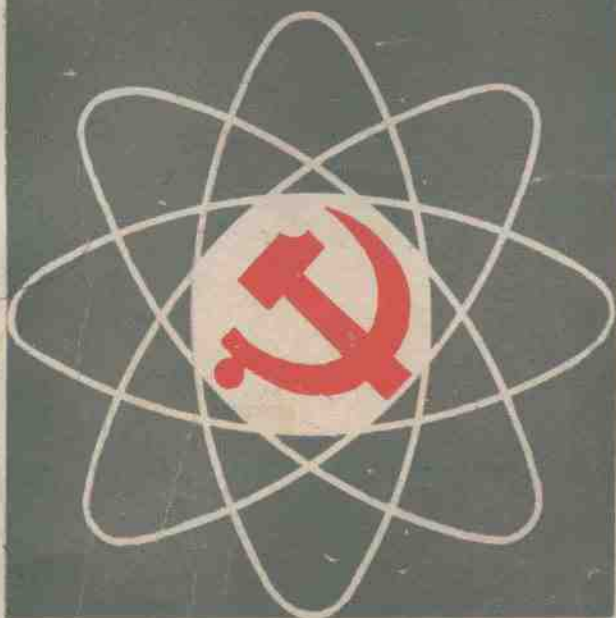


辽宁省委党校92级函授大专教材

管理数学基础



《管理数学基础》教材编写组

辽宁教育出版社

管理数学基础

《管理数学基础》编写组

辽宁教育出版社

1992年·沈阳

辽新登字6号

管理数学基础

《管理数学基础》教材编写组

辽宁教育出版社出版发行

(沈阳市北一马路108号) 沈阳市东风印刷厂印刷

字数: 250,000 开本: $787 \times 1092^{1/32}$ 印张: 11.5

印数: 1—6000

1992年7月第1版

1992年7月第1次印刷

责任编辑: 林 炜

插图: 潘智敏

封面设计: 沈 丰

责任校对: 马 慧

ISBN 7-5382-1804-1/G·1287

定价: 5.18元

目 录

第一章 函数与极限	1
§ 1.1 函数	1
§ 1.2 数列的极限	12
§ 1.3 函数的极限	19
§ 1.4 函数的连续性	33
习题一	40
第二章 导数与微分	45
§ 2.1 导数的概念	45
§ 2.2 导数的基本公式与运算法则	54
§ 2.3 高阶导数、偏导数	63
§ 2.4 微分	68
§ 2.5 导数的应用	73
习题二	89
第三章 不定积分	93
§ 3.1 不定积分的概念	93
§ 3.2 基本积分公式	98
§ 3.3 不定积分的计算	100
习题三	119
第四章 定积分	122
§ 4.1 定积分的概念	122
§ 4.2 定积分的基本性质	131
§ 4.3 定积分的计算	132

§ 4.4 广义积分	143
习题四	146
第五章 行列式	148
§ 5.1 n 阶行列式	148
§ 5.2 行列式的性质	161
§ 5.3 克莱姆法则	183
习题五	189
第六章 矩阵	194
§ 6.1 矩阵的概念	194
§ 6.2 矩阵的运算	198
§ 6.3 逆矩阵	212
§ 6.4 矩阵的初等变换	221
习题六	229
第七章 随机事件及其概率	234
§ 7.1 排列与组合	234
§ 7.2 随机事件	243
§ 7.3 概率的定义及其性质	250
§ 7.4 概率的加法定理、条件概率与 乘法定理	256
习题七	268
第八章 随机变量及其概率分布	272
§ 8.1 随机变量	272
§ 8.2 离散型随机变量	274
§ 8.3 连续型随机变量	284
习题八	298
第九章 随机变量的数字特征	301
§ 9.1 数学期望	301

§ 9.2 方差	308
习题九	317
第十章 参数估计	319
§ 10.1 样本的概念	319
§ 10.2 总体的参数估计	324
习题十	332
第十一章 回归分析	334
§ 11.1 回归的概念	334
§ 11.2 一元线性回归	335
§ 11.3 可线性化的回归方程	345
习题十一	350
附表 1 标准正态分布表	353
附表 2 t 分布表	355
附表 3 相关系数显著性检验表	356

第一章 函数与极限

极限是高等数学中一个重要的基本概念，它是学习微积分的理论基础。本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题。

§ 1.1 函数

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义 1.1 设 D 是一个实数集，如果对属于 D 的每一个数 x ，按照某个对应关系 f ， y 都有确定的值和它对应，那么 y 就叫做定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y = f(x)$ 。 x 叫做**自变量**，数集 D 叫做函数的**定义域**，当 x 取遍 D 中的一切实数值时，与它对应的函数值的集合 M 叫做**函数的值域**。

在函数的定义中，如果对于每一个 $x \in D$ ，都有唯一的 $y \in M$ 与它对应，那么这种函数就称为**单值函数**，否则就称为**多值函数**。本书中所涉及到的函数如不特殊说明，均为单值函数。

2. 函数的定义域

当我们研究函数时，必须注意函数的定义域，在经济管理的应用问题中，每一个变量都有具体的涵义，应根据问题的实际意义来确定定义域。对于用数学式子表示的函数，它

的定义域可由函数表达式本身来确定，使运算有意义。例如

- (1) 在分式中，分母不能为零；
- (2) 在根式中，负数不能开偶次方根；
- (3) 在对数式中，真数要大于零；
- (4) 如果函数表达式中含有分式、根式、对数式，则

应取各部分定义域的交集。

例 1 求下列函数定义域：

$$(1) y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x+2};$$

$$(2) y = \lg \frac{x}{x-1}.$$

解 (1) $y = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x+2}$

$$\because 4-x^2 \neq 0, \quad \therefore x \neq \pm 2;$$

$$\because x+2 \geq 0, \quad \therefore x \geq -2.$$

$$\therefore \text{函数的定义域为 } (-2, 2) \cup (2, +\infty).$$

$$(2) y = \lg \frac{x}{x-1}$$

$$\because \frac{x}{x-1} > 0, \quad \therefore x > 1 \text{ 或 } x < 0.$$

$$\text{函数的定义域为 } (-\infty, 0) \cup (1, +\infty).$$

两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时，这两个函数才认为是相同的。

例如，函数 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ 与 $y = 1$ ，它们的定义域和对应关系都相同，所以它们是相同的函数。又如，函数 $y = x$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$ ，它们的定义域不同，所以它们是不同的

函数。

3. 函数与函数值的记号

我们知道, y 是 x 的函数可以记作 $y = f(x)$, 但在同一个问题中, 如需要讨论几个不同的函数, 为了区别清楚起见, 就要用不同的函数记号来表示。例如, 以 x 为自变量的函数也可表示为

$F(x)$, $\varphi(x)$, $y(x)$, $S(x)$ 等。

函数 $y = f(x)$ 当 $x = x_0 \in D$ 时, 对应的函数值可记为 $f(x_0)$ 。

4. 函数的表示法

函数关系可以有很多种表示方法, 最常用的有表格法, 图象法和解析法。本书所讨论的函数常用解析法表示, 即将变量 x 与 y 的对应关系用数学式子表示。

有时, 我们会遇到一个函数在自变量不同的取值范围内用不同的式子来表示。

例如, 函数

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内的一个函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \sqrt{x}$; 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x$, 它的图象如图 1-1 所示。

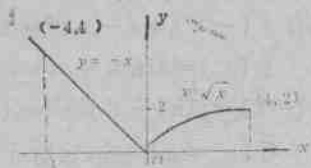


图1-1

在不同的区间内用不同的式子来表示函数称为**分段函数**。

求分段函数的函数值时, 应把自变量的值代入相应取值范围的表示式进行计算。

例如, 上面的分段函数中,

$$f(4) = \sqrt{4} = 2;$$

$$f(-4) = -4.$$

有时函数与自变量 x 的对应关系很难用只含有 x 的数学式子来表示，而只能写成某个方程的形式。例如， $y^4 + 3xy + 4x^3 = 0$ ， $x^2y + \sin(x+y) - 1 = 0$ 等等。这时称 y 为 x 的**隐函数**，并记作 $F(x, y) = 0$ 。相应地称能用只含自变量 x 的数学式子来表示的函数为**显函数**。显然，对隐函数来说，给定 x 值后，相应的 y 值通常要通过解方程求得。

5. 函数的简单性质

(1) 函数的奇偶性

定义 1.2 如果函数 $f(x)$ 对于定义域内的任意 x ，都有 $f(-x) = -f(x)$ ，那么 $f(x)$ 叫做**奇函数**；如果 $f(x)$ 对于定义域内的任意 x ，都有 $f(-x) = f(x)$ ，那么 $f(x)$ 叫做**偶函数**。如果函数 $f(x)$ 对于定义域内的任意 x 既非奇函数，也非偶函数，那么 $f(x)$ 叫做**非奇非偶函数**。

例如， $f(x) = x^3$ 是奇函数。因为，对于一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ ，都有 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ 。

$f(x) = x^2$ 是偶函数。因为，对于一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ ，都有 $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ 。

$f(x) = \sin x + \cos x$ 是非奇非偶函数。因为 $f(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x$ ，对于一切 $x \in (-\infty, +\infty)$ ，它既不等于 $f(x)$ ，也不等于 $-f(x)$ 。

奇函数的图象是对称于原点的，见图1—2；偶函数的图象是对称于 y 轴的，见图1—3。

(2) 函数的单调性

定义 1.3 如果函数 $y = f(x)$ 对于区间 (a, b) 内

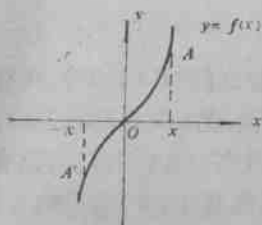


图1—2

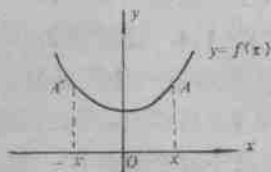


图1—3

的任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么函数 $f(x)$ 叫做在区间 (a, b) 内是**单调增加的**; 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么函数 $f(x)$ 叫做在区间 (a, b) 内是**单调减少的**。

单调增加函数的图象沿 x 轴正向逐渐上升的, 见图 1—4; 单调减少函数的图象沿 x 轴正向逐渐下降的, 见图 1—5。

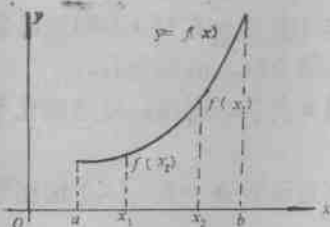


图1—4

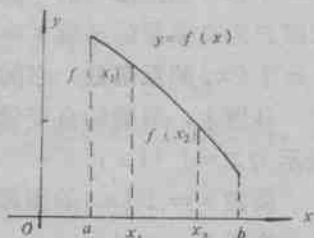


图1—5

在某一区间内单调增加或单调减少的函数都称为这个区间内的**单调函数**, 该区间叫做这个函数的**单调区间**。

函数的单调性与函数所在的区间有关。本书在此讨论的是开区间的情况, 对闭区间函数或半开 (半闭) 区间函数,

亦可进行同样的讨论。

(3) 函数的有界性

定义 1.4 设函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义。如果存在一个正数 M ，对于所有的 $x \in (a, b)$ ，都有 $|f(x)| \leq M$ ，那么函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是有界的。如果不存在这样的正数 M ，那么函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是无界的。

例如，函数 $y = \sin x$ 在实数 R 上是有界的，因为对任何 $x \in R$ ，都有 $|\sin x| \leq 1 = M$ 。再如函数 $y = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 内是无界的，而在 $[1, 2]$ 内是有界的。

函数的有界性与函数所在的区间有关。

6. 反函数

定义 1.5 设有函数 $y = f(x)$ ，其定义域为 D ，值域为 M 。如果对于 M 中的每一个值 ($y \in M$)，都可以从关系式 $y = f(x)$ 确定唯一的 x 值 ($x \in D$) 与之对应，那么所确定的以 y 为自变量的函数 $x = \varphi(y)$ 或 $x = f^{-1}(y)$ 叫做函数 $y = f(x)$ 的反函数，它的定义域为 M ，值域为 D 。

习惯上，函数的自变量都用 x 表示，所以，反函数也可表示为 $y = f^{-1}(x)$ 。

函数 $y = f(x)$ 的图象与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称。

例 2 求函数 $y = 3x - 2$ 的反函数。

解 由 $y = 3x - 2$ ，得 $x = \frac{y+2}{3}$ ，即反函数为

$$y = \frac{x+2}{3}$$

二、基本初等函数

我们学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数叫做**基本初等函数**。在函数的研究中，基本初等函数起着基础作用，下面所说的初等函数，就是由基本初等函数所构成的一类比较广泛的函数，所以要研究初等函数，首先要熟悉基本初等函数的性质。

1. 常量 $y = c$

定义域是 $(-\infty, +\infty)$ ，图象为平行于 x 轴截距为 c 的直线，见图1—6。

2. 幂函数 $y = x^\alpha$ (α 为实数)

定义域随 α 而异，但无论为何值，在区间 $(0, +\infty)$ 内，幂函数总是有定义的。幂函数的性质在 $\alpha > 0$ 时与 $\alpha < 0$ 时根本不同。

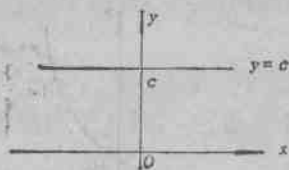


图1—6

当 $\alpha > 0$ 时，幂函数 $y = x^\alpha$ 有下列性质：

- (1) 图象都经过点 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ ；
- (2) 在区间 $(0, +\infty)$ 内，函数是单调增加的，见图1—7 (a)。

当 $\alpha < 0$ 时，幂函数 $y = x^\alpha$ 有下列性质：

- (1) 图象经过点 $(1, 1)$ ；
- (2) 在区间 $(0, +\infty)$ 内，函数是单调减少的，见图1—7 (b)。

3. 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

定义域是 $(-\infty, +\infty)$ ，值域为 $(0, +\infty)$ ，都通过点 $(0, 1)$ ，当 $a > 1$ 时，函数单调增加，当 $0 < a < 1$

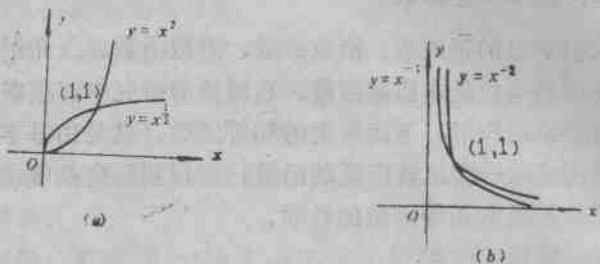


图1—7

时，函数单调减少，见图1—8。

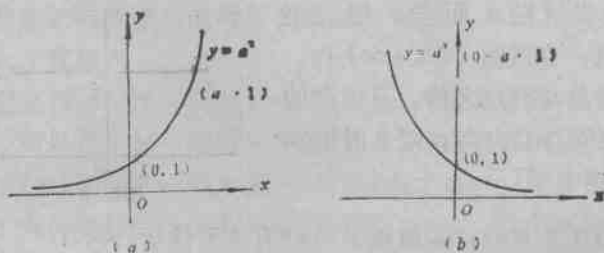


图1—8

最经常使用的指数函数为 $y = e^x$ ，式中的 e 为自然对数的底数，近似等于2.718。

4. 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)

定义域是 $(0, +\infty)$ ，通过点 $(1, 0)$ ，当 $a > 1$ 时，函数单调增加，当 $0 < a < 1$ 时，函数单调减少，见图1—9。

5. 三角函数

在此只讨论四个基本的三角函数， $y = \sin x$ ， $y = \cos x$ ，

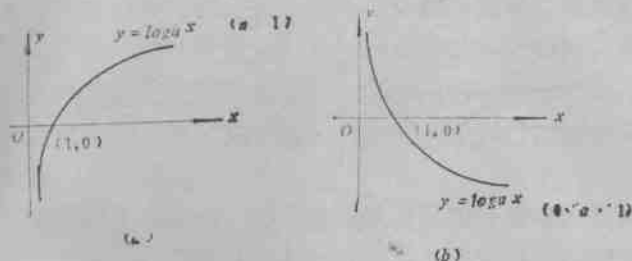


图1-9

$y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.

函数 $y = \sin x$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $[-1, 1]$, 它是奇函数, 图形对称于原点, 又是周期函数, 周期是 2π , 见图1-10.

函数 $y = \cos x$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $[-1, 1]$, 它是偶函数, 图形对称于 y 轴, 它也是以 2π 为周期的周期函数, 见图1-11.

函数 $y = \operatorname{tg} x$ 的定义域是 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ 为整数集) 的一切实数. 它是奇函数, 又是周期函数, 周期是 π , 见图1-12.

函数 $y = \operatorname{ctg} x$ 的定义域是 $x \neq k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$) 的一切实数, 它是奇函数, 又是以 π 为周期的周期函数, 见图1-13.

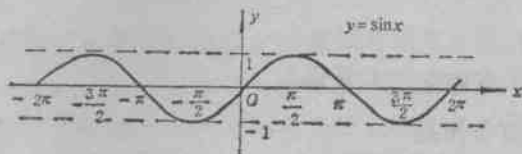


图1-10

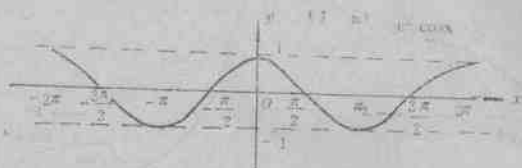


图1-11

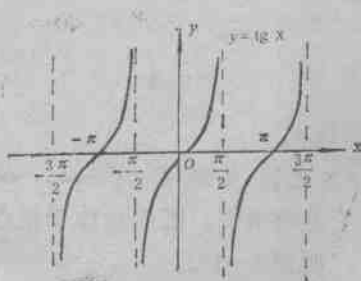


图1-12

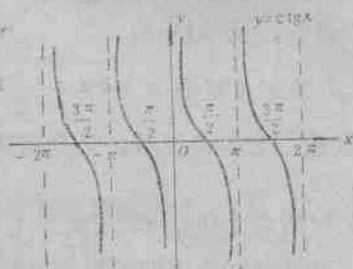


图1-13

三、复合函数、初等函数

1. 复合函数

在实际问题中，我们常会遇到由几个较简单的函数组合而成为较复杂的函数。例如，函数 $y = \cos^2 x$ 可以看成是由

幂函数 $y = u^2$ 与余弦函数 $u = \cos x$ 组合而成。因为对于每一个 $x \in \mathbb{R}$ ，通过变量 u ，都有确定的 y 与之对应，所以 y 是 x 的函数。这个函数可通过 $u = \cos x$ 代入 $y = u^2$ 而得到。

定义 1.6 设 y 是 u 的函数， $y = f(u)$ ，而 u 又是 x 的函数， $u = \varphi(x)$ 。

设数集 A 表示 $\varphi(x)$ 的定义域或其中一部分。如果对于每一个 $x \in A$ ，通过 u ，都有确定的 y 和它对应，则 y 成为 x 的函数，记作

$$y = f[\varphi(x)]$$

这个函数叫做由函数 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数，定义域为 A ， u 叫做中间变量。

例 3 指出下列各复合函数的复合过程和定义域：

$$(1) y = \sqrt{1+x^2}; \quad (2) y = \lg(1-x).$$

解 (1) $y = \sqrt{1+x^2}$ 是由 $y = \sqrt{u}$ 与 $u = 1+x^2$ 复合而成的，它的定义域与 $u = 1+x^2$ 的定义域一样，都是 $x \in \mathbb{R}$ 。

(2) $y = \lg(1-x)$ 是由 $y = \lg u$ 与 $u = 1-x$ 复合而成的，它的定义域是 $x < 1$ ，只是 $u = 1-x$ 的定义域 $\mathbb{R}$ 的一部分。

从上面的例子不难看出，复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 的定义域与函数 $u = \varphi(x)$ 的定义域不一定相同，有时只是 $u = \varphi(x)$ 的定义域的一部分。

必须注意，不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的。例如， $y = \lg u$ 及 $u = -x^2$ 就不能复合成一个复合函数，因为对于 $u = -x^2$ 的定义域 $x \in \mathbb{R}$ 中任何 x 值所对应的 u 值（都小于或等于零）， $y = \lg u$ 都没有定义。

利用复合函数的概念，可以将一个较复杂的函数看成由