



新教材

① XINJIAOCAI WANQUANJIEDU ①

完全解读

新课标 · 人A



与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

数学

高中（选修2-3）

主 编：王爱花 本册主编：邬美英

吉林人民出版社

全新改版
含教材习题解答



新教材

XINJIAOCAIWANQUANJIEDU

完全解读

与最新教材完全同步
重点难点详尽解读

数学

新课标·人A
高中(选修2-3)



YZLI0890161331

主 编：王爱花
本册主编：郭美英
副 主 编：范凤银
编 者：王继红
何福伟
刘 静
张文华

耿稳超 姬生朴 智新征 李秀芹
曹 峰 杨玉啟 郑银峰 郑银河
郑明泉 丁德诚 张习海 王善福

全新改版
含教材习题解答

吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

新教材完全解读:人教A版·高中数学·2-3:选修/王爱花主编. —长春:吉林人民出版社,2008.4

ISBN 978 - 7 - 206 - 05615- 4

I. 新… II. 王… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 045605 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:罗明珠 史菁菁

新教材完全解读·高中数学选修2-3 新课标(人A)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街7548号 邮政编码:130022)

网址:www.zigengguoji.com 电话:0431-85202911

主 编 王爱花	本册主编 邹美英
责任编辑 张长平 王胜利	封面设计 魏 晋 薛雯丹
责任校对 孙晓春 张天龙	版式设计 邢 程

印刷:北京市梓耕印刷有限公司

开本:880×1230 1/32

印张:20 字数:600千字

标准书号:ISBN 978 - 7 - 206 - 05615 - 4

2011年4月第4版 2011年4月第1次印刷

全套定价:37.60元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。联系电话:(010)89579201
图书质量反馈电话:(0431)85202911 售书热线:(010)85710890

新教材完全解读

编写宗旨

1. 本书是一套与教材同步的讲解类图书。在编写中本着“精、细、透、全、新”的宗旨，首先落实知识点—连成知识线—形成知识面—结成知识网，对重点、难点详尽解读，同时还有兼知识性与趣味性于一体的辅助性知识，是一本可以代替教材的教辅书。
2. 完整的学习体系。通过基础全面解读、重难点层层突破等环节形成完整的能力培养体系，让学生在学习知识的过程中形成能力。
3. 平时训练考试化。通过讲评最新高考真题、模拟题，练方法、练技巧、练速度、练准确度、练准确率。
4. 教材习题全面解答。本书全面解析教材课内和课后习题，注重解题思路的点拨，是您学习的好帮手。

栏目使用说明

本书栏目

栏目内容概览

栏目功能

本章导学

概述本章的主要内容及重难点知识，介绍学习方法，指引学生进入本章的学习。

提纲挈领

课前预习

指明本节的学习目标，为学好本节知识做准备；用知识导图优化知识结构，一目了然。

明确目标

解读教材

按教材知识点的顺序对基础知识进行全面讲解，再对教材隐藏的知识点深入挖掘、拓展，适时总结规律方法，讲解全面，重点突出。

知识全解

典例精析

按考点精选典型例题，注重归纳解题规律和方法技巧；总结易错点和疑难点，突破思维误区，减少失误；设置经典高考真题和模拟题，并点明命题立意，通过名师点评使学生在掌握知识的同时提升能力。

高效解题

教材习题全解

对教材中的习题全解全析，使学生在做教材习题时可以自我校对，方便实用、不留疑惑。

详解精析

知能提升训练

设置一套课后练习题检验学生本节所学，考查全面、题型新颖、梯度合理。

学以致用

章末总结

系统总结本章的知识，形成知识网络；以专题的形式设置综合性较强的典型例题进行系统讲解；检测阶段所学知识，全面提升应试能力。

归纳整合

同样的教材，不一样的解读

NO.1 闭环的学习环节，知识体系完整无缺

本书从宏观的计划学习开始，贯串了学习过程中的课前预习、课堂学习、课后练习、总结复习所有环节，形成一个完整的闭环，学习知识的整个体系没有任何缺失。

NO.2 讲解分层重点突出，知识讲解全面系统

本书将基础知识、拓展知识进行分层讲解，梯度性大大加强，照顾到各个层面学生的不同需要，360°逐点扫描，让知识没有盲点。

NO.3 精选例题“点”“评”结合，名师伴你解典题

本书在精选例题时更加注重典型性，从知识点的覆盖面和难度上真正适合学生的需要，注重思路的“点”拨，并且增加了名师对最新高考真题的“评”析，解密高考题背后隐藏的命题立意和出题角度，通过评一题帮学生解一类题。

NO.4 易错易混点重点讲解，层层解读破疑难

针对学生在学习过程中对知识理解和解题方法上的易错点和易混点，通过单独的栏目并配以例题进行重点讲解，排除各种容易丢分的可能因素，防患于未然。

NO.5 贴近高考紧扣考点，解读考势得高分

本书在讲解知识的同时，贯串了“高考能力培养在平时”的理念，即在平时的学习中时刻与高考对接，熟悉考点分布，从而有效地减少考试中的失误。

选择本书你会发现无限的惊喜和收获

本书详尽的知识点讲解，助你夯实基础
本书实用的方法技巧总结，助你拓展提高
本书完整的学习体系，助你成就卓越



梓耕寄语

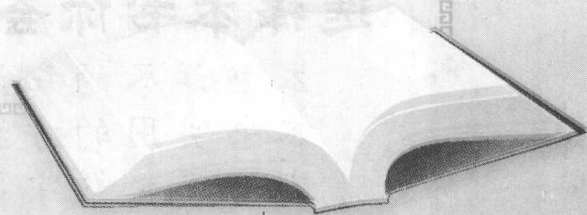
爱读书，善读书

读书是一种乐趣。“闲来无事常读书”，能够静静地、不受惊扰地沉入到书的世界，是一种快乐的享受。事实上，也只有书，才能让人游离出现实的烦恼和羁绊，天马行空，神游八方，纵跨古今，横跃东西。

古人就有“博百家所长，为我所用”的读书情怀。只要忙里偷闲，拥卷在手，就可以给心灵放假。凭着一腔怡然和恬淡的情怀，开始精神的遨游，实在是生活中十分惬意和快乐的事情。

读书更要善于选择。读书说起来简单，但要善于选择、善于思考、明辨是非、知所适从。读一本好书，让我们得以明净如水，开阔视野，丰富阅历，益于人生；读一本好书，可以给身心以滋补和调养，缓解思想的困顿和迷茫，洗去久居世事的尘埃和污垢，让心境超然物外，从而忘却诸多的纠缠和烦扰，心灵便有了一份宁静的依托、归属和安慰。

读书其实也是在读人，读人品、读情趣，是一个人在同另一个人、另一些人的思想和情趣进行沟通和交流，就像条条小溪汇成大海，让书中的点点滴滴、丝丝缕缕，如同涓涓细流，流淌到自己的心底，弥漫和浸染心扉。所以，读书不但是生活的一种享受，也是生命的一种安慰，更是心灵的一种需要！



目录

第1章 计数原理 1

本章导学 1

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

课前预习	1
解读教材	2
典例精析	4
教材习题全解	8
知能提升训练	8

1.2 排列与组合

1.2.1 排列

课前预习	9
解读教材	10
典例精析	12
教材习题全解	17
知能提升训练	17

1.2.2 组合

课前预习	18
解读教材	18
典例精析	22
教材习题全解	27
知能提升训练	28

1.3 二项式定理

课前预习	29
解读教材	30
典例精析	32
教材习题全解	37
知能提升训练	39

章末总结 40

本章综合评价 43

第2章 随机变量及其分布 45

本章导学 45

2.1 离散型随机变量及其分布列

课前预习	46
解读教材	46
典例精析	49
教材习题全解	53
知能提升训练	54

2.2 二项分布及其应用

课前预习	55
------	----

解读教材	55
------	----

典例精析	59
------	----

教材习题全解	68
--------	----

知能提升训练	69
--------	----

2.3 离散型随机变量的均值与方差

课前预习	70
解读教材	70
典例精析	73
教材习题全解	80
知能提升训练	81

2.4 正态分布

课前预习	82
解读教材	82
典例精析	84
教材习题全解	86
知能提升训练	87

章末总结 88

本章综合评价 94

第3章 统计案例 96

本章导学 96

3.1 回归分析的基本思想及其初步应用

课前预习	96
解读教材	96
典例精析	98
教材习题全解	105
知能提升训练	106

3.2 独立性检验的基本思想及其初步应用

课前预习	107
解读教材	108
典例精析	109
教材习题全解	113
知能提升训练	114

章末总结 115

本章综合评价 119

模块综合评价 122

答案与提示 124

索引

第1章 计数原理

001 分类加法计数原理	2
002 分步乘法计数原理	2
003 两个计数原理的综合应用	2
004 排列的定义	10
005 如何判断一个具体问题是否为排列问题	10
006 排列数与排列数公式	10
007 排列的应用	11
008 组合的定义	18
009 组合数与组合数公式	18
010 组合数的两个性质	19
011 二项式定理	30
012 二项展开式的通项 $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$	30
013 二项式定理的应用	30
014 二项式系数的性质	31
015 二项式系数的性质的应用	31

第2章 随机变量及其分布

016 随机变量	46
017 离散型随机变量	46
018 离散型随机变量的分布列	47
019 离散型随机变量的分布列的性质	47
020 两点分布	47
021 超几何分布	47
022 条件概率	55
023 条件概率的计算公式	56
024 事件的相互独立性	56

025 相互独立事件概率的求法	57
026 独立重复试验	57
027 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率	58
028 二项分布	58
029 利用二项分布公式解题	58
030 求随机事件概率的步骤	58
031 离散型随机变量的均值	70
032 均值的性质	71
033 常用分布的均值	71
034 离散型随机变量的方差与标准差的概念	71
035 方差的性质	72
036 常用分布的方差	72
037 正态曲线	82
038 正态分布	82
039 正态曲线的性质	83
040 3σ 原则	83

第3章 统计案例

041 回归直线方程	96
042 线性回归模型	97
043 残差	97
044 建立回归模型的基本步骤	97
045 两个模型的拟合效果比较	97
046 两分类变量之间关联关系的定性分析	108
047 独立性检验	108
048 独立性检验的方法	108

章

1

计数原理

本章导学

提纲挈领

本章学习计划

课 节	重难点知识	学法指导
1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	1. 分类加法计数原理和分步乘法计数原理 2. 能够根据具体问题的特征, 正确地选用分类加法计数原理或分步乘法计数原理来解决问题	1. 在理解两个计数原理的过程中, 提高综合、归纳及比较能力. 2. 在运用两个计数原理解决实际问题的过程中, 提高学习数学的兴趣和理性分析问题的能力. 3. 对现实生活中的复杂事物和现象能做出正确的分析与判断, 从而认识数学知识与现实生活的内在联系及不可分割性. 4. 在解排列问题中, 通过正、逆向的思考, 提高逻辑思维能力、数学应用能力. 5. 体会排列知识在实际问题中的应用, 增强学习数学的兴趣, 通过对事物的现象、本质进一步地分析, 得出一般的规律, 体会、感悟理性思维和朴素的数学思维方式. 6. 培养计算能力和解决问题的能力, 提高合理选用知识的能力, 学会用联系的观点看问题, 在解决实际问题时抓住主要矛盾, 用转化思想解决问题.
1.2 排列与组合	1. 排列、排列数、组合、组合数的概念 2. 排列数公式及其变形, 并能运用排列数公式熟练地进行相关计算 3. 组合与排列之间的区别与联系, 能够熟练地解决一些综合应用题 4. 掌握有限制条件的排列应用题的一些常用方法, 并能运用排列的相关知识解决一些简单的排列应用题 5. 组合数公式及组合数的性质, 并能运用于计算之中	7. 通过从简单实例出发, 归纳、猜想、推导, 得出二项式定理的过程, 培养“归纳—猜想—证明”的推导问题的方法和能力. 8. 通过学习, 体会数学内在的和谐对称美, 培养由“特殊到一般, 再由一般到特殊”的观念.
1.3 二项式定理	1. 二项式定理, 用计数原理证明二项式定理的方法 2. 二项展开式的通项公式, 并能运用通项公式来求指定项或指定项的系数 3. 二项式展开式中系数的规律, 明确二项式系数和各项的系数的区别 4. 借助“杨辉三角”数表, 掌握二项式系数的对称性、增减性与最大值、各二项式系数的和	

1.1 | 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

课前预习

明确目标

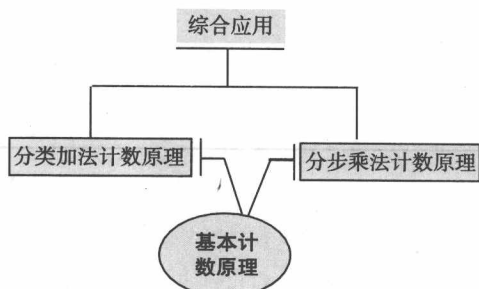
『学习目标』

1. 理解并掌握分类加法计数原理和分步乘法计数原理.

2. 能根据具体问题的特征, 利用分类加法计数原理和分步乘法计数原理解决一些实际问题.

3. 通过实例正确理解分类加法计数原理与分步乘法计数原理的内容, 了解两个计数原理在实际生产、生活中的应用, 提高分析问题和解决问题的能力.

『知识导图』



解读教材 知识全解

『基础知识全解』

知识点 001-1 分类加法计数原理(重点;掌握)

分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第 1 类方案中有 m 种不同的方法,在第 2 类方案中有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法。

推广:完成一件事有 n 类不同方案,在第 1 类方案中有 m_1 种不同的方法,在第 2 类方案中有 m_2 种不同的方法, ..., 在第 n 类方案中有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\dots+m_n$ 种不同的方法。

易错点津

分类时,首先要根据问题的特点确定一个适当的分类标准,然后用这个分类标准进行分类。分类时还要注意两条基本原则:一是完成这件事的任何一种方法必须分为相应的类;二是不同类的方案必须是不同的方法,只要满足这两条基本原则就可以确保计数不重不漏。

规律·方法

(1)完成这件事的 n 类方案是相互独立的,无论哪一类方案中的哪一种方法都可以单独完成这件事,而不需要再用到其他方法。

(2)确定恰当的分类标准,准确地对“这件事”进行分类,要求每一种方法必属于某一类方案,不同类方案的任意两种方法必须是不同的方法。

(3)解题步骤:先分类,分类后再分别对每一类进行计数,最后用分类加法计数原理求和,得到总数。

(4)完成一件事的 n 类方法是相互独立的。从集合的角度看,若完成一件事分 A, B 两类方法,则 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = I$ (I 表示全集)。

示例:一个三层书架的上层放有 15 本不同的语文书,中层放有 10 本不同的数学书,下层放有 9 本不同的物理书,某人从中取出一本书,有多少种不同的取法?

【点拨】对于具体问题,应该仔细审题,弄清题中要“完成一件事”的具体所指,只有这样才能确定该应用哪个原理来解决。本题要“完成的一件事”是“从书架中取出一本书”,这本书既可以从上层取,也可以从中层取,还可以从下层取,因而它是一个分类问题,可利用分类加法计数原理解决。

解:要完成“取一本书”这件事有三类不同的取法:

第一类,从上层取一本语文书,有 15 种不同的取法;

第二类,从中层取一本数学书,有 10 种不同的取法;

第三类,从下层取一本物理书,有 9 种不同的取法。

其中任何一种取法都能独立完成“取一本书”这件事,故从中取一本书的方法有 $15+10+9=34$ (种)。

知识点 002-2 分步乘法计数原理(重点;掌握)

分步乘法计数原理:完成一件事需要两个步骤,做第 1 步有 m 种不同的方法,做第 2 步有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m \times n$ 种不同的方法。

原理的推广:完成一件事需要 n 个步骤,做第 1 步有 m_1 种不同的方法,做第 2 步有 m_2 种不同的方法,做第 3 步有 m_3 种不同的方法, ..., 做第 n 步有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_n$ 种不同的方法。

易错点津

使用分步乘法计数原理时,要根据问题的特点确定一个合理的分步标准,其原则是如果分成 n 个步骤,那么需要而且只需要依次完成这 n 个步骤即可。

规律·方法

(1)完成这件事需要分成若干个步骤,只有每个步骤都完成了,才算完成这件事,缺少哪一步,这件事都不可能完成。

(2)根据题意正确分步,要求各步之间必须连续,只有按照这 n 步逐步地去做,才能完成这件事。

(3)分步要做到“步骤完整”——完成了所有步骤,恰好完成任务。

示例:若某人从广州到北京出差,但途中必须到武汉办一件事,而由广州到武汉的理想路线共有 12 条(包括坐汽车、火车、飞机以及不同的路线),由武汉到北京共有 18 条理想的路线(包括坐汽车、火车、飞机以及不同的路线),则此人由广州到北京共有多少条不同的理想路线?

【点拨】本题中要“完成的一件事”是“从广州到北京出差,而途中又必须到武汉办事”,因此完成这件事需分成两步来完成,即第一步由广州到武汉,第二步由武汉到北京。

解:要完成“由广州到北京”这件事,分两步:

第一步,从广州到武汉,共有 12 种走法;

第二步,从武汉到北京,共有 18 种走法。

根据分步乘法计数原理得此人由广州到北京共有 $12 \times 18 = 216$ (条)不同的理想路线。

知识点 003-3 两个计数原理的综合应用(重点、难点;掌握)

分类加法计数原理和分步乘法计数原理都是用来计算完成一件事的不同方法的种数。它们的区别在于分类加法计数原理是完成一件事可分若干类方案,各类中各种方法互不相同、互不影响,用任何一类中的任何一种方法都可以单独完成这件事,而分步乘法计数原理是完成一件事要分为若干步,各个步骤之间相互依存,只完成其中的任何一步都不能完成这件事,只有当各个步骤都完成之后,才能完成该件事。因此,分清楚完成一件事的方法是分类还是分步是正确使用这两个计数原理的前提。

规律·方法

(1)分类加法计数原理中的“做一件事,完成它有 n 类方案”是对完成这件事所有方案的一个分类.分类时,首先要根据问题的特点确定一个分类标准,然后在确定的分类标准下进行分类,其次分类时要注意满足一个基本要求:完成这件事的任何一种方法必属于某一类方案,并且不同类中的各种方法都是不同的方法,只有满足这些条件才能用分类加法计数原理.

分步乘法计数原理中的“做一件事,完成它需要分成 n 个步骤”是指完成这件事需要分成 n 个步骤.分步时,首先要根据问题的特点确定一个分步标准;其次分步时还要注意完成一件事需要而且只需要依次完成这 n 个步骤后,这件事才算完成,只有满足了上述条件,才能用分步乘法计数原理.

(2)实际问题中,有时既需要分类,又需要分步,具体是分类、分步还是既分类又分步,要具体问题具体分析,对于综合问题,要弄清楚是先分类(每类中有分步)还是先分步(每步中有分类).

(3)是运用分类加法计数原理还是运用分步乘法计数原理要根据完成这件事情时,采取的方式而定,若需分类来完成这件事情,则用分类加法计数原理;若需分步来完成这件事情,则用分步乘法计数原理.怎样确定是“分类”,还是“分步”呢?“分类”是其中任何一类中的任何一种方法均可独立完成所给事情,而“分步”必须是把各个步骤均完成才能完成所给事情.在解题过程中要能高效地得到正确结论,还必须要有科学处理题中所给事情的能力,对于同一件事情,可做不同的处理得到不同的解法.

『知能综合拓展』

一、分类加法计数原理的应用

►对于有些分类加法计数原理的应用问题,题目本身就已经明确地分成了几类,解决这类问题的关键是要认真审题,明确问题中的分类标准以及每一类中含有哪些元素即可.

对于有些分类加法计数原理的应用问题,题目中并没有明确地进行分类,需要我们借助分类手段来分析、解决问题,在解这类需要我们来分类的问题时,一是要准确、透彻地理解题意;二是分类时必须明确一个分类标准,而分类标准的选择,则需要仔细分析题意的基础上来确定.

示例:书架的上层放有10本不同的历史书,中层放有8本不同的数学书,下层放有6本不同的英语书,某人从中任取一本,有多少种不同的取法?

【点拨】本题要“完成的事”是取一本书,可以从上层取1本历史书,也可以从中层取1本数学书,还可以从下层取1本英语书,都可以完成这件事,所以这些取法都可以独立完成这件事,因此选用分类加法计数原理.

解:要完成“取一本书”这件事,可以分为三类:

第一类,从上层10本不同的历史书中任取1本,共有10种不同的取法;

第二类,从中层8本不同的数学书中任取1本,共有8种不同的取法;

第三类,从下层6本不同的英语书中任取1本,共有6种不同的取法.

根据分类加法计数原理可得从书架上任取一本书,不同的取法共有 $10+8+6=24$ (种).

【解题策略】运用分类加法计数原理解题时,要根据问题的特点确定一个分类标准.

二、分步乘法计数原理的应用

►对于有些分步乘法计数原理的应用问题,题目本身就已经暗示如何进行分步,解决这类问题只要认真审题,明确问题中是如何分步的即可.

对于有些分步乘法计数原理的应用问题,需要我们自己确定一个分步的标准,然后依照步骤进行操作即可.

示例:某工厂要从50名男职工和40名女职工中各选1名代表参观上海世博会,选取代表的方法有多少种?

【点拨】完成这件事需分两步.

解:选取代表分两步完成.

第一步:从50名男职工中选1名代表,有50种选法;

第二步:从40名女职工中选1名代表,有40种选法.

根据分步乘法计数原理得共有 $50 \times 40 = 2000$ (种)选法.

【解题策略】分步要做到“步骤完整”,完成了所有步骤,才算恰好完成任务,每步之间相互独立,互不干涉.

三、两个计数原理的综合应用

►用两个计数原理解决计数问题时,最重要的是在开始计算之前要进行仔细分析——需要分类还是需要分步.

分类要做到“不重不漏”.分类后再分别对每一类进行计数,最后用分类加法计数原理求和,得到总数.

分步要做到“步骤完整”——完成了所有步骤,恰好完成任务,当然步与步之间要相互独立.分步后再计算每一步的方法数,最后根据分步乘法计数原理,把完成每一步的方法数相乘,得到总数.

示例:从0,1,2,3,4,5这些数字中选出4个数字,那么能组成多少个无重复且能被5整除的四位数?

【点拨】末位是0或5的数才能被5整除.

解:满足条件的四位数可分两类.

第一类:末位是0的四位数.

需确定前三位数,分三步完成,

第一步确定千位,有5种选法;

第二步确定百位,有4种选法;

第三步确定十位,有3种选法.

根据分步乘法计数原理可得第一类共有 $5 \times 4 \times 3 = 60$ (个)四位数.

第二类:末位是5的四位数.

由于0不能在首位,

所以确定首位有4种选法;

百位有4种选法;

十位有3种选法.

根据分步乘法计数原理可得第二类共有 $4 \times 4 \times 3 = 48$ (个)四位数.

根据分类加法计数原理可得满足条件的四位数共有 $60+48=108$ (个).

【解题策略】 综合运用两个计数原理时,一定要把握好分类与分步的区别,分类是依据完成方法的不同类别,分步是依据一种方法进程的不同步骤.分类与分步不是人为的凭空臆造,而是由题目中的客观条件决定的.

典例精析

高效解题

【典型题剖析】

考查点1:运用分类加法计数原理的简单计算

例1 国庆节期间,某家庭欲从甲地去乙地旅游,一天中从甲地有火车3班,有汽车2班可以到达乙地,那么一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地有多少种不同的走法?

【点拨】 从甲地到乙地有两种交通工具,即火车和汽车.所以完成从甲地到乙地这件事有两类方法,即乘火车和坐汽车,故用分类加法计数原理就可求出从甲地到乙地不同走法的种数.

解:从甲地到乙地有两类走法.

第一类,乘火车,有3种不同的走法;

第二类,坐汽车,有2种不同的走法.

根据分类加法计数原理可得从甲地到乙地共有 $3+2=5$ (种)不同的走法.

【解题策略】 在具体分类时,要做到恰当分类.每个题中,标准不同,分类也就不同.运用分类加法计数原理时,首先根据问题的特点,确定分类标准.分类的基本要求是每一种方法必属于某一类(不漏),任意不同类的两种方法是不同的,各类之间的交集为空集,各类之间的并集为全集.

考查点2:运用分步乘法计数原理的简单计算

例2 一班有学生56人,其中男生有38人,从中选取1名男生和1名女生作代表,参加学校组织的社会调查团,选取代表的方法有多少种?

【点拨】 一班代表共有2名成员组成,其中有1名男生,1名女生,要完成的“这件事”是“选2名同学,一男一女”,因此要分两个步骤——先选男生,再选女生,只有这两个步骤依次完成了,才能完成这件事,故用分步乘法计数原理来解题.

解:由题意知男生有38人,女生有18人,

要完成的“一事情”需分两步:

第一步,从男生38人中任选1人,有38种不同的选法;

第二步,从女生18人中任选1人,有18种不同的选法.

根据分步乘法计数原理得共有 $38 \times 18 = 684$ (种)选取代表的方法.

【解题策略】 (1)运用分步乘法计数原理解题时,首先应根据题意确定一个合理的分步标准,其次分别计算每一步完成这个步骤的方法数,然后再利用分步乘法计数原理求出完成这件事的方法总数.

(2)在分步中,每步之间必须连续,只有每个步骤完成了,这件事才算完成,且每步之间既不能重复也不能遗漏.

考查点3:与数组有关的计算问题

例3 用数字0,1,2,3,4,5可以组成多少个不同的四位数?

【点拨】 要组成四位数,就要依次确定四个数位上的数字,只有确定了这四个数字,就完成了组成四位数这件事,因此选用分步乘法计数原理.

解:可分四个步骤完成.

第一步:确定千位上的数字,从1,2,3,4,5中任选1个数字,有5种不同的选法;

第二步:确定百位上的数字,从0,1,2,3,4,5中任选1个数字,有6种不同的选法;

第三步:确定十位上的数字,从0,1,2,3,4,5中任选1个数字,有6种不同的选法;

第四步:确定个位上的数字,从0,1,2,3,4,5中任选1个数字,有6种不同的选法.

根据分步乘法计数原理可得组成的四位数共有 $5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$ (个).

【解题策略】 本题主要考查分步乘法计数原理.注意“0”这一个特殊元素和千位这一特殊位置,另外审题一定要细心、认真,该题所选数字允许重复.

考查点4:选(抽)取问题

例4 在3张卡片正反两面上,分别写着1和2,4和5,7和8,将它们并排组成三位数,一共能组成多少个不同的三位数?

【点拨】 可分两步:第一步是选数字,第二步是排列数字,从而组成三位数.

解:第一步,选数字.

每张卡片都有正反两面,选定一面,有2种选法,三张卡片依次选定一面,由分步乘法计数原理可得选定三个数字共有 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (种)选法.

第二步,排列数字.

对于选定的每一种情况,都是把选定的三个数字依次放置到个位、十位、百位上,先放百位,有3种方法(三个数字都有可能),再放十位,由于已有一个数字放在百位上,故有2种选法,最后余下的一个数字放在个位上,由分步乘法计数原理可得共有 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (种)不同的组成三位数的方法,可得6个不同的三位数.

综上所述,根据分步乘法计数原理可得三张卡片能组成的三位数共有 $8 \times 6 = 48$ (个).

【解题策略】 每张卡片都分正面和反面2种情况,并排放置组成三位数的个数可分两步:第一步,计算并排放置后朝上的面的三个数字有多少种不同的情况出现;第二步,由于某一确定的三个数字(如1,4,7)之间的位置可左右互换,计算一共能组成多少个三位数(如147,174,417等),简言之,分两步:第一步是选数字,第二步是排列数字,从而组成三位数,故可用分步乘法计数原理来计算.

考查点5:几何元素计数问题

例5 已知在直线 $ax+by+c=0$ 中, a,b,c 的值是集合 $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ 中的3个不同的元素,并且该直线的倾斜角为锐角,求满足这样的直线的条数.

【点拨】 根据直线的斜率和倾斜角之间的关系,即一条直线的倾斜角(不包括倾斜角为直角的情况)的正切值等于这条直线的斜率,来确定 a 与 b 的符号.

解:设直线的倾斜角为 θ ,则 $\tan \theta = -\frac{a}{b}$ ($a, b \neq 0$), 因为 θ 是锐角, 所以 $\tan \theta > 0$, 所以 a 与 b 异号.

①当 $c=0$ 时, 因为 a 与 b 异号, 所以 a 有3种取法, b 有3种取法, 排除两个重复的($3x-3y=0, 2x-2y=0$ 与 $x-y=0$ 为同一条直线), 故这样的直线有 $3 \times 3 - 2 = 7$ (条);

②当 $c \neq 0$ 时, a 有3种取法, b 有3种取法, c 有4种取法, 其中任意两条直线都不相同, 故这样的直线有 $3 \times 3 \times 4 = 36$ (条).

由分类加法计数原理可得符合条件的直线共有 $7 + 36 = 43$ (条).

【解题策略】 这里根据 c 是否为0来进行分类, 其中当 $c=0$ 时, 注意排除重复的直线; 当 $c \neq 0$ 时, 注意分步计算, 是处理问题的关键.

【引申·拓展】

1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$, 其中 $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 则可以得到多少个不同的二次函数?

【点拨】 由于是二次函数, 所以 a 不能为0, 该题中只有 a, b, c 依次确定后, 才能确定该二次函数, 故利用分步乘法计数原理即可.

解: 分三步.

第一步, 确定 a 的值, 由于 a 不能为0, 而 $a \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以有5种选法.

第二步, 确定 b 的值, $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以有6种选法.

第三步, 确定 c 的值, $c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以有6种选法.

根据分步乘法计数原理可得不同的二次函数的个数是 $5 \times 6 \times 6 = 180$.

【解题策略】 要注意二次函数中二次项的系数不能为0这一隐藏条件, 否则就会出现错误的结论.

考查点6: 涂色问题

例6 将红、黄、绿、黑四种不同的颜色涂入如图1-1中的五个区域内, 若相邻的两个区域的颜色都不相同, 则有多少种不同的涂色方法?

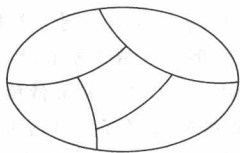


图1-1

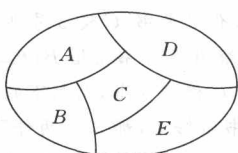


图1-2

【点拨】 给区域标记号分别为 A, B, C, D, E (如图1-2所示), 则 A 区域有4种不同的涂色方法, B 区域有3种不同的涂色方法, C 区域有2种不同的涂色方法, D 区域有2种不同的涂色方法, E 区域的涂色依赖于 B 与 D 涂的颜色, 如果 B 与 D 涂同色, 那么 E 有2种涂色方法; 如果 B 与 D 涂不同色, 那么 E 只有1种涂色方法. 因此应先分类后分步.

解: 给区域标记号分别为 A, B, C, D, E , 如图1-2所示. 当 B 与 D 涂同色时, 有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 48$ (种);

当 B 与 D 涂不同色时, 有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$ (种). 故共有 $48 + 24 = 72$ (种)不同的涂色方法.

【解题策略】 像这类给区域涂色的问题, 应该给区域依次标上相应的序号, 以便分析问题. 在给各区域涂色时, 要注意不同的涂色顺序, 其解题有繁简之分.

【引申·拓展】

2. 用4种不同的颜色给如图1-3所示的图形上色, 要求相邻两块涂不同的颜色, 共有多少种不同的涂法?

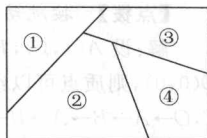


图1-3

【点拨】 完成这件事可分四步, 不妨按①, ②, ③, ④的次序填涂.

解: 第一步, 填涂①, 有4种不同的颜色可选用, 故有4种涂法;

第二步, 填涂②, 除①用的颜色外, 还有3种不同颜色可选用, 故有3种涂法;

第三步, 填涂③, 除①, ②用的2种颜色外, 还有2种不同的颜色可选用, 故有2种涂法;

第四步, 填涂④, 除②, ③用的2种颜色外, 还有2种不同的颜色可选用, 故有2种涂法.

根据分步乘法计数原理可得完成这件事共有 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ (种)不同的方法, 即填涂这图形共有48种涂法.

【解题策略】 (1) 图形涂色问题是利用两个计数原理处理的一种对能力要求较高的问题, 需要特别关注图形的特征, 如图形可分多少块, 用多少种不同的颜色填涂.

(2) 如果图形不是很规则, 那么往往从某一块出发进行分步涂色, 从而选用分步乘法计数原理; 如果图形具有一定的对称性, 那么先对涂色方案进行分类, 每一类再进行分步.

(3) 该题涉及的是简单的涂色问题, 根据不同要求, 可以运用分类加法计数原理, 也可以运用分步乘法计数原理, 往往两个计数原理同时应用, 因此, 一定要处理好“类中有步”, “步中有类”的关系.

考查点7: 种植问题

例7 将3种农作物全部种植在如图1-4所示的5块试验田里, 每块试验田种植一种农作物, 且相邻的试验田不能种植同一种农作物, 不同的种植方法共有多少种?

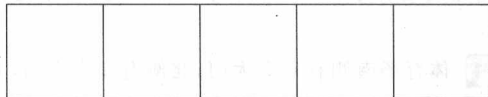


图1-4

【点拨】 该题在分步中有分类.

解: 设分别用 a, b, c 代表3种农作物. 先安排第一块田, 有3种方法, 不妨设种植 a ;

再安排第二块田, 可种植 b 或 c , 有2种方法, 不妨设种植 b ;

若第三块田种植 c , 则第四、五块田分别有2种植植方法, 共有 $2 \times 2 = 4$ (种)方法;

若第三块田种植 a , 则第四块田可种植 b 和 c , ①若第四块田种植 c , 则第五块田有2种植植方法, ②若第四块田种植 b , 则第五块田只能种植 c , 有1种方法.

综上所述, 共有 $3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 + 1) = 42$ (种)方法.

【解题策略】 分类的标准一定要准确, 做到不重不漏.

考查点8:途径计算问题

例8 设坐标平面内有一个质点从原点出发,沿 x 轴跳动,每次向正方向或负方向跳1个单位,经过5次跳动质点落在 $(3,0)$ (允许重复过此点),则质点不同的运动方式有多少种?

【点拨】按跳动的顺序分类枚举.

解:设 $A(1,0), B(2,0), C(3,0), D(4,0), A'(-1,0), O(0,0)$,则质点可以经过的路线分别为 $O \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C, O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C, O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow C, O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C, O \rightarrow A' \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$.

所以共有5种.

【解题策略】像这类途径的计数问题,可按运行的顺序利用树状图法进行枚举或分步、分类计数.

【引申·拓展】

3.如图1-5所示的是某城市中 M, N 两地间整齐的道路网,若规定只能向东或向北两个方向沿图中矩形的边前进,则某人从 M 地经过 A 到 N 地有多少种不同的走法?

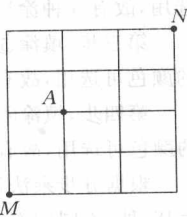


图1-5

【点拨】从 M 地经过 A 到 N 地需分两步,即第一步是 M 到 A ,第二步是 A 到 N .

解:从 M 经过 A 到 N 分两步.

第一步,从 M 到 A ,有3种走法;

第二步,从 A 到 N ,有6种走法.

根据分步乘法计数原理可得从 M 地经过 A 到 N 地共有 $3 \times 6 = 18$ (种)不同的走法.

【解题策略】这种建立模型的题目,可以根据图形的直观性找到分析问题、解决问题的方法.

『易错疑难辨析』

易错点 搞不清究竟是分类还是分步而导致错误

【易错点辨析】分类是能独立地完成这件事;分步是不能独立地完成这件事,只有所有的步骤都完成,才能完成这件事.

例1 体育场南侧有4个大门,北侧有3个大门,某人到该体育场晨练,则他进出门的方案有 ()

- A. 12种 B. 7种
C. 24种 D. 49种

【点拨】本题易错选B.本题不仅要考虑从哪个门进去,还需要考虑从哪个门出来,应该运用分步乘法计数原理解题.完成“进出门”这件事需分两步.第一步,他进门,有7种选择;第二步,他出门,有7种选择.根据分步乘法计数原理可得他进出门的方案有 $7 \times 7 = 49$ (种).

【答案】 D

【解题策略】区分分类与分步的依据在于能否“一次性”完成.若能“一次性”完成,则不需分步,只需分类;否则就分步处理.应明确分类与分步的标准,不同的标准,可以有不同的解法,解题时应择优而行.

易错点 不能明确分类或分步的标准而导致计数错误

【易错点辨析】对于有些基本计数原理的应用题,题目中没有明确分类或分步的标准,在解决这类问题时,一定要在理解题意的基础上,确定一个正确的分类或分步的标准,以便准确地利用计数原理计数.

例2 从甲地到乙地每天只有火车10班,汽车15班,飞机3班,轮船2班,则一天内乘坐不同班次的运输工具由甲地到乙地有多少种不同的走法?

【错解】由甲地到乙地有4类不同的走法.

第一类乘火车,第二类乘汽车,第三类乘飞机,第四类乘轮船.

由分类加法计数原理知共有 $1+1+1+1=4$ (种)不同的走法.

【点拨】此题的错误在于把乘坐不同的运输工具认为就是不同的走法.事实上,从甲地到乙地乘火车就有10种不同的走法.

【正解】由于每班火车、汽车、飞机、轮船都能完成从甲地到乙地这件事,因此这是一个分类问题.

应采用分类加法计数原理,共有 $10+15+3+2=30$ (种).

故一天内乘坐不同班次的运输工具由甲地到乙地共有30种不同的走法.

易错点 解决元素可重复选取问题时,弄不清以谁为主,导致重复计数而出错

【易错点辨析】分步乘法计数原理中各步之间相互“依存”,在解题时要清楚题目的条件和结论,分步时合理设计步骤、顺序,使各步之间互不干扰,确保不遗漏、不重复.

例3 把5本书全部借给3名学生,有多少种不同的借法?

【错解】第1个人借5本书中的1本,有5种借法;

第2个人借剩下的4本书中的1本,有4种借法;

第3个人借剩下的3本书中的1本,有3种借法;

还剩下2本书可以借给3个人中的任何1个人,有 $3 \times 3 = 9$ (种)借法.

故共有 $5 \times 4 \times 3 \times 9 = 540$ (种)借法.

【点拨】借书时,并没有要求每人必须借书,而只要把书借完即可.再说按上述借法还有重复的,将这5本书编号分别为1,2,3,4,5,三名学生不妨设为A,B,C.设开始A借1号书,B借2号书,C借3号书,而剩下的两本书(4,5号)中4号书借给A,5号书借给B;反过来,如果开始A借4号书,B借2号书,C借3号书,而剩下的两本书(1,5号)中1号书借给A,5号书借给B,那么这两件事实质上都是A借了1,4号书,B借2,5号书,C借3号书,因而它是同一件事,并且这其中重复的次数又不好计算.

【正解】依题意知每本书应借给三个人中的一个,即每本书都有3种不同的借法,

根据分步乘法计数原理得共有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$ (种)不同的借法.

『高考真题评析』

例1 (2009·北京高考)由数字1,2,3,4,5组成的无重

复数字的四位偶数的个数为 ()

- A. 8 B. 24 C. 48 D. 120

【命题立意】 本题主要考查分类加法计数原理和分步乘法计数原理的知识,属于对基础知识、基本运算的考查.

【点拨】 ①个位数字是0,2,4,8的数都是偶数.②要确定一个四位数,只有各个位上的数字都确定后才能完成.分两类:第一类,个位上的数字是2时,千位、百位、十位上的数字分别有4,3,2种选法,根据分步乘法计数原理可得满足条件的四位偶数的个数是 $4 \times 3 \times 2 = 24$.第二类:个位上的数字是4时,千位、百位、十位上的数字分别有4,3,2种选法,根据分步乘法计数原理可得满足条件的四位偶数的个数是 $4 \times 3 \times 2 = 24$.由分类加法计数原理可得符合条件的四位偶数的个数为 $24 + 24 = 48$.故选C.

【名师点评】 本题考查两个计数原理的综合应用.运用分类加法计数原理时,要根据问题的特征确定分类标准,各类方法要不重不漏,相互独立;同样运用分步乘法计数原理时也要根据问题的特征,合理确定分步标准,各步之间是连续的,各步骤都完成了,事情也就完成了.

例2 (2009·全国Ⅱ)甲、乙两人从4门课程中各选修2门,则甲、乙所选的课程中恰有1门相同的选法有 ()

- A. 6种 B. 12种
C. 24种 D. 30种

【命题立意】 本题考查分步乘法计数原理及其应用.

【点拨】 完成甲、乙两人选修2门课程中恰有1门相同的这件事,需分三步,第一步是甲、乙先选1门相同的课程,有4种选法;第二步是甲在余下的3门课程中选1门,有3种选法;第三步是乙在余下的2门课程中选1门,有2种选法.由分步乘法计数原理得甲、乙两人从4门课程中各选修2门中恰有1门相同的选法共有 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (种).故选C.

【名师点评】 本题关键是确定分步的标准.先让甲、乙两人任选一门相同的课程,然后再让甲、乙两人在余下的3门课程中各选一门不同课程,就可以完成了这件事.

例3 (2009·全国Ⅰ)甲组有5名男同学、3名女同学,乙组有6名男同学、2名女同学.若从甲、乙两组中各选出2名同学,则选出的4人中恰有1名女同学的不同选法共有 ()

- A. 150种 B. 180种
C. 300种 D. 345种

【命题立意】 本题考查分类加法计数原理,分步乘法计数原理等问题,属于基础题.

【点拨】 1名女同学可能是甲组的,也可能是乙组的,所以这名女同学的选法有两种情况.需分类解决.第一类,这名女同学是甲组的,有3种选法,再在甲组选出1名男生,有5种选法,然后在乙组选出2名男生,有15种选法,由分步乘法计数原理得选出的4人中恰有1名女同学的选法共有 $3 \times 5 \times 15 = 225$ (种).第二类,这名女同学是乙组的,有2种选法;再在乙组选出1名男生,有6种选法,然后在甲组选出2名男生,有10种选法,由分步乘法计数原理得选出的4人中恰有1名女同学的选法共有 $2 \times 6 \times 10 = 120$ (种).根据分类加法计数原理可得满足条件的选法共有 $225 + 120 = 345$ (种).故选D.

【名师点评】 本题是先分类,再分步.此时就要注意综合运用两个计数原理来解决问题,解决这类问题时,首先要明确是先“分类”后“分步”,还是先“分步”后“分类”;其次在“分类”和“分步”的过程中,均要确定分类和分步的程序.

例4 (2010·全国Ⅰ)某校开设A类选修课3门,B类选修课4门,一位同学从中共选3门.若要求两类课程中各至少选一门,则不同的选法共有 ()

- A. 30种 B. 35种
C. 42种 D. 48种

【命题立意】 本题主要考查两个基本计数原理和逻辑思维能力以及分类讨论的数学思想.

【点拨】 选3门课程,要求A,B两类至少各选1门,可分为两种情况,一类是A类选修2门,B类选修1门,共有 $3 \times 4 = 12$ (种)选法;另一类是A类选修1门,B类选修2门,共有 $3 \times 6 = 18$ (种)选法.根据分类加法计数原理可得符合条件的选法共有 $12 + 18 = 30$ (种)选法.故选A.

【名师点评】 选3门课程,要求两类课程中各至少选一门,就可以得到若一类选1门,则另一类就选2门,所以需要分类解决.

例5 (2010·四川高考)由1,2,3,4,5组成没有重复数字且1,2都不与5相邻的五位数的个数是 ()

- A. 36 B. 32 C. 28 D. 24

【命题立意】 本题主要考查分类加法计数原理和分步乘法计数原理的应用及其分类讨论思想,属于基础题.

【点拨】 ①5在首位或末位上,有2种选法;而1,2两个数分别有3,2个位置可选,有 $3 \times 2 = 6$ (种)选法;其余3,4两个数可以排在剩下的2个位置上,有2种选法,所以根据分步乘法计数原理可得共有 $2 \times 6 \times 2 = 24$ (个)五位数.②5不在首位或末位上,可在中间的3个位置上,有3种选法;1,2两个数分别有2,1个位置可选,有2种选法;其余3,4两个数可以排在剩下的2个位置上,有2种选法,所以根据分步乘法计数原理可得共有 $3 \times 2 \times 2 = 12$ (个)五位数.由分类加法计数原理可得符合条件的五位数共有 $24 + 12 = 36$ (个).故选A.

【名师点评】 对于有特殊条件限制的问题,要先处理特殊元素,然后再处理一般元素.要讲究方法,恰当“分类”或“分步”.

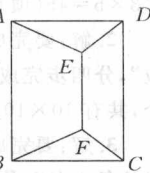
例6 (2010·天津高考)如图1-6所示,用四种不同颜色给图中的A,B,C,D,E,F六个点涂色,要求每个点涂一种颜色,且图中每条线段的两个端点涂不同颜色,则不同的涂色方法共有 ()

- A. 288种 B. 264种
C. 240种 D. 168种

图1-6

【命题立意】 本题考查分类加法计数原理与分步乘法计数原理的应用.

【点拨】 分两类:第一类,用三种不同的颜色涂色,先涂点A,D,E有 $4 \times 3 \times 2$ 种方法,再涂点B,C,F有2种方法,故有 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ (种)方法;第二类,用四种不同的颜色涂色,先涂点A,D,E有 $4 \times 3 \times 2$ 种方法,再涂点B,C,F有 3×3 种方法,故共有 $4 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3 = 216$ (种)方法.由分类加法计



数原理得共有 $48+216=264$ (种)不同的涂法. 故选 B.

【名师点评】 本题要求有周密的逻辑思考能力,分类的标准要准确,否则容易出现多解或漏解.

例 7 (2009·北京高考)用 0 到 9 这 10 个数字,可以组成没有重复数字的三位偶数的个数为 ()

- A. 324 B. 328 C. 360 D. 648

【命题立意】 本题考查分类加法计数原理和分步乘法计数原理及其数的首位上的数字的特殊性.

【点拨】 组成没有重复数字的三位偶数可分两种情况:当个位上的数字为 0 时,共有 $9 \times 8 = 72$ (个)符合条件的三位数;当个位上的数字不为 0 时,个位只能是 2,4,6,8 中的任意一个,共有 $4 \times 8 \times 8 = 256$ (个)符合条件的三位数. 综上,共有 $72+256=328$ (个)符合条件的三位数. 故选 B.

【名师点评】 注意 0 的特殊性,不能出现在首位上,但 0 有可能出现在末位上. 要组成没有重复数字的三位偶数只需分三个步骤. 若从百位开始,则百位有 9 种取法,但个位的取法不能确定. 若从个位开始,则个位有 5 种取法,但百位的取法不能确定. 因此,可考虑先分类,再分步.

教材习题全解

详解精析

【练习】

1. (1)9 (2)6 [提示:(1)要完成的“一件事情”是“选出 1 人来完成一件工作”,不同选法的种数是 $5+4=9$. (2)要完成的“一件事情”是“从 A 村经 B 村去 C 村”,不同路线的条数是 $3 \times 2 = 6$.]

2. 解:(1)要完成的“一件事情”是“选出 1 人参加活动”,不同的选法有 $3+5+4=12$ (种). (2)要完成的“一件事情”是“从 3 个年级的学生中各选 1 人参加活动”,不同的选法有 $3 \times 5 \times 4 = 60$ (种).

3. 解:因为要确定的是这名同学的专业选择,并不是考虑学校的差异,所以应有 $6+4-1=9$ (种)可能的专业选择.

【练习】

1. 解:要完成的“一件事情”是“得到展开式中的一项”,由于每一项都是 $a_i b_j c_k (i, j, k \in \mathbb{N}^+)$ 的形式,所以可分三步完成. 第一步,取 a_i ,有 3 种方法;第二步,取 b_j ,有 3 种方法;第三步,取 c_k ,有 5 种方法. 根据分步乘法计数原理得展开式共有 $3 \times 3 \times 5 = 45$ (项).

2. 解:要完成的“一件事情”是“确定一个电话号码的后四位”,分四步完成,每一步都是从 0~9 这 10 个数字中任取一个,共有 $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$ (个).

3. 解:要完成的“一件事情”是“从 5 名同学中选出正、副组长各 1 名”,分两步完成:第一步,选正组长,有 5 种方法;第二步,选副组长,有 4 种方法. 共有选法 $5 \times 4 = 20$ (种).

4. 解:要完成的“一件事情”是“从 6 个门中的一个门进入并从另一个门出去”,分两步完成:先从 6 个门中选一个进入,再从其余 5 个门中选一个出去,共有进出方式有 $6 \times 5 = 30$ (种).

【习题 1.1】

A 组

1. 解:要完成的“一件事情”是“买一台某种型号的电视机”,不同的选法有 $4+7=11$ (种).

2. 解:要完成的“一件事情”是“从甲地经乙地或经丙地到丁地去”,所以是“先分类,后分步”. 不同的路线共有 $2 \times 3 + 4 \times 2 = 14$ (条).

3. 解:对于第一问,要完成的“一件事情”是“构成一个分数”. 由于 1,5,9,13 是奇数,4,8,12,16 是偶数,所以以 1,5,9,13 中的任意一个作分子,以 4,8,12,16 中的任意一个作分母都可以构成分数,因此可以分两步来构成分数. 第一步,选分子,有 4 种选法;第二步,选分母,也有 4 种选法. 所以可构成不同的分数有 $4 \times 4 = 16$ (个). 对于第二问,要完成的“一件事情”是“构成一个真分数”. 分四类:分子为 1 时,分母可以从 4,8,12,16 中任选一个,有 4 个;分子为 5 时,分母可以从 8,12,16 中任选一个,有 3 个;分子为 9 时,分母可以从 12,16 中任选一个,有 2 个;分子为 13 时,分母只能选 16,有 1 个. 所以真分数共有 $4+3+2+1=10$ (个).

4. 解:要完成的“一件事情”是“接通电路”,根据电路的有关知识,容易得到不同的接通线路有 $3+1+2 \times 2 = 8$ (条).

5. 解:(1)要完成的“一件事情”是“用坐标确定一个点”. 由于横、纵坐标可以相同,因此可以分两步完成. 第一步,从 A 中选横坐标,有 6 个选择;第二步,从 A 中选纵坐标,也有 6 个选择,所以不同点共有 $6 \times 6 = 36$ (个). (2)要完成的“一件事情”是“确定一条直线”. 由于斜率不同截距不同、斜率不同截距相同、斜率相同截距不同的直线都是互不相同的,因此可分两步完成. 第一步,取斜率,有 4 种取法;第二步,取截距,有 4 种取法,所以共有直线 $4 \times 4 = 16$ (条).

B 组

1. 解:要完成的“一件事情”是“组成一个四位数字号码”. 由于数字可以重复,最后一个只能在 0~5 这六个数字中拨,所以组成四位数字号码共有 $10 \times 10 \times 10 \times 6 = 6000$ (个).

2. 解:(1)不同报法的种数是 3^4 . 因为要完成的“一件事情”是“4 名学生分别参加 3 个运动队中的一个,每人限报一个,可以报同一个运动队”,应该是人选运动队,所以不同报法种数是 3^4 . (2)不同选法的种数是 5^3 . 因为要完成的“一件事情”是“3 个班分别从 5 个风景点中选择一处游览”,应该是人选风景点,所以不同的选法种数是 5^3 .

知能提升训练

学以致用

1. 从 4 双不同的鞋子中任取 4 只,结果都不成双的取法种数为 ()

- A. 24 B. 16 C. 44 D. 384

2. 由数字 1,2,3,4,5 组成的没有重复数字的三位数中,各个数位上的数字之和为奇数的共有 ()

- A. 36 个 B. 24 个 C. 18 个 D. 6 个

3. (2009·湖南高考)某地政府召集 5 家企业的负责人开会,已知甲企业有 2 人到会,其余 4 家企业各有 1 人到会,会上有 3 人发言,则这 3 人来自 3 家不同企业的可能情况的种数为 ()

- A. 14 B. 16 C. 20 D. 48

4. 5 名学生报名参加两个课外活动小组,每名学生限报其中的一个小组,则不同的报名方法共有 ()

- A. 10 种 B. 20 种 C. 25 种 D. 32 种

5. 将 4 个颜色互不相同的球全部放入编号为 1 和 2 的两个盒子里,使得放入每个盒子里球的个数不小于该盒子的编号,

- 则不同的放球方法有 ()
- A. 10 种 B. 20 种 C. 36 种 D. 52 种
6. 五个工程队承建某项工程的 5 个不同的子项目, 每个工程队承建 1 项, 其中甲工程队不能承建 1 号子项目, 则不同的承建方案共有 ()
- A. 4 种 B. 96 种 C. 120 种 D. 24 种
7. 从黄瓜、白菜、油菜、扁豆 4 种蔬菜品种中选出 3 种, 分别种在不同土质的三块土地上, 其中黄瓜必须种植, 不同的种植方法共有 ()
- A. 24 种 B. 18 种 C. 12 种 D. 6 种
8. 安排 3 名支教教师去 6 所学校任教, 每校至多可以去 2 人, 则不同的分配方案共有 _____ 种. (用数字作答)
9. 某校教学大楼共有 5 层, 每层均有 2 个楼梯, 由一楼到五楼共有 _____ 种不同的走法.
10. 如果一条直线与一个平面垂直, 那么称此直线与平面构成一个“正交线面对”. 在一个正方体中, 由两个顶点确定的直线与含有四个顶点确定的平面构成“正交线面对”的个数是 _____.
11. 有 9 名乒乓球运动员, 其中有 6 名只会用右手打球, 有 2 名只会用左手打球, 还有 1 名既会用右手打球, 也会用左手打球, 现要从中选出 2 名运动员, 要求能会用右手打球的和会用手打球的各 1 名, 求共有多少种不同的选法.

12. 从 1 到 200 这 200 个自然数中, 各个数位上都不含有数字 8 的自然数共有多少个?

13. 三只口袋内装有大小相同的小球, 一只装有 5 个白色小球, 一只装有 6 个黑色小球, 另一只装有 7 个红色小球, 若从三只口袋中取两个不同颜色的小球, 共有多少种不同的取法?



1.2 | 排列与组合

1.2.1 排列

课前预习

明确目标

『学习目标』

1. 理解并掌握排列、排列数的概念.
2. 掌握排列数公式及其变形公式, 并运用排列数公式熟练地进行相关计算.
3. 熟练地运用排列知识和方法解决一些有关排列的实际问题.
4. 通过实例分析过程, 体验数学知识的形成与发展, 学会分析实际问题和解决实际问题的方法, 培养解决实际问题的能力.

5. 在排列应用问题中, 通过正、逆向的思考, 提高逻辑思维能力、辩证思维能力及数学应用能力.

『知识导图』

