

XIESHA SHUILIU SHUXUE MOXING
DE YANJIU YU SHIJIAN

XIESHA SHUILIU

陈雄波 鄢国明 顾列亚 著

挟沙水流数学模型的 研究与实践



黄河水利出版社

挟沙水流数学模型的 研究与实践

陈雄波 鄢国明 顾列亚 著

黄河水利出版社

· 郑州 ·

内 容 提 要

本书针对水流泥沙数学模型发展过程中遇到的关键性的技术难题，采用理论分析和实际编程计算相结合的方法对它们进行了研究。根据研究内容分为上篇、中篇、下篇。其中：上篇主要对多沙河流的一些重要参数、适用公式和处理方法等进行了研究，建立了多泥沙河流平面二维泥沙数学模型，并对在数学模型中如何体现多沙河流特殊的演变规律也进行了研究；中篇主要对计算过程收敛性、自由水面的确定、泥沙扩散系数的取值等进行了研究，建立了三维水流泥沙数学模型，并进行了初步验证；下篇搭建了黄河治理人工智能体系的理论框架，介绍了与之有关的人工神经网络模型、中常洪水的演进方法、河道冲淤平衡水沙关系的部分研究成果。

本书可供泥沙与河流动力学、水利、水文、地理、防洪减灾等专业的规划、设计、科研、管理人员以及高等院校师生阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

挟沙水流数学模型的研究与实践/陈雄波，郜国明，
顾列亚著.—郑州：黄河水利出版社，2010.10

ISBN 978-7-80734-911-2

I .①挟… II .①陈…②郜…③顾… III .①含沙
水流—数学模型—研究 IV .①TV131.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 185140 号

组稿编辑：王路平 电话：0371-66022212 E-mail：hhslwlp@126.com

出 版 社：黄河水利出版社

地址：河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 14 层 邮政编码：450003

发行单位：黄河水利出版社

发行部电话：0371-66026940、66020550、66028024、66022620(传真)

E-mail：hhslcbs@126.com

承印单位：黄河水利委员会印刷厂

开本：787 mm×1 092 mm 1/16

印张：10.5

字数：240 千字

印数：1—1 000

版次：2010 年 10 月第 1 版

印次：2010 年 10 月第 1 次印刷

定 价：29.00 元

前 言

20世纪50年代以来，随着科学技术的进步和计算机技术的发展，计算流体力学逐渐成为一门独立的学科。水流泥沙数学模型作为河床变形定量预测的重要手段日益受到重视，目前长河段、长时间的一维和水深平均的平面二维泥沙数学模型已经得到广泛应用，三维泥沙数学模型发展也较快，在水利工程的规划、设计、运营中发挥着越来越大的作用。

由于很多大江大河的平面尺度远远超过垂向尺度，物理量沿水深方向的变化在许多情况下不是重点考查的对象，与三维数学模型相比计算又大大简化，因此水深平均的平面二维泥沙数学模型有着独特的优点，是目前应用最为广泛的数学模型。在泥沙数学模型应用过程中，发现已有的二维数学模型大多只适用于计算少沙河流，多沙河流数学模型落后于清水和少沙河流数学模型的发展，其主要原因是多沙河流的一些重要参数、适用公式和处理方法等认识不够深入，同时在数学模型中如何体现多沙河流特殊的演变规律也存在较大争议。例如：高含沙洪水和低含沙洪水在汛期往往交替发生，在数值模拟中如何选用适宜的流变方程；高含沙洪水的挟沙能力具有“多来多排”和形成“浆河”等特点，使数学模型中应用的挟沙力公式易与实际不甚符合；多沙河流大都拥有散乱型流路，主流在宽广的大堤内摆动游荡，往往滩槽区分并不明显，还有可能形成“二级悬河”，使得断面概化困难；对很多系数和处理方法存在较大的争议，如流场与沙场是否应耦合计算、收敛判断条件、计算时段选取规则等，尚无定论，特别是对恢复饱和系数的取值争议很大。我国西北和华北一些地区河流汛期含沙量都比较高，因此对多沙河流的平面二维数学模型进行进一步研究是很有必要的，本书的上篇“多泥沙河流平面二维泥沙数学模型”即进行了这方面的研究工作。

二维泥沙数学模型只能反映平面上水沙因子的变化，而河流的弯曲和分汊是自然现象，环流结构及其引起的泥沙输移是河流水沙运动的重要特征，水利工程建筑物(如丁坝、桥墩等)附近水流三维特征十分明显。因此，随着计算成本的降低，建立三维泥沙数学模型是水流泥沙数值模拟的发展方向，其优势不可替代。在应用压力—速度场迭代求解的方法进行三维水沙数值模拟时，由于控制方程组的高度非线性特性、初始设定的压力场和速度场协调性及流速分量非对称性等原因，计算过程容易发散；同时自由水面的确定一直是一个较难的课题，以前的方法，如静水压力分布假定和“刚盖假定”，或是采用一阶迎风格式来计算自由水面高程，或者是求解二维压力 Poisson 方程等方法，在计算中都没有考虑动水压力的影响，因而存在一定的局限性；三维泥沙数学模型中泥沙扩散系数的取值，也有多种说法。因此，作为发展中需要克服的困难，三维泥沙运动数值模拟中还有很多问题需要深入探讨。

针对以上提及的水流泥沙数学模型发展过程中遇到的关键性的技术难题，采用理论分析和实际编程计算相结合的方法进行了研究。本书的主要内容可概括为：对多沙河流

的几个重要公式和参数进行了研究，得出了相应的结论，在数值模拟时应用到相应的计算模块中；采用有限体积法离散水深平均的二维和三维水流泥沙控制方程，对存在的若干技术难题进行了分析和改进，并利用计算机语言编制程序进行数值模拟，通过与理论分析结论或实测资料的对比说明了本书的研究成果是正确的。

本书建立的二维和三维水流泥沙数学模型是紧密联系的，主要有：它们都采用有限体积法离散，求解步骤均为 SIMPLE 系列格式，三维计算程序是在二维程序基础上编制而成的；三维水流计算时为了避免初始设定的流速场和压力(水位)场不协调而导致计算发散，采用异步修正方法时，初始水位场采用二维数学模型的计算结果；三维水流计算自由水面的模块是在二维模型计算水位方法的基础上改进而成的，绝大部分程序源代码相同；二维水流泥沙控制方程是在三维方程沿水深方向积分后忽略一些相对小量而得到的，因而可看做是三维解法的简化。

黄河是世界上河性最为复杂、治理最为困难的河流，在黄河规划实践中，泥沙数学模型发挥了很大的作用。本书下篇“黄河治理开发中的实用泥沙数学模型”，搭建了黄河治理人工智能体系的理论框架，介绍了与之有关的人工神经网络模型、中常洪水的演进方法、河道冲淤平衡水沙关系的一些成果。其特点是：既有坚实的理论基础，也有很强的实用性，在目前有限资源约束条件下，提出了一种在一定程度上解决黄河泥沙复杂的非线性动力学系统的方法。

泥沙运动规律是极其复杂的，对控制方程采用相同的离散格式和数值计算方法，但使用不同的泥沙计算公式和参数，得出的结论有可能完全不同。将理论分析的结论和数学模型的计算结果紧密结合、互相验证、对比分析是本书的特色。本书对多沙河流泥沙运动规律进行了讨论，并在数学模型中得到应用；对数学模型计算格式进行改进时也特别注意到它在数学上和物理上的意义；对数学模型的计算结果也作了深入分析，以弥补理论认识的不足和实际测量操作上的困难。通过这种方法，力图对挟沙水流运动的基本规律和数学模型的认识都有所深化，更有利于发挥数学模型对实际工程的指导作用。为推广和交流研究心得，推动泥沙工程学的发展，特撰写成书。

本书为合作研究成果，其中上篇由陈雄波、顾列亚执笔；中篇由陈雄波、郜国明执笔；下篇及参考文献由郜国明、顾列亚执笔。陈雄波负责全书的统稿工作。在本书编著过程中，黄河勘测规划设计有限公司的刘继祥、杨丽丰，河海大学的唐洪武、俞国青等多位教授级高级工程师、学者提出了宝贵意见和建议，谨此致谢。

作 者

2010 年 6 月

目 录

前 言

上篇 多泥沙河流平面二维泥沙数学模型

第一章 绪 论	(1)
第一节 问题的提出	(1)
第二节 泥沙运动规律研究进展	(3)
第三节 泥沙数学模型研究进展	(6)
第四节 本书的研究思路及主要内容	(13)
第二章 多沙流体流变方程和挟沙力公式的选用	(15)
第一节 模式分类的依据和实施	(16)
第二节 对宾汉剪应力的 BP 网络训练结果与分析	(18)
第三节 二元均匀流挟沙力的 BP 网络训练结果与分析	(24)
第四节 天然多沙河流数学模型中挟沙力公式的选用	(27)
第五节 本章小结	(32)
第三章 多沙河流河床断面概化的研究	(33)
第一节 河床断面概化的意义和已有方程	(33)
第二节 多沙河流断面形态补充方程的建立和验证	(34)
第三节 断面概化方法的应用步骤	(38)
第四节 本章小结	(39)
第四章 多泥沙河流水深平均的二维泥沙数学模型	(40)
第一节 水流泥沙运动的控制方程	(40)
第二节 计算定解条件	(44)
第三节 计算步骤	(45)
第四节 平面二维水流数学模型的应用	(51)
第五节 泥沙模块计算时所用公式和参数的选取	(57)
第六节 模型的验证	(60)
第七节 本章小结	(67)

中篇 三维水流泥沙数学模型研究

第五章 三维水沙运动的控制方程与求解	(68)
第一节 水流控制方程和压力项分解	(68)
第二节 水流控制方程离散与求解	(70)
第三节 泥沙输运方程	(73)

第四节	定解条件	(75)
第五节	SIMPLE 格式发散的原因及改进方案	(78)
第六节	不同步修正的实施和优点	(80)
第七节	不同步修正避免计算发散的实例	(82)
第八节	本章小结	(85)
第六章	自由水面的确定	(86)
第一节	考虑动水压力梯度的自由水面计算	(86)
第二节	垂线平均流速的确定	(89)
第三节	引入动水压力梯度与无动水压力梯度的计算对比	(90)
第四节	本章小结	(91)
第七章	三维水流泥沙数学模型计算实例	(92)
第一节	三维水流模型在计算明渠流中的应用	(92)
第二节	三维水流模型在计算复式断面中的应用	(100)
第三节	挖入式港池内流场的数值计算	(110)
第四节	三维泥沙数学模型计算实例	(114)
第五节	本章小结	(118)

下篇 黄河治理开发中的实用泥沙数学模型

第八章	黄河治理开发中的人工智能体系	(119)
第一节	人工智能理论	(119)
第二节	人工智能概述	(120)
第三节	人工智能体系在治黄中的应用	(123)
第九章	黄河与渭河下游河道人工神经网络模型	(130)
第一节	人工神经网络模型特点	(130)
第二节	人工神经网络模型在黄河下游的开发及应用	(130)
第三节	人工神经网络在渭河下游输沙水量研究中的应用	(134)
第十章	多泥沙游荡河道中常洪水的演进方法	(142)
第一节	研究方法的由来	(142)
第二节	洪水划分	(143)
第三节	洪水演进	(144)
第十一章	黄河下游河道冲淤平衡水沙关系初步研究	(146)
第一节	花园口断面平衡含沙量的影响因素分析	(146)
第二节	花园口断面平衡含沙量的函数关系	(149)
第十二章	主要结论及研究展望	(151)
第一节	主要结论	(151)
第二节	研究展望	(151)
参考文献		(154)

上篇 多泥沙河流平面二维泥沙数学模型

第一章 絮 论

第一节 问题的提出

一、泥沙问题的存在及其危害

我国河流众多，流域面积在 100 km^2 以上的就有 5 万多条，在 1000 km^2 以上的有 1500 多条。从古到今，大型河流两岸区域都是人类活动的中心地带。河流既给人类带来取水和舟楫的便利，也带来洪水灾害，天然河流往往需要整治。在大江大河治理过程中，一个十分突出的问题是泥沙问题。我国不少地区水土流失严重，全国水土流失面积达 367 万 km^2 ，其中水蚀面积为 179 万 km^2 ，每年土壤流失量达 50 亿 t，被冲走的氮、磷、钾等营养物质约 4000 万 t。流失的泥沙约有 $1/3$ 沉积在江河湖库，淤高河床，使河道防洪能力下降，水库库容减小甚至成为病险水库。不仅人们所熟悉的长江、黄河等大江大河上中游地区水土流失严重，东北黑土区的水土流失也很严重。从流域内冲刷外移的大量泥沙，通过小溪、山涧，汇集于大江大河，使我国西北及华北地区一些河流中下游含沙量很高。挟带泥沙的河道水流属于两相流，与清水水流(单相流)相比，具有迥然不同的特色，给经济建设和沿岸居民生活带来一系列困难，主要有防洪问题、水库淤积问题、灌溉渠系淤积问题、港湾河口淤积问题等。

泥沙灾害虽然没有直接出现在国际减灾委员会所列的 29 种自然灾害之列，但隐含在其他自然灾害中。我国是世界上泥沙问题最严重的大国，自 20 世纪 80 年代以来，由于泥沙灾害带来的直接和间接经济损失总体上呈上升趋势。1998 年特大洪水造成的直接经济损失超过 2000 亿元，长江、松花江干流很多水文站实测洪峰流量并没有达到历史记录最大值，但最高水位接近或超过历史最高记录。出现上述现象的最主要原因是河道和湖区内的泥沙淤积。以长江为例，有关资料显示长江上游地区土壤年侵蚀量达 22.4 亿 t，超过了黄河流域的 18.7 亿 t，长江干流的淤积率约为 0.01 m/a ；宜昌站实测年平均输沙量由 20 世纪 60 年代的 4.4 亿 t 增加到目前的约 5.3 亿 t。洞庭湖 1951~1996 年平均每年淤高 0.029 m ，鄱阳湖的淤积也较严重。像这样“小雨量、高水位”和“小流量、高水位”的现象，在太湖流域、淮河、汾河、渭河等均有出现，增大了防洪压力。国外也有很多泥沙问题，如清水冲蚀、港口航道淤积、岸滩和桥墩冲刷、泥石流灾害等。

由于我国很多河流含沙既多且细，在水利、水电、交通建设中引起了一系列特殊矛盾，因此需要加强对河道水流泥沙运动规律的研究。

二、泥沙运动规律的复杂性

河流泥沙工程学是以造福于人类为目标的对河流控制和利用的学科，重点着眼于河流的自然变动及诸如筑坝、渠化、引水、建桥和河道采沙等人类行为引起的河流短期及长期的变化。此外，认识河流特性对改善环境也是必要的。然而水力学、河流动力学和河床演变学的一些主要问题仅在近几十年才被认识，另外还有许多其他问题仍未被认识。江河里的泥沙是从流域地表侵蚀、沟壑冲蚀而来的，其运动规律复杂，主要原因如下：

(1)河道水流的紊动性和泥沙性质的变异性。天然河道水流一般为紊流，挟带泥沙后成为两相紊流，紊流运动规律仍需继续探索；泥沙颗粒的大小、形状、圆度、矿物质成分等各不相同，群体泥沙由不同粒径和级配、孔隙率、渗透率、抗剪强度的沙样组合而成，此外细颗粒泥沙表面还有不同的物理化学特性。泥沙颗粒个体和群体性质的多样性是泥沙运动规律复杂的重要原因。

(2)水沙运动的不平衡性、不恒定性和河道边界的不规则性。挟带泥沙的水流存在着水流对泥沙的作用、泥沙之间的相互作用、泥沙对水流的作用，使水沙两相流呈现非平衡性；河流上游的来水来沙随时间而变，河床自身也处在不断的调整中，且两者互相联系，更增加了研究的难度；天然河流平面形态复杂，岸线曲折，各种河型演变规律各异，一般都具有复杂的三维特性。

(3)泥沙颗粒的运动既具有受力学规律支配的必然性，又具有受统计理论支配的随机性。河流中的泥沙一般为散粒群体，在运动过程中，常被视为连续介质。但如果沙粒在水流中含量很低，只能作为散粒个体看待时，自然也就不能作为连续介质考虑。不接受紊动扩散作用的散粒个体泥沙，在水流中的运动迹线与接受紊动扩散作用的散粒群体泥沙的运动迹线完全不同。清水与泥沙的上述特性，决定了泥沙颗粒在运动过程中，受力学规律支配的必然性和受统计理论支配的随机性是交替出现的。采用单纯的力学分析方法往往无法解释泥沙输移的很多实际现象，甚至会得出不可靠的结论；采用统计分析方法则会引入较多的概率参数，且不易确定。

(4)对泥沙运动规律认识不深入制约着泥沙数学模型的发展。目前，国内外水流泥沙数值模拟已取得大量研究成果，在工程上得到广泛应用，但由于泥沙运动机理和数学表达式均不完善，数值计算时所必需的很多公式和参数都是经验性的，往往需要用实测资料来校验。这一点在多沙河流数学模型发展过程中表现更为明显，如恢复饱和系数的取值就存在很大争议。

三、研究泥沙数学模型的意义

对泥沙问题的研究有三种方法：用理论分析方法探讨河床演变；物理模型试验；数值模拟计算。理论分析是在对大量原型观测资料进行定性和定量分析的基础上，根据所研究水域的水文、泥沙特征，利用水力学及河流动力学和相关学科理论，探讨河道地形的历史演变、近期演变和将来的演变趋势，为水利工程的建设和运行方式提供科学依据。

物理模型试验依据水流、泥沙的运动学和动力学方程，建立一定的相似准则，将原型河流缩制成模型河流，在模型上进行水流泥沙运动研究，预测拟建工程的作用与效果，以及工程对附近水流的影响，再依据模型相似率推广到原型，为工程设计和运营提供科学依据。数值模拟计算是运用一定的离散方法，数值求解水流及泥沙运动方程，得出工程水域在设计水文情况下的水流、泥沙情况，预测拟建工程的作用与效果，为工程的前期规划和多方案比选提供依据。

20世纪50年代以来，随着科学技术和计算机技术的发展，计算流体力学逐渐成为一门独立的学科。1952~1954年Isaacson和Twesch首次建立了俄亥俄河和密西西比河的部分河段数值模型，并进行了洪水过程的模拟。泥沙数值模型以水流数值模型为基础，其发展总是滞后于水流数值模型，现代泥沙数值模型到20世纪70年代后期才发展起来，进入80年代以后，不少研究、设计部门集中力量加强了数学模型的研究、开发。现在的中小型工程问题，一半以上的研究、设计工作均由数学模型完成，大型工程物理模型的边界条件也往往由数学模型给出。与物理模型相比，数学模型的优点是：研究费用低，周期短，运用灵活，不存在比尺效应和试验环境影响等，因而具有不可替代的优势。

目前国内外泥沙数值模拟已取得大量研究成果，在工程上得到广泛应用，但水流泥沙运动的基本规律仍需要进一步深入研究，以确定数学模型中的公式和参数，数值计算中的求解方法仍需改进。在实际工作中，人们往往对垂线平均值表示的平面流场更感兴趣，同时对多沙河流数学模型如何体现其特殊的运动规律有不同说法。另外，三维数学模型能够全面给出流场信息，其优势不可替代。所以，研究多沙河流水深平均的二维和三维水流泥沙数学模型，是很有实际意义的。

水流泥沙数学模型必须建立在对泥沙运动规律的深刻理解的基础上，根据实际问题的特征，研究其相关的物理—化学过程及相应的数学方法。在建立数学模型前，了解泥沙运动规律的研究进展是必要的。

第二节 泥沙运动规律研究进展

泥沙运动规律研究包括河流动力学和河床演变学在内的泥沙研究，它的母体在欧美各国为水力学，属于技术科学范畴，在苏联则被视为地球物理学的一部分，属于基础科学范畴。随着国民经济的发展，水利工程和港口航道工程的建设日趋增多，泥沙问题越来越突出，这为泥沙运动理论研究和数学模型的发展提供了良好的机遇。20世纪90年代中期以前欧美各国的泥沙研究进展，王兆印等作了详细的叙述。王光谦简要说明了泥沙学科的特点，介绍了我国泥沙研究取得的重要成果，讨论了泥沙学科未来的发展趋势。张红武叙述了河工动床模型相似率研究进展。周志德在总结20世纪泥沙研究发展概况时，认为在20世纪上半叶逐步积累的基础上，作为一个标志性成果，1950年Einstein提出了第一个泥沙运动力学理论体系；在下半叶进入百家争鸣时代，70年代以来又根据大量实测资料，利用计算机进行回归分析而得到阻力和输沙率公式，而不拘泥于发展的理论。近年来一些困扰人们多年的理论问题，如水流流速分布、泥沙运动与紊流强度和猝发的关系等都有了较大进展。清华大学、河海大学等高校和科研院所对泥沙问题的

研究也取得了丰硕的成果。本节将叙述 20 世纪 90 年代中后期以来泥沙运动规律在几个方面的研究进展。

一、水流挟沙力规律

水流挟沙力是指在一定的来水来沙条件下单位水体所能挟带和输运的悬移质中的床沙质数量。在解决工程泥沙问题时，水流挟沙力规律是必然要遇到的难题之一。在数学模型中计算河床变形时，要根据挟沙力计算的结果来判断河道的冲淤特性。因此，水流挟沙能力一直是工程界和学术界研究的热点问题之一，受到学者们的普遍关注。

从能量平衡原理出发进行推导是研究挟沙力的重要方法。近期余明辉等以“制紊假说”为理论基础，考虑浑水相对黏滞性、上游来水来沙条件和床沙级配等因素对水流挟沙力的不同影响，建立了非均匀沙分组挟沙力公式。Joseph 以 1506 组试验资料为依据，分析颗粒剪应力在输沙率中所占的比重，发现当床面紧密性提高时，该比重迅速下降。他应用水流能量分割方法，进一步研究输沙率。王国兵从两相流能量方程出发，引入若干近似条件，通过解单宽输沙率的一阶线性微分方程，探讨了水流挟沙规律，结合大量的实测资料得到新的计算公式，与天然沙和电木粉的实测资料对比表明，该式基本能反映水流挟沙规律。

王士强从床沙、推移质、悬移质相互交换、相互衔接的物理图形出发，在力学分析、随机分析及紊动扩散分析的基础上，提出推移质、悬移质和全沙统一的非均匀沙挟沙力公式，计算结果与实测值符合良好。Wu 针对非均匀沙的遮蔽作用和暴露作用，引入与颗粒直径和级配相关的修正系数，得到冲积河流非均匀沙的挟沙力公式，计算结果与实测资料符合很好。Patel 基于广泛的实测资料，提出了一个能联合考虑影响非均匀推移质输沙多个因素的经验公式。

总的说来，以上工作或是对原有公式的改进，或将颗粒运动的必然性和随机性相结合进行推导，或从两相流能量方程出发，得出水流挟沙规律。固液两相流理论是研究泥沙运动的基础。由于两相紊流的结构十分复杂，目前还没有比较成熟的理论能够描述其变化规律，因此在推导时往往要作一些近似处理。而天然河流挟带的泥沙往往处在过饱和状态或欠饱和状态，即非平衡状态下的输沙，在某一特定断面的挟沙力也须经过多次测量才能得到有规律性的认识，并且这种认识不能无限制地推广到异地。同时，多家公式并不能阐述高含沙水流的挟沙规律。因此，挟沙力规律还需要更深入的探讨。

二、河床平面形态

冲积河流平面形态是不断变化的。左东启指出：长江中下游平均河宽也就 1~2 km，就能大体安全地宣泄 $80\,000\text{ m}^3/\text{s}$ 的洪水，入海年径流量达 9700 亿 m^3 ；而海河流域“减河”、“新河”的总宽度若干倍于长江，淮河流域已建的入江水道、在建的入海水道宽度加起来也超过长江，怎么总怕泄不了水呢？这说明目前对河道平面形态和断面形态的认识还远远不足。

Pierre 对泥沙颗粒在三维空间上的稳定条件进行分析，论述了河道几何形态变化的理论及应用。Hagerty 讨论了近岸水流冲击导致堤防失事的计算方法。Albert 应用能量原

理分析恒定输沙时粗糙度和床面形态的关系，发现可用“床面谱”代替目前使用的简单关系式，并分析了平均流速、脉动能大小、泥沙的沉积与再悬浮之间的相互关系，进而推求出床面形态。为确定各种水流条件下的阻力，同时确定床面的分类，他绘制了一张图表，用实验室和野外观测资料进行了验证，表明功率理论在床面形态研究中很有应用前景。国内也对河道横向变形进行了综述和研究，所采用的研究途径是依据力学分析方法得到河岸边坡的临界失稳和临界堆积方程。总体上讲，由于河道的变迁直接关系到防洪安全，对河床形态的研究应进一步深入。

三、河道阻力规律

对阻力问题的研究，不仅具有重要的理论意义，在治河实践上也很有实用价值。实际工作中常将河床阻力划分为河底阻力和河岸阻力两部分，河底阻力又包括沙粒阻力和沙波阻力。Robert 计算了平滩流量下的沙粒阻力和沙波阻力，发现沙波阻力可能占总阻力的 0 ~ 90%。M.Cellino 计算了床面沙波存在时的泥沙扩散系数和动量扩散系数，得到 Rouse 公式中的参数，比较了无沙波和有沙波时浓度分布的不同之处，并分析了流层结构。J. Sieben 从理论上分析了床沙的粗化过程，当初始床面为均匀沙时，通过解床面高程的偏微分方程，代入初始条件和边界条件得到分析解，其计算结果与实测值符合较好。Wang 在研究床面抗冲性时提出“床面惯性”的概念，认为“床面惯性”是床面的一个重要特性，并把它应用到河床受冲刷时的分析中。

冲积河流的横断面很多是具有主槽和滩地的复式断面，洪水一般由流域上游暴雨引起，来水量增加很快，但河道比降平缓，排泄能力不够，造成洪水持续时间延长，洪峰“肥胖”。引起这种现象的主要原因之一是河道主槽与滩地之间过流能力存在差异，水流阻力较大。复式断面主槽与滩地水流特性、相互关系及其对阻力的影响等是河流动力学界关注的重点问题之一。Myer 等深入研究了滩槽水流相互影响的机制与作用。Thomas 等用大涡模拟法研究一对称的复式断面，计算结果能显示出主槽与滩地复杂的动量交换，能得到床面应力分布、流速分布等，并能观察到拐点处的旋涡。Lin 等用线性和非线性 $k-\varepsilon$ 紊流模型和 SIMPLER 模式，建立复式断面三维水流数学模型来计算溶解质的浓度输运，结果表明掺混过程受次生流的重大影响。周宜林通过求解交界区水流的二阶常微分方程，得到了流速沿横向分布的计算公式，与试验资料符合好。张幸农等采用理论分析和水槽概化试验相结合的方法，探讨了不同滩槽形态、过水面积比例以及糙率大小等因素与断面过流能力和沿程水面比降之间的关系，分析它们的规律和对河道行洪的影响。

以上的研究主要集中于滩槽交界处水流的细部结构、扩散系数纵向和横向分布，而对于分析滩槽的过流能力、水面纵比降和横比降等则明显不足。在实际的防洪工程中这往往是优先考虑的，该问题有进一步讨论的必要。

四、高新技术、新的数学理论和数学方法的应用

水利是一门传统学科，随着科学技术的不断发展，高新技术在水利行业发挥着越来越大的作用。计算机技术、微电子技术、现代通信技术、遥感技术、地理信息系统、全球定位系统及自动化技术等在泥沙研究方面的应用越来越广泛，物理模型与数学模型联

合运作的“合交模型”的发展也推动着测量仪器的不断进步。为实现数据采集、处理和输出的一体化，还需要付出艰巨的努力。

描述水流运动的 $N-S$ 方程和泥沙输运的对流-扩散方程都是非线性的。近年来，各种非线性数学方法在泥沙研究领域有了很多应用。紊流和输沙过程中都存在混沌和分形现象。王协康等利用分形理论研究初始及粗化床面粗糙度的分形特征。熵表示的是物体内能状态的参数。Yang 分析比较了最大信息熵原理、最小能量原理和最小能量扩散率原理，并应用于河流形态领域。Deng 用最大信息熵原理导出冲积平原河床形态变化的机理，并给出了弯曲度和稳定性的定量数值。Cao 应用熵原理确定渠道过流能力最大时的断面水力尺寸，其预测值与试验资料符合好。

人工神经网络(ANN)理论是 20 世纪 80 年代中后期世界范围内迅速兴起的一个前沿研究领域，其发展已经对计算机科学、人工智能、认知科学等领域产生了重要影响，近年来这种研究方法已经渗透到水力学及河流动力学研究领域。Jahangir 等采用 ANN 方法计算地下水输移，并比较了误差逆传播(Back-Propagation，简称 BP)算法和遗传算法(Genetic Algorithm，简称 GA)在该领域的适用性。Yonas 等讨论了 ANN 在水流数值模型中的使用情况。Nagy 采用 BP 网络，确定天然河流的输沙率，精选输入因子，将数据精确可靠的试验组次作为输入资料，网络训练后进行预测，结果与实测值符合很好。张小峰等将 ANN 用于分析岸滩变形。李义天等将 ANN 与河网水沙连续方程联系起来，建立具有河网水沙运动特点的人工神经网络模型，赋予神经网络内部参数的物理概念，所建立的模型对 BP 算法作了较大的改进。

从以上论述可以看出，由于泥沙运动机理复杂，在解决实际问题时需要借助先进的数学工具。同时，数学方法得出的结果同理论分析的结论互相联系将有助于对泥沙运动的力学机制的更深刻的了解。这种力学和数学交叉结合的研究思路在泥沙研究领域有广阔的应用前景。鉴于这方面的研究显著不足，本书在探讨描述多沙河流运动规律的重要参数时，也采用 ANN 方法来进行分析，并对其结果进行了探讨。

第三节 泥沙数学模型研究进展

广义说来，凡是通过数学提法来定量描述特定的物理过程并回答某些理论或实际问题的方法，都是数值模拟方法。以计算水力学、河流动力学等学科为基础的河道挟沙水流数学模型近年来有很大发展。河道挟沙水流数学模型是预测河道水流泥沙运动及河床演变的重要工具之一，由于解决实际问题所必要的方程比较复杂，传统的数学物理方法难以得到解析解，而数学模型与高速计算机和数值求解技术相结合可使问题变得相对简易。

在计算机与水流泥沙计算相结合而成为现代泥沙数学模型之前，20 世纪 50 年代美国、苏联和西欧的一些国家就曾经使用计算方法来研究水库淤积、水库下游河道冲刷和潮汐河口等方面的问题。现代泥沙数学模型是到 20 世纪 70 年代后期才发展起来的。目前在美、荷、法等国已研制出相当多的一维模型；二维模型正处于发展阶段，实际应用最为广泛；三维模型则处于开始研制的阶段。我国泥沙数模的前期工作是从 20 世纪 60

年代开始的，许协庆、朱鹏程(1964)研究了河道中一维悬沙运动引起的河床变形，窦国仁(1963)运用不平衡输沙概念分析河流及河口的河床变形，韩其为、林秉南等对一维不平衡输沙模型进行了分析。经过 40 多年的发展，泥沙数学模型经历了由一维向二维、近期又向三维的迈进，由原先在概化水文、泥沙及河床条件下数学模型的建立、率定和验证，发展到与物理模型相互配合共同回答工程水流和泥沙问题(合交模型)，现在有相当一部分工作，如库区长河道、长系列河床演变计算及河口海岸大范围的冲淤问题，都可由数学模型独立解决，并具有不可替代的优势。目前中小河流、河口治理基本上采用数学模型来解决工程实际问题，在规划阶段数学模型应用更为普遍，数学模型已部分取代物理模型试验工作，其应用范围正在进一步拓展，回答问题的深度也在进一步加深。谢鉴衡等于 1986 年扼要介绍了河流泥沙数学模型的概况，并指出了已取得的成就及改进方向。陈国祥等于 1989 年概述了冲积河流数学模型的发展，1998 年介绍了三维泥沙数学模型的研究进展。泥沙数学模型作为河床变形定量预测的重要手段日益受到重视，并已广泛用于实际工作中，发展前景十分广阔。

挟沙水流数学模型是依据水动力学、河流动力学和数学方程式的解来模拟和预测水流泥沙运动和河床变形。它包括水流模型和泥沙模型两类，前者着眼于研究不动周界的水流演进过程，而后者侧重于研究周界可动时的河床变形。天然挟沙水流多是二相紊流，河床演变是具有不恒定进出口条件及复杂可动边界的水沙两相流运动的一种表现形式，泥沙运动是水流、河床相互作用的纽带。所以，先概述紊流基本理论和三维水流数学模型的发展是必要的。

一、紊流方程和紊流模型

天然地表水域中的流动多为紊流。不可压缩流体三维紊流的时均流动用 Reynolds 方程组来描述，其方程为：

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_j} \quad (1-2)$$

式中：下标($i,j=1,2,3$)为直角坐标系下的三个分量； u 为时均流速； f 为单位质量的质量力； ρ 为流体的密度； P 为单位面积上的压力； $\tau_{i,j}$ 为分子黏滞应力和雷诺应力之和， $\tau_{i,j} = \mu \partial u_i / \partial x_j - \rho \overline{u'_i u'_j}$ ，其中 $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ 称为紊动应力或 Reynolds 应力，产生的物理机理是紊动引起的相邻流层间的动量交换，表现为相邻流层间的切应力，即紊流脉动所造成的附加应力。在采用紊动黏滞系数法时，把紊动应力表示成紊动黏滞系数 γ_t (或称涡黏性系数)的函数，计算的关键在于确定紊动黏滞系数在流场中的值。按照 Boussinesq 假设，将紊流脉动所造成的附加应力与时均流速的应变率联系起来，将紊动应力表示为如下的形式：

$$-\overline{u'_i u'_j} = \gamma_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1-3)$$

γ_t 是空间坐标的函数，取决于流动状态而不是流体的物理特性。 k 为单位质量流体质流脉动动能：

$$k = \frac{1}{2}(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2) \quad (1-4)$$

将式(1-4)代入式(1-3)中，并注意到 δ_{ij} 函数的性质，即有：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(P + 2\rho k/3)}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \gamma_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1-5)$$

紊动正应力的作用方式与压力类似，垂直于控制体积的表面，而且脉动动能是标量，上式中的 $2\rho k/3$ 项可被吸收到压力梯度项之中，则式(1-2)中的压力项被 $(P + 2\rho k/3)$ 所取代作为未知量，即：

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{eff}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \gamma_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1-6)$$

其中： $P_{eff} = P + 2\rho k/3$ 。

引入 Boussinesq 假设后，计算紊流运动的关键在于如何确定 γ_t 。所谓紊流模型是指把紊流的脉动附加值与时均值联系起来的一些特定关系式，也就是确定 γ_t 的关系式。紊流模型主要分为零方程模型、一方程模型、二方程模型、雷诺应力模型(RSM)和代数应力模型(ASM)。本书采用的是二方程 $k-\epsilon$ 紊流模型，基本方程如下。

从 k 的定义出发，通过对瞬态 N-S 方程及其时均形式运算后可得到：

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\gamma + \frac{\gamma_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \gamma_t \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_D \frac{k^{3/2}}{l} \quad (1-7)$$

这里 σ_k 称为脉动动能的 Prandtl 数，其值在 1.0 左右，系数 C_D 在文献中没有比较一致的值， l 是紊流脉动的长度标尺。

将紊动耗散率 ϵ 定义为 $\epsilon = C_D k^{3/2} / l$ ，从 N-S 方程出发可得出 ϵ 方程：

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_k \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\gamma + \frac{\gamma_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \gamma_t \frac{C_1 \epsilon}{k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_2 \frac{\epsilon^2}{l} \quad (1-8)$$

采用 $k-\epsilon$ 模型时，紊动黏滞系数写成：

$$\gamma_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (1-9)$$

在采用 $k-\epsilon$ 模型求解紊流问题时，控制方程包括连续方程、动量方程、能量方程以及 k 、 ϵ 方程。在这一方程组中，引入了三个系数 C_1 、 C_2 、 C_μ 以及两个常数 σ_k 和 σ_ϵ 。Splading 和 Launder 建议使用表 1-1 列出的各个系数值。

表 1-1 $k-\epsilon$ 模型中的系数

C_1	C_2	C_μ	σ_k	σ_ϵ
1.44	1.92	0.09	1.0	1.3

这组系数经过了很多自由紊流计算的检验，并且被广泛应用于壁面剪切流动。根据许多学者多年来对二维、三维问题的计算结果，表明 $k-\varepsilon$ 模型和表 1-1 所列的系数是比较成功和可靠的，其通用性比混合长假设、一方程模型要好得多。采用同样的经验系数， $k-\varepsilon$ 模型可以模拟许多种类的自由剪切层、附壁边界层和明渠、管道水流等。研究表明，预测同样的边界层流动， $k-\varepsilon$ 模型所得到的结果比混合长假设、一方程模型的结果更加准确。

但 $k-\varepsilon$ 模型也存在一些问题。如： C_μ 的数值在较大的范围内变化，反映了模型的不足；在时均流速梯度为零时，该模型得到的脉动流速也为零，这与试验资料不符；紊动黏滞系数和紊动扩散系数在 $k-\varepsilon$ 模型中被设定为各向同性，事实上在复杂的流动中，它们会因不同方向上的应力分量或通量分量而异。

二、紊流数学模型的研究进展

紊流数值求解方法主要有三种：直接求解法(DNS)、大涡模拟法(LES)和紊流模型法(TM)。这些方法所涉及的控制方程均可归类于输运方程的基本形式。

直接求解法将网格布置细微到能反映流体内部动量交换和能量交换的程度，控制方程中的偏导数一般近似用相邻网格物理量的差值除以距离来表达，直接求解 $N-S$ 方程。这需要大内存、高速度的超级计算机来实现，目前只在一些大型研究机构才有所突破。

Maurizio 用 DNS 解 $N-S$ 方程，分析圆柱体绕纵轴振荡时柱体内的水流流态，并与定常旋转柱体内的流态作了对比，以 DNS 计算结果分析了边壁和周围旋涡的相互作用。Li 在直接模拟紊流时，采用跟踪质点法，让较大的固体颗粒占据几个网格，研究颗粒与流体的相互作用，发现近壁区水流脉动增强，大颗粒有较长的弛豫时间。

直接求解法的优点是不需引进其他假设，能反映极小微元水体的瞬态变化，缺点是计算量大。随着计算机技术的高速发展，DNS 将有广阔的发展前景。

大涡模拟法基于三个主要假定：①紊流流动由流体的有序运动和无序混沌运动两部分组成，有序运动包括时均运动和大涡运动两部分，无序运动为小涡运动部分；②能量级串假定成立，即流体内存在尺度大小连续变化的涡旋，能量由时均流流向大涡，由大涡传向小涡，形成单向能流；③在涡旋尺度范围内，存在一惯性能区，在此区内传能涡的紊动产生和紊动耗散可以忽略，此能区外的大涡以产生紊动能为主，而能区内的小涡主要耗散能量。根据试验观测，当紊流充分发展时，上述三条假定基本符合实际情况。大涡模拟的关键是建立能够模拟小尺度运动的亚格子尺度模型(SGS)。Bradbrook 等将 LES 应用于河道汇流区域存在的大尺度旋涡中，将计算网格尺寸定为与大涡相同的数量级，用亚格子雷诺应力方程来表征雷诺应力，结果表明 LES 能获取汇流口门处水流运动的一些重要特征。

紊流模型法引入 Boussinesq 假设，将雷诺应力与时均流速梯度联系起来。目前 TM 的应用很多。Meselhe 用 $k-\varepsilon$ 模型封闭紊流方程，将计算区域离散为正交坐标系下的曲线网格，为了表征弯道引起的水面超高，计算自由水面时使最上层网格变形，以满足能量方程和动量方程的守恒性。数学模型计算结果表明，用这种方法代替刚盖假定是可行的。很多泥沙数学模型中的水流计算模块也采用了 $k-\varepsilon$ 紊流模型。

目前求解 $N-S$ 方程和雷诺方程的数值离散方法主要有三种：有限差分法(FDM)、有

限元法(FEM)、有限体积法(FVM)，并多已应用于解决工程实际问题。此外，还有谱方法、边界元法(BEM)、有限分析法(FAM)和 Lattice Boltzmann 方法等。近年来，一些学者不断提出许多“杂交”数值方法来综合各种离散方法的优点，如有限杂交法、剖开算子法、分步法等，并已取得相应的成果。

总的来说，水流数学模型已经发展到较高的水平，在计算水跃、溃坝、挑流、突扩等边界突变水流、大梯度流速引起的周围水体的伪扩散效应等时，用三维数学模型都与实测试验资料符合较好，取得了理想的成果。目前存在的主要问题有计算易发散、自由水面的处理困难、复杂几何区域的回流次生流计算结果和实测值有一定差别等。

三、多泥沙河流数学模型研究进展

高含沙水流是普遍存在的自然现象。我国黄河中、下游绝大部分地区，汛期河流含沙量都比较高，每 1m^3 水体中沙量可达几百千克甚至 1000kg 以上，实测最大含沙量达 $1500 \sim 1600\text{kg/m}^3$ 。此外，泥石流、高浓度浑浊流、管道运输的高浓度两相流运动等也与高含沙水流运动规律有相似之处，因此研究多沙河流的运动规律是很有实际意义的。泥沙数学模型作为河床变形定量预测的重要手段日益受到重视，但现有模型大都只适应于少沙河流情况。因此，将现有模型进行改进，将之推广到多沙河流十分必要。张红武等构建起具有通用性的黄河下游一维非恒定输沙数学模型，给出了悬移质含沙量以及平均粒径沿横向分布的计算方法，阐明了冲淤过程中河宽变化规律的模拟技术，对三场洪水验证均较好。

一维模型对于河宽变化较大的河段计算可靠性较差，主要原因是河宽变化剧烈的河段洪枯水流路不一致，并且突嘴、整治建筑物(如丁坝)或江心洲尾部常有各种各样的副流(如回流)，在一维数学模型中这是不能体现出来的。因此，建立二维数学模型对河道水流、悬移质含沙浓度、推移质输沙率平面分布及河床的平面变化进行比较细致的模拟十分必要。按积分方向的不同，二维泥沙数学模型可分为立面二维模型和平面二维模型。立面二维模型通过求解二维泥沙扩散方程来研究悬移质的输沙过程，对含沙量沿垂线分布及悬移质沿程运动过程进行数值模拟，是灌溉引水口及水库排沙孔位置设置的重要依据。陈界仁模拟了北方某高含沙渠道的流动、紊动黏滞系数的断面分布，并与实测结果进行对比。曹志先提出了“浓度边界层”的概念，用它来描述近底含沙浓度方程，模拟小浪底水库的平衡漏斗形态及相应的流速、含沙量沿垂线分布。万洪涛等采用守恒形式的垂向平均二维浅水方程，建立的数学模型能较好地模拟黄河洪水，但仅限于含沙量较小时的情况。

立面二维的研究方法无法计算大河床面积的冲淤变化。在实际问题中，由于天然河流深度尺寸往往比平面尺寸要小得多，物理量沿水深的分布在很多情况下不是重点关注的对象，实际工作时多对垂线平均值表示的平面流场更感兴趣，故可以采用沿水深平均的二维方程来求解获得流场数值。

O'Brien 用 $\tau = \tau_b + \eta(du/dy) + \xi(du/dy)^2$ 作为泥石流的流变方程，发展了一种称为 FLO-2D 的平面二维模型，模拟 Utah 州 Rudd 河谷 1983 年的一场泥石流，模型计算结论与实测结果符合很好。张世奇计算了黄河干流孤柏嘴至郑州铁路桥之间的河段变形情况。张红艺等修正泥沙运动方程，采用水流挟沙力、河床糙率、异重流等方面的最新研究成果