曲线的几率分佈出现。即它有可能在核附近出现，而更多的机会是出现在外围。

在量子力学中单原子的运动状态通常採用四个量子数进行描述，即主量子数 n 、副量子数 l 、磁量子数 m 和自旋磁量子数 m_s 。主量子数的大小基本上决定了电子轨道所具有的能量。轨道能量是用下式表示：

$$W_n = - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2} = - \frac{m Z^2 e^4}{2n^2 \hbar^2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \dots\dots\dots (1-5)$$

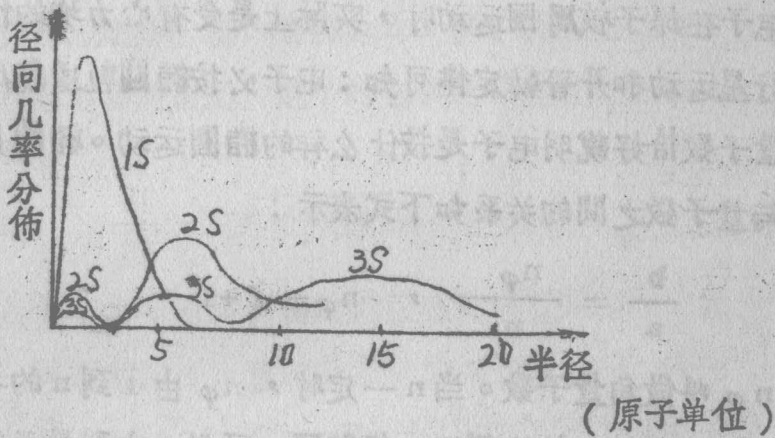


图 1-4 电子运动几率分佈图

式中 n 可取 1, 2, 3, 等正整数。相应的能级符号用 K, L, M, N 等表示。 m —电子质量。 Z —所研究单原子的原子序数。

当我们研究碱金属光谱时发现，原子中电子状态不仅是由电子所在的能级，或它所具有的能量决定，而且还应当与电子在原子核周围转动的动量矩有关。我们知道原子中电子的动能和位能之和的总能量：

$$W_n = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{Z e^2}{r^2} \dots\dots\dots (1-6)$$

而电子绕核转动的动量矩由下式表示

$$P_l = m v r \dots\dots\dots (1-7)$$

将(1-6)式代入(1-7)式则有：

$$P_{\ell} = \sqrt{2m(W_n r^2 + Ze^2)} \dots\dots\dots (1-8)$$

由式(1-8)可知：即使在电子总能 W_n 一定的条件下，对应不同的 r 值可以有不同的动量矩 P_{ℓ} 存在。根据量子力学的研究及实验的结果，可知电子绕原子核转动的动量矩不能为任意值，而应当满足一定的量子化条件：

$$P_{\ell} = \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{h}{2\pi} = \sqrt{\ell(\ell+1)} \hbar \dots\dots\dots (1-9)$$

式中 ℓ 为副量子数，其值可取 $\ell = 0, 1, 2, \dots\dots (n-1)$ 。

电子在原子核周围运动时，实际上是受有心力场的作用而运动，根据行星运动和开普勒定律可知：电子必按椭圆轨道绕原子核运动。而副量子数恰好说明电子是按什么样的椭圆运动。椭圆长短轴 a 与 b 之比与量子数之间的关系如下式表示：

$$\frac{b}{a} = \frac{n_{\phi}}{n}, \quad n_{\phi} = \ell + 1$$

式中 n_{ϕ} 叫做角量子数。当 n 一定时， n_{ϕ} 由 1 到 n 的各整数变化恰好是对应不同长短轴比例的一组椭圆。可见，由副量子数可以说明电子运动轨道的形状。

当 n 相同而 ℓ 不同时，如果电子能量相同，我们称之为简并，对应能级叫简并能级。实际上，只有在理想的有心力场中，粒子的运动才会有上述简并。在一般情况下原子中对应不同 ℓ 值而相同的 n 值时，仍具有不同的能量。当 $\ell = 0, 1, 2, \dots\dots (n-1)$ ，我们把对应轨道称为： $s, p, d, f, g \dots\dots$ 。

通过在外磁场中塞曼效应的研究发现：动量矩的大小虽由副量子数 ℓ 决定，但动量矩的方向是任意。根据量子原理可知，动量矩在空间的方向只能是一些确定的不连续值，即动量矩的方位必须满足“空