

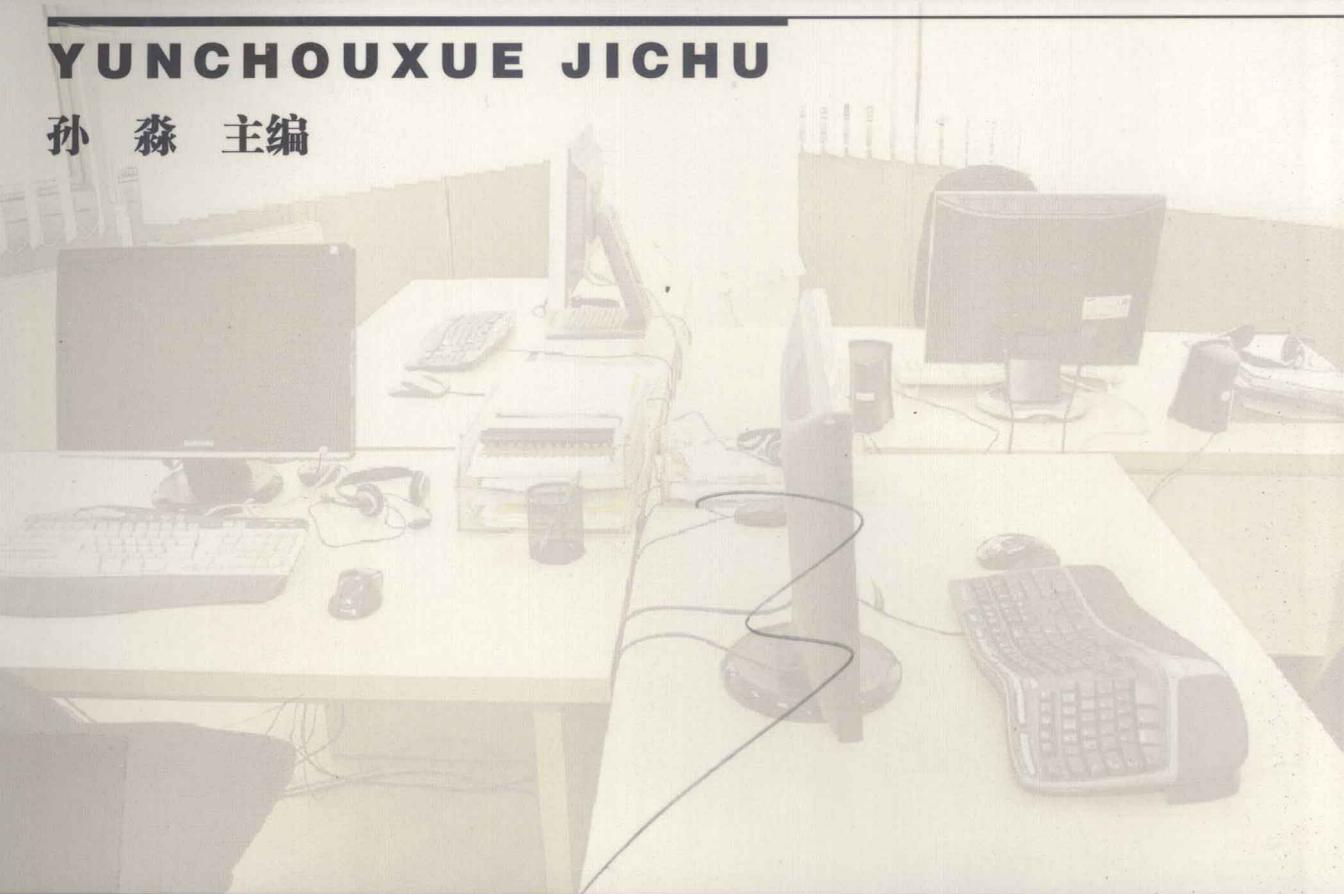


普通高等教育“十二五”规划教材
高等院校工商管理类教材系列

运筹学基础

YUNCHOUXUE JICHU

孙 淼 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

高等院校工商管理类教材系列

运筹学基础

孙 淼 主 编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统地介绍了线性规划、整数规划、动态规划、图与网络分析等运筹学各分支的主要理论和方法,全书共分为8章,内容包括:线性规划基础、单纯形法、对偶理论、灵敏度分析、运输问题、整数规划、动态规划、图论与网络分析。各章开头点明本章学习目标和学习要点;内容上注意结合生产生活实际,有较强的实用性;各章后附有丰富的典型例题和案例分析,以帮助读者复习基本知识和检查学习效果。

本书可供应用型本科院校经济管理类专业和其他理工类专业的本科生作为教材使用,也可作为工程技术人员和经济管理人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础/孙淼主编. —北京:科学出版社,2011
(普通高等教育“十二五”规划教材·高等院校工商管理类教材系列)
ISBN 978-7-03-030208-3

I. ①运… II. ①孙… III. ①运筹学 IV. ①022

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第020235号

责任编辑:李娜 朱大益 / 责任校对:刘玉靖
责任印制:吕春珉 / 封面设计:东方人华平面设计部

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京鑫丰华彩印有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年3月第一版 开本:787×1092 1/16
2011年3月第一次印刷 印张:11 3/4
印数:1—3 000 字数:279 000

定价:25.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换(鑫丰华))

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137374 (HF02)

。 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前 言

运筹学是从 20 世纪 30 年代逐渐发展起来的一门新兴学科。我国从 1957 年开始运筹学的研究，并且将其列为高等院校的一门专业课程。运筹学在生产管理、工程技术、交通运输、军事作战、科学实验、财政经济以及社会科学中都得到了极为广泛的应用。它能够为行政管理人员在做决策时提供科学的依据。

应用运筹学去处理问题时，首先要有全局的观点，通过建立数学模型，对于要求解的问题提供最合理的解决方案。运筹学的内容较为庞杂，目前国内流行的有关运筹学的教材，多半偏重于算法的推导与论证，对于如何根据实际问题针对性地建立数学模型侧重较少，同时对解题的技巧不够重视，不能切实满足应用型本科院校的教学需要。本书强调运筹学理论方法的实用性，可作为运筹学学习的基础性教材，内容上力求深入浅出，文字通俗易懂，方法上着重于解题思路和技巧的直观解释，并尽量结合经济管理专业和生产生活列举一些实例。

全书具体编写分工如下：绪论及第一、二、五章由孙淼执笔；第三、四章由田淑芬执笔；第六章由马凤鸣执笔；第七、八章由屈春艳执笔。本书编写过程中还参考了许多同类教材，在此，对相关作者表示衷心的感谢。

由于编者的理论和业务水平有限，书中错讹及疏漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

目 录

| | |
|-------------------|----|
| 绪论 | 1 |
| 第一节 运筹学简史 | 2 |
| 一、现代运筹学发展简史 | 2 |
| 二、中国运筹学的发展简史 | 2 |
| 三、运筹学会和学校教育的蓬勃发展 | 3 |
| 第二节 运筹学的定义和特点 | 4 |
| 一、运筹学的定义 | 4 |
| 二、运筹学的性质和特点 | 5 |
| 三、运筹学的主要分支 | 5 |
| 第三节 运筹学的工作步骤 | 7 |
| 一、提出和分析问题 | 7 |
| 二、建立数学模型 | 7 |
| 三、模型的求解 | 8 |
| 四、对模型和由模型导出的解进行检验 | 8 |
| 五、解的控制和方案实施 | 8 |
| 小结 | 8 |
| 第一章 线性规划基础 | 9 |
| 第一节 线性规划问题及其数学模型 | 10 |
| 一、问题的提出 | 10 |
| 二、线性规划问题的数学模型 | 11 |
| 三、数学模型的表达方式 | 12 |
| 第二节 线性规划问题的标准化 | 14 |
| 第三节 图解法 | 15 |
| 第四节 线性规划问题解的概念 | 19 |
| 一、解的基本概念 | 19 |
| 二、基本定理 | 20 |
| 小结 | 21 |
| 案例分析 | 21 |
| 本章自测题 | 22 |



| | |
|-----------------------------|----|
| 第二章 单纯形法 | 25 |
| 第一节 单纯形法基本原理 | 26 |
| 第二节 单纯形法计算步骤及应用举例 | 27 |
| 一、单纯形法的基本结构 | 27 |
| 二、单纯形法的计算步骤 | 27 |
| 三、应用举例 | 28 |
| 第三节 单纯形法的进一步讨论 | 31 |
| 一、人工变量 | 31 |
| 二、大 M 法 | 32 |
| 三、两阶段法 | 33 |
| 第四节 单纯形法的矩阵描述 | 35 |
| 第五节 建模应用举例 | 36 |
| 一、生产计划问题 | 37 |
| 二、混合配料问题 | 37 |
| 三、人力资源问题 | 38 |
| 四、下料问题 | 38 |
| 五、运输问题 | 39 |
| 六、投资问题 | 40 |
| 小结 | 40 |
| 案例分析 | 41 |
| 本章自测题 | 42 |
| 第三章 对偶理论 | 47 |
| 第一节 线性规划的对偶问题 | 48 |
| 一、对偶问题的提出 | 48 |
| 二、对偶问题的写法 | 49 |
| 第二节 对偶问题的基本性质 | 53 |
| 一、对称性 | 53 |
| 二、弱对偶性 | 54 |
| 三、最优性 | 56 |
| 四、强对偶性（或称对偶定理） | 56 |
| 五、互补松弛性 | 57 |
| 六、原问题单纯形表中的检验数行对应对偶问题的一个基本解 | 58 |
| 第三节 对偶变量的经济解释——影子价格 | 61 |
| 一、影子价格的概念 | 62 |
| 二、影子价格的经济含义 | 62 |



| | |
|-----------------------------|-----------|
| 第四节 对偶单纯形法 | 63 |
| 一、对偶单纯形法的基本思想 | 63 |
| 二、对偶单纯形法的计算步骤 | 64 |
| 小结 | 66 |
| 案例分析 | 66 |
| 本章自测题 | 67 |
| 第四章 灵敏度分析 | 71 |
| 第一节 灵敏度分析的基本思路 | 72 |
| 一、灵敏度分析的含义 | 72 |
| 二、灵敏度分析的基本思路 | 72 |
| 第二节 目标函数系数变化的灵敏度分析 | 72 |
| 一、目标函数中非基变量系数变化的灵敏度分析 | 72 |
| 二、目标函数中基变量系数变化的灵敏度分析 | 74 |
| 第三节 资源数量变化的灵敏度分析 | 75 |
| 第四节 增加一个新变量的灵敏度分析 | 77 |
| 第五节 增加一个约束条件的灵敏度分析 | 78 |
| 第六节 工艺系数变化的灵敏度分析 | 80 |
| 一、非基列变化的灵敏度分析 | 80 |
| 二、基列变化的灵敏度分析 | 81 |
| 小结 | 83 |
| 案例分析 | 84 |
| 本章自测题 | 88 |
| 第五章 运输问题 | 92 |
| 第一节 运输问题的数学模型及特点 | 93 |
| 第二节 表上作业法 | 95 |
| 一、给定初始调运方案 | 95 |
| 二、最优性检验 | 101 |
| 三、方案调整 | 104 |
| 第三节 运输问题的进一步讨论 | 106 |
| 第四节 应用问题举例 | 107 |
| 一、求极大值问题 | 107 |
| 二、需求量有上下限的运输问题 | 108 |
| 三、转运问题 | 109 |
| 小结 | 110 |
| 案例分析 | 110 |



| | |
|------------------------------|------------|
| 本章自测题 | 112 |
| 第六章 整数规划 | 116 |
| 第一节 整数规划的数学模型及解的特点 | 117 |
| 一、整数规划数学模型的一般形式 | 117 |
| 二、整数规划数学模型举例 | 117 |
| 三、整数规划解的特点 | 119 |
| 第二节 整数规划的割平面法 | 120 |
| 第三节 分枝定界法 | 123 |
| 第四节 0-1 型整数规划 | 126 |
| 一、0-1 变量及 0-1 型整数规划概述 | 126 |
| 二、0-1 型整数规划的解法 | 126 |
| 第五节 指派问题及匈牙利法 | 128 |
| 一、问题的提出 | 128 |
| 二、指派问题的数学模型 | 129 |
| 三、匈牙利法 | 130 |
| 四、非标准形式的指派问题 | 133 |
| 小结 | 133 |
| 案例分析 | 134 |
| 本章自测题 | 136 |
| 第七章 动态规划 | 139 |
| 第一节 基本概念、基本方程与最优化原理 | 140 |
| 一、基本概念 | 141 |
| 二、最优化原理及基本方程 | 143 |
| 三、基本解法 | 144 |
| 第二节 动态规划应用 | 145 |
| 一、资源分配问题——离散确定性的决策过程 | 145 |
| 二、机器负荷分配问题——连续确定性的决策过程 | 147 |
| 三、静态规划问题 | 150 |
| 小结 | 152 |
| 案例分析 | 152 |
| 本章自测题 | 154 |
| 第八章 图论与网络分析 | 157 |
| 第一节 图的基本概念 | 159 |
| 一、图 | 159 |



| | |
|---------------------------|-----|
| 二、端点、关联边 | 159 |
| 三、相邻：点相邻、边相邻 | 159 |
| 四、环、多重边、简单图、多重图 | 159 |
| 五、次、奇点、偶点、孤立点、悬挂点、悬挂边 | 159 |
| 六、链、开链、闭链、简单链、初等链、圈 | 160 |
| 七、连通图与分离图（不连通图） | 160 |
| 八、子图、真子图、部分图 | 160 |
| 九、有向图、无向图 | 160 |
| 十、网络 | 161 |
| 第二节 最短路问题 | 161 |
| 一、Dijkstra 算法 | 162 |
| 二、算法应用举例 | 163 |
| 三、欧拉回路与中国邮递员问题 | 164 |
| 第三节 最大流问题 | 168 |
| 一、最大流问题的数学模型 | 169 |
| 二、基本概念及定理 | 169 |
| 三、求最大流的 Ford-Fulkerson 算法 | 171 |
| 四、算法应用举例 | 172 |
| 小结 | 173 |
| 案例分析 | 174 |
| 本章自测题 | 175 |
| 参考文献 | 178 |

绪论

学习目标

通过本章教学，理解运筹学的定义、特点与主要分支；熟悉运筹学的工作步骤；了解运筹学的发展历史。

学习要点

- 理解运筹学的定义与特点。
- 理解运筹学的主要分支。
- 熟悉运筹学的工作步骤。

关键词

运筹学 发展历史 工作步骤

导入案例

反 潜 艇 战

第二次世界大战期间，英国陆军遭到很大挫折，又受到德国空军和海军的封锁，形势十分危急，如何转变战争局势，成为当时亟待解决的严重问题。在 20 世纪 30 年代末期虽然已研制成功了雷达和新式作战飞机等武器，但由于没有实际使用经验，在当时资源十分缺乏的情况下，难于正确评估和迅速提高这些武器的使用效率。为了动员各方面的力量，将科学家的聪明才智运用到战争当中，英国国防部在 1940 年成立了一个专门小组进行作战研究，该小组包括四位物理学家、两位数学家、三位生理学家、一位测量员和一位军官，由著名物理学家布莱克特领导。这个小组研究了一系列与作战和武器运用有关的问题，取得了显著效果。

反潜艇战是当时着重研究的一个问题。潜艇的可怕之处在于，它能够潜入水中，使对方不易觉察。因此，反潜艇的首要问题就集中在如何搜索潜艇位置上，著名数学家库普曼在这一课题研究中起了很大作用，这一研究后来发展成为搜索论。搜索到潜艇的目的是为了打沉它，原来用飞机投掷普通炸弹，破坏力不大，于是改为深水炸弹，但是新的问题也随之出现了：在水下多深处爆炸效果最好？著名物理学家肖莱克经科学的定量分析，发现在 25 英尺深处爆炸能使袭击成功的机会增加三倍。这样一来就作出了如下决策：在潜艇刚开始下沉时投弹攻击，起爆点为水面下 25 英尺。这种方法的采用使德国潜艇被摧毁的数目增加了四倍。



第一节 运筹学简史

“运筹学”一词最早出现于 1938 年的英国，英国人称之为 Operational Research。1942 年美国开始从事这项工作，称之为 Operations Research (O.R.)，直译为“作业研究”或“运用研究”。1957 年我国学者参照《史记·高祖本纪》中的词句“夫运筹策帷帐之中，决胜于千里之外”，摘取“运筹”二字，将 O.R. 正式译为运筹学，其意为运算筹划、出谋献策、以最佳策略取胜，这就极为恰当地概括了这门学科的精髓。

一、现代运筹学发展简史

运筹学作为一门现代科学，起源于第二次世界大战期间英、美等国的军事运筹小组。1935 年，为了应对德军空袭，英国科学家开始进行雷达试验，在波德塞 (Baudsey) 建立了专门的研究机构，并在沿海建立了一些雷达站。1938 年，英国空军在一次空防大演习中发现，空军的飞机定位控制系统和雷达站发送来的信息常常是相互矛盾的，需要作关联、协调处理，以改进作战效能。为此，英国空军成立了作战研究运筹学小组，从事警报和控制系统的研究。在 1939~1940 年间，这个小组的任务扩大到包含防卫战斗机的布置，并对某些未来的战斗结果进行预测，以供决策之用。

英国运筹小组卓有成效的工作促使美国军事管理部门也开始进行类似的研究。1942 年，美国大西洋舰队反潜艇指挥官贝克 (Baker) 组织并领导了反潜艇战运筹组，即后来隶属于美国海军总司令部的运筹组的前身，这个运筹组集中了一批著名的科学家，其研究课题包括：通过适当配备护航舰队，减少船只受到潜艇攻击的损失；通过改进深水炸弹投放的深度，使德国潜艇的损毁率提高；根据飞机出动架次作出维修安排，提高飞机的作战效率，等等。在战争结束时，英国、美国和加拿大三国的军队中，运筹学工作者已超过 700 人。

第二次世界大战后，运筹学的研究主要转向经济方面，重点集中在如何用一定的投入获得更多的产出或如何用更少的投入来获取一定的产出，从而使运筹学在管理科学中获得了长足的发展。随着各国工业的逐步恢复和繁荣，组织内与日俱增的复杂性和专门化所产生的问题，很多人认识到，这些问题与战争中曾面临的问题非常类似，只是具有不同的现实环境而已。运筹学就这样被引入工商企业和其他部门，并在 20 世纪 50 年代以后得到了广泛的应用。随着运筹学的发展，人们逐渐在系统配置、聚散、竞争的运用机理等方面形成了一套比较完备的理论，如规划论、排队论、存储论、决策论等。理论上的不断成熟，加上电子计算机的问世，又反过来促进了运筹学的发展，经过科学家们 50 多年的不懈探索，目前运筹学已成为一个门类齐全、理论完善，有着广泛应用前景的新兴学科。

二、中国运筹学的发展简史

在中国历史的长河中，运筹谋划的思想俯拾皆是，经典的运筹谋划案例层出不穷，



如田忌赛马和丁渭主持北宋皇宫的修复等。田忌赛马是说一次田忌和齐王赛马，规定双方各出上中下三个等级的马各一匹。如果按同等级的马比赛，齐王可获全胜，但田忌采取的策略是以下马对齐王的上马，以上马对齐王的中马，以中马对齐王的下马，结果田忌反以二比一获胜。北宋真宗时，皇宫失火，由大臣丁渭主持修复工作。他让人在宫前大街取土烧砖，挖成大沟后灌水成渠，利用水渠运来各种建筑用材料，工程完毕后再以废砖乱瓦等填沟修复大街，做到减少成本和方便运输，加快了工程进度。田忌赛马的对策和丁渭一举三得的修复皇宫方案，都是典型的运筹案例。

我国现代运筹学的研究和应用起步较晚，在 20 世纪 50 年代才由钱学森、许国志等教授引入。但之后运筹学的发展还是相当迅速的。我国运筹学的应用是在 1957 年，始于建筑业和纺织业。在理论联系实际的思想指导下，1958 年在交通运输、工农业生产等方面都得到应用，产生了独具风格的“表上作业法”。在纺织行业，用排队论方法解决细纱车间的劳动组织、最优折布长度等问题。在解决邮递员合理投递线路时，管梅谷教授在 1962 年首先提出了这一问题的解法，被国外誉为中国邮路问题。1970 年前后在著名数学家华罗庚教授的直接指导下，在全国范围内推广统筹方法和优选法，并取得了卓著的成效，也促使一大批数学家加入到运筹学的研究队伍中来，在运筹学研究领域内取得了很大成绩，在很多分支领域跟上了当时的国际水平。近年来，一批有远见的运筹学工作者也在老一辈科学家的带领下茁壮成长起来。

三、运筹学会和学校教育的蓬勃发展

随着运筹学研究的不断深化，世界上很多国家都先后成立了致力于该领域及相关活动的专门学会。最早建立运筹学会的国家是英国（1948 年），接着是美国（1952 年）、法国（1956 年）、日本和印度（1957 年）等。1959 年，英、美、法三国的运筹学会发起并成立了国际运筹学联合会（International Federation of Operational Research Societies, IFORS）。以后各国的运筹学会纷纷加入。我国的运筹学会成立于 1980 年，1982 年加入 IFORS 并创刊《运筹学杂志》，以后又加入了成立于 1985 年的亚太运筹学联合会（Association of Asia-Pacific Operations Research Societies, APORS）。多年来国际运筹学学术活动非常活跃，并出版学术刊物，促进着运筹学的不断发展。

从学校教育方面来看，1948 年，美国麻省理工学院开设了第一个非军事 O.R. 技术课程。1952 年，第一套能授予硕士及博士学位的 O.R. 课程设置在 Case 理工学院建立。之后，美国约有 30 所大学开始介绍 O.R. 课程。20 世纪 50 年代早期，英国伯明翰大学率先在英国开设了 O.R. 课程。1964 年，新成立的兰卡斯特大学坐上了英国 O.R. 教育的第一把交椅。之后的几年里，英国约有 12 所大学为研究生和本科生开设了 O.R. 课程，其中约一半学校设有 O.R. 系科。在多数拥有全国性 O.R. 学会的国家，该过程也在进行。我国也是 O.R. 教育发展较早的国家之一。但将运筹学作为主要专业课列入教学计划，则始于 20 世纪 80 年代。1998 年，在教育部颁布的《本科专业目录和专业介绍》中，正式将运筹学课程列为经济、管理专业的主干课程。



阅读资料

运筹学的研究应用已经给企业和国民经济各部门带来了巨大的财富节约。由国际运筹学联合会和美国运筹学(管理科学)学会联合主办的 *Interfaces* 杂志主要用于刊登运筹学的应用成果,在世界范围内对大量富有竞争力的入围者进行艰苦的评审,每年评审一次,由国际运筹学联合会对最优秀的六项运筹学(管理科学)应用成果,授予弗兰茨·厄德曼(Franz Edelman)奖,并刊登于该杂志每年的首期(1~2月号)上。发表在该期刊上的部分获奖项目如表 0-1 所示。

表 0-1 弗兰茨·厄德曼奖部分获奖项目

| 组织 | 成果概况 | 发表年份 | 效益/亿美元每年 |
|--------------|-----------------------------------|------|------------------|
| Citgo 石油公司 | 炼油过程及产品供应、分配、销售的整体优化 | 1987 | 0.7 |
| 旧金山警署 | 应用计算机系统实现巡警值班与调度的优化 | 1989 | 0.11 |
| Texaco 公司 | 满足质量和销售需要的汽油产品的优化调和 | 1989 | 0.3 |
| 美国电报 电话公司 | 商用客户营业中心的优化选址 | 1990 | 4.06 |
| IBM 公司 | 备件库存的全国网络的整合用以改进服务支持 | 1990 | 0.02 及降低库存 2.5 亿 |
| 美洲航空公司 | 设计一个票价结构、订票和协调航班的系统用来增加收入 | 1992 | 5.0 及更多收入 |
| 中国 | 为满足国家未来能源需求的发电、交通、采煤等大型项目的优选及投产安排 | 1995 | 4.25 |
| 数字设备公司 | 供应商、工厂、分销中心、潜在厂址和市场区域的全球供应链重构 | 1995 | 8.0 |
| 宝洁公司 | 重新设计北美的生产和分销系统以降低成本和加速市场进入 | 1997 | 2.0 |

第二节 运筹学的定义和特点

一、运筹学的定义

什么是运筹学?目前还没有一个统一而确切的定义。《中国大百科全书》(1991年版)的释义为:运筹学“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源,使实际系统有效运行的技术科学,它可以用来预测发展趋势,制定行动规划或优选可行方案”。《中国企业管理百科全书》(1984年版)中的释义为:运筹学“应用分析、试验、量化的方法,对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理”。《辞海》(1979年版)中有关运筹学条目的释义为:运筹学“主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力”。英国《运筹学



杂志》则认为“运筹学是运用科学方法（特别是数学）来解决那些在工业、商业、政府和国防部门中，有关人力、机器、物质、金钱等大型系统的指挥和管理方面出现的问题的科学，目的是帮助管理者科学地决策其策略和行动”。

二、运筹学的性质和特点

运筹学属于应用数学范畴。具体地说，它是一门管理数学，是一种通过对系统进行科学的定量分析，从而发现问题、解决问题的系统方法论。与其他的自然科学不同，运筹学研究的对象是“事”，而不是“物”，它揭示的是“事”的内在规律性，研究的是如何把“事”办得更好的方式和方法。

运筹学研究的主要特点包括以下几个方面。

1) 运筹学的研究对象是经济、军事及科学技术等活动中能用数量关系来描述的有关运用、筹划与管理等方面的问题。目前，运筹学已被广泛应用于农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织、商业等部门，最终目的是使有组织的系统中的人、财、物和信息得到最有效的利用。它总是力求使系统的产出最大化，使投入与产出的比例实现最佳配置。它特别重视效益与费用的比较，强调在降低成本费用的基础上追求系统效益和产出的最优化。

2) 运筹学研究强调整体最优。在一个系统中，局部最优并不代表整体最优。因此，运筹学着重从全局或系统的观点看问题，始终追求总体效果最优。系统是由相互关联、相互制约、相互作用的一些部分组成的具有某种功能的有机整体。运筹学在研究问题时，总是力求从事物方方面面的联系中进行分析，强调通过协调各组成部分之间的关系和利害冲突，使整个系统达到最优状态。

3) 运筹学研究需要多学科的配合。对于系统的有效管理涉及很多方面，运筹学研究往往能够吸引来自不同领域、具有不同经验和技能的专家，从而增强了发挥小组集体智慧、提出问题和解决问题的能力。运筹学解决的问题往往是政治、经济、技术、社会、心理、生态等多种因素的综合体，涉及数学、经济学、社会学、管理学、心理学等多方面的知识。这种多学科的协调配合对于问题的解决显得特别重要。这一点从运筹学的发展历史中可以看出。

4) 运筹学研究的精髓是建立数学模型。运筹学透过各种错综复杂的数量关系，抓住主要矛盾，通过对问题的深入分析，建立合适的模型，使问题在量化的基础上能科学、合理地得到解决。因此，学好运筹学的关键就是要提高对运筹学数学模型的表达、运算和分析能力。

三、运筹学的主要分支

1. 线性规划 (linear programming)

经营管理中关注的问题是如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务，或在预定的任务目标下，如何耗用最少的人力、物力去实现目标。这类统筹规划的问题用数学



语言表达为：先根据问题要达到的目标选取适当的变量，问题的目标通过用变量的函数形式表示（称为目标函数），对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达（称为约束条件）。当变量连续取值，且目标函数和约束条件均为线性时，称这类模型为线性规划的模型。有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支。线性规划建模相对简单，有通用算法和计算机软件，是运筹学中应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题有运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等。有些规划问题的目标函数是非线性的，但往往采用分段线性化等方法，转化为线性规划问题。

2. 非线性规划（nonlinear programming）

线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的，对这类模型的研究构成非线性规划分支。由于大多数工程物理量的表达式是非线性的，因此非线性规划在各类工程的优化设计中得到较多应用，它是优化设计的有力工具。

3. 动态规划（dynamic programming）

动态规划是研究多阶段决策过程最优化的运筹学分支。有些经营管理活动由一系列相互关联的阶段组成，在每个阶段依次进行决策，而且上一阶段的输出状态就是下一阶段的输入状态，各阶段决策之间互相关联，因而构成一个多阶段的决策过程。动态规划研究多阶段决策过程的总体优化，即从系统总体出发，要求各阶段决策所构成的决策序列使目标函数值达到最优。

4. 图论与网络分析（graph theory and network analysis）

生产管理中经常遇到工序间的合理衔接搭配问题，设计中经常遇到研究各种管道、线路的通过能力，以及仓库、附属设施的布局等问题。运筹学中把一些研究的对象用节点表示，对象之间的联系用连线（边）表示，用点、边的集合构成图。图论是研究由节点和边所组成图形的数学理论和方法。图是网络分析的基础，根据研究的网络对象（如铁路网、电力网、通信网等），赋予图中各边某个具体的参数，如时间、流量、费用、距离等，规定图中各节点代表具体网络中任何一种流动的起点、中转点或终点，然后利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析。网络分析还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系，以便对工程进度进行优化控制。

5. 排队论（queueing theory）

排队论又称随机服务系统理论，是研究拥挤现象（排队、等待）的科学。在这种系统中，服务对象的到达过程和服务过程一般都是随机性的，是一种随机聚散过程。它通过对随机服务对象的统计研究，找出反映这些随机现象平均特性的规律，从而提高服务系统的工作能力和工作效率。



6. 存贮论 (inventory theory)

存贮论又称库存理论,是研究确定经营管理工作中保证系统有效运转的物资储备量,即系统需要在什么时间、以什么数量和供应来源补充这些储备,使得保持库存和补充采购的总费用最小。

7. 对策论 (game theory)

对策论也称博弈论,是一种研究对抗性竞争局势的数学模型,其目的在于寻求最优的对抗策略。在这类模型中,参与对抗的各方均有一组策略可供选择,对策论的研究为对抗各方提供为获取对自己有利的结局应采取的最优策略。目前,对策论已应用于商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析,利益集团间的协商和谈判,以及军事上各种作战模型的研究等。

8. 决策论 (decision theory)

决策就是人们为了达到某一特定的目标,从若干个可行方案中选择最优或满意方案的过程。决策论是运筹学的重要分支之一,广泛应用于经营管理工作中。它是根据系统的状态信号和评价准则,选择一组最优策略的理论。

第三节 运筹学的工作步骤

一、提出和分析问题

学习和应用运筹学的目的是要解决问题,而解决问题的第一步是提出问题,并对所研究的问题和系统进行观察分析,归纳出决策的目标以及制定决策时在行动、时间、资源等方面的限制。运筹学工作就是要在这些分析和归纳的基础上,确定问题中要实现的决策目标是什么,哪些是可控的决策变量,哪些是不可控的变量,各相关变量的关系是什么,以及限制变量取值的工艺技术条件及对目标的有效度量等。

二、建立数学模型

模型是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表达。模型表达了问题中可控的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系。模型的正确建立是运筹学研究中的关键一步。一个典型的运筹学模型包括四部分:①一组需要通过求解模型确定的决策变量;②一个反映决策目标的目标函数;③一组反映系统复杂逻辑和约束关系的约束方程;④模型要使用的各种参数。



三、模型的求解

模型的求解是指用数学方法或其他工具对所建立的模型进行求解。根据问题的要求,可分别求出最优解、次最优解或满意解;依据对解的精度及要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等。

四、对模型和由模型导出的解进行检验

模型和实际之间总是存在一定的差异,因此模型的最优解并不一定就是实际问题的最优解。为了检验得到的解是否正确,常采用回溯的方法,即将历史资料输入模型,研究得到的解与历史实际的符合程度,以判断模型是否正确。通过检验,可以发现模型的结构和逻辑错误,并了解模型求解结果与实际问题的差距。只有当模型在一定程度上能相对准确地反映实际问题时,运筹学分析才算达到了理想的效果。

五、解的控制和方案实施

任何模型都有一定的适用范围,判断模型的解是否有效,要首先注意模型是否继续有效,并依据灵敏度分析的方法,确定最优解保持稳定时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围,就要及时对模型和导出的解进行修正。运筹学研究的最终目的是要确保方案的实施,提高被研究系统的效率,因此就必须使管理人员与运筹学分析人员取得共识,让管理人员明确该方案如何实施、实施的时间和可能遇到的阻力,并为此制定克服困难的相应措施。只有这样,才能确保研究和分析成果的真正实施。

知识拓展

学习运筹学必须使用相应的计算机软件,必须注重学以致用原则。为了使运筹学在工商管理、企业运作、交通运输中发挥应有的作用,要把管理学的学习放到现代科技,特别是计算机的迅速发展与应用背景中来,在学习中充分地使用计算机软件。在学习运筹学时,不仅要掌握一些必要的原理和算法,还要学会借助相应的计算机软件解决管理问题,即学会把实际问题概括为计算机能够识别的模型,然后输入计算机中,进而将计算机求解的结果应用到实际中去,以解决实际问题。

小 结

绪论部分是全书的总纲,主要介绍了运筹学发展的简史、我国古代文献中朴素的运筹学思想、世界各国运筹学会和运筹学教育的发展;运筹学的定义、性质、特点以及运筹学的主要分支;最后介绍运筹学的工作步骤。