

KEBEN DAJIANGJIE

★含教材习题答案★

课本大讲解

课间小梳理 课堂大讲解



YZLI0890143166

浙教版

九年级数学 下

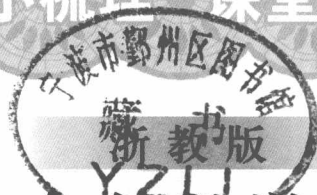


北京出版集团公司
北京教育出版社

KEBEN DAJIANGJIE

课本大讲解

课间小梳理 课堂大讲解



九年级数学 下



YZLI0890143165

本册编者：孙 鹏 刘清宇



北京出版集团公司
北京教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

课本大讲解:浙教版. 九年级数学. 下/刘强主编. —北京:北京教育出版社, 2011. 9
ISBN 978-7-5303-8795-5

I. ①课... II. ①刘... III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 194251 号

课本大讲解

九年级数学(浙教版)下

刘 强 主编

*

北京出版集团公司 出版

北京教育出版社

(北京北三环中路6号)

邮政编码:100120

网址:www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行

全国各地书店经销

三河市腾飞印务有限公司印刷

*

880 × 1230 32 开本 11.125 印张 220000 字
2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5303-8795-5

定价:21.80 元

版权所有 翻印必究

质量监督电话:(010)62698883 58572750 58572393

本丛书体例设置完全符合学生的学习过程，遵循学生的认知规律。对学生的课前预习、课中学习、课后复习给予全程精心辅导，侧重于基础知识和中考热点的全面细致讲解。以讲解贯穿全程：讲学法，让学生学有所依；讲规律，让学生触类旁通；讲重点、难点、易错点，让学生有的放矢。全程而全面的讲解让学生收获的是学科能力的全面提升。

中学课本大讲解

九年级数学(浙教版)下

栏目功能说明

课本预习大讲解

根据重点内容，选取关键的概念、公式、性质、思想、方法、法则，并配以知识框图。

中学课本大讲解 九年级数学(上)

课本预习大讲解

任务障碍 $\Rightarrow$ 明任务，重难点了然于胸

目标	理解(重点)☆☆☆☆	掌握(难点)☆☆☆☆	了解☆☆
名称	反证法的含义	等腰三角形的有关性质定理和判定定理，会运用它们解题。	作为证明基础的几条公理。
重点	假设...，推导出矛盾，判定假说正确。	1. 等边对等角；三线合一。 2. 等角对等边。	SSS, SAS, ASA

课本知识大讲解

奇妙之旅 $\Rightarrow$ 抓对比，明确知识真谛

知识点1 等腰三角形的性质定理

参知识链接

性质	表述	图形	推理格式
1. 等腰三角形的两个底角相等	等边对等角		如左图， $\because AB=AC, \therefore \angle B=\angle C$ (等边对等角)。

课本热点大拓展

探究热点 $\Rightarrow$ 抓热点，掌握应试全境

热点一、等腰三角形中需要分类讨论的问题

由于等腰三角形的边有底和腰两种，内角有顶角和底角两种，在设有说明边角是哪一种的时候，我们要注意分类讨论。

本节答案大汇总

精英荟萃 $\Rightarrow$ 献客案，检验胜利果实

对比技能

1. D 解析：已知 $\triangle ABD, \triangle BCD, \triangle ABC$ 均是等腰三角形，故可得 $\angle A = \angle ABD, \angle BDC = \angle C = \angle ABC$ 。结合外角 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ，可得 $\angle C = \angle ABC = 2\angle A$ 。利用 $\triangle ABC$ 三个内角和为 180° 可得方程 $\angle A + 2\angle A + 2\angle A = 180^\circ$ ，所以 $\angle A = 36^\circ$ 。

2. 证明： $\because \triangle ABD, \triangle BCF$ 都是等边三角形， $\therefore AB = BD, BC = BF, \angle CBF = 60^\circ = \angle ABD, \therefore \angle CBF - \angle ABF = \angle ABD - \angle ABF$ ，即 $\angle ABC = \angle DBF, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DBF$ 。

课本知识大讲解

采用“讲、例、练”三结合的方式，对知识进行生动的讲解，配以适当的思维分析和解题关键对知识的关键点进行概括，从而化繁为简，更有利于学生的自学。

本节答案大汇总

详细分析解题思路，点拨解题方法，方便学生自学和教师备课。

课本热点大拓展

精心挑选典型的题目按照热点分类，并给出详细的解题过程和点拨。

本书体例设置完全符合学生的学习过程，遵循学生的认知规律。对学生的课前预习、课中学习、课后复习给予全程精心辅导，侧重于基础知识和中考热点的全面细致讲解。以讲解贯穿全程：讲学法，让学生学有所依；讲规律，让学生触类旁通；讲重点、难点、易错点，让学生有的放矢。全程而全面的讲解让学生收获的是学科能力的全面提升。

中学课本大讲解 九年级数学(浙教版)下

栏目功能说明

本章知识网络

采用框图的形式概括要点，指明学习方向，对本章知识的学习做到心中有数。

第一章 证明(二)

第二章 期末总结

丰富的
问题情景

→

一元二
次方程

→

因式解

配方法

公式法

图像法

分解因式法

→

应用(注重验证
解的合理性)

本章知识清单

同学们，一章的学习结束了，请你对下列重点内容作自我评价，已经掌握的在表格最后一栏画个笑脸“☺”。

知识要点	掌握情况	自我评价
一元二次方程	①是整式方程；②只含有一个未知数；③未知数的最高次数是2。	
定义	一般形式 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$)	

思想方法例析

1. 分类讨论思想
分类讨论思想是解题的一种常用思想方法，它有利于培养和发展思维的条理性、缜密性、灵活性，学会完整地考虑问题，化繁为简地解决问题。只有掌握了分类的思想方法，在解题中才不会出现漏解的情况。

【例1】若关于 x 的方程 $x^2-4x+3=0$ 有实数根，则 k 的非负整数取值是()
A. 0, 1 B. 0, 1, 2 C. 1 D. 1, 2, 3

思维分析：由于题目只是要求关于 x 的方程 $x^2-4x+3=0$ 有实数根，所以原方程有可能是一元二次方程，也有可能是二元一次方程，故要分两种情况进行讨论。

三年真题预览

1. (2010·河南)方程 $x^2-3=0$ 的根是()
A. $x=3$ B. $x_1=3, x_2=-3$
C. $x=\sqrt{3}$ D. $x_1=\sqrt{3}, x_2=-\sqrt{3}$

解析：被一元二次方程的一次项的系数为0，适合用直接开平方解方程。
答案：D

本章知识清单

详细列出本章知识要点，并做出精炼的要点提示，列出较容易出现错误，进行透彻分析。

三年真题预览

精心挑选与本章重难点相关的中考考题，再现本章知识在中考中曾经出现过的考查类型、角度和深度。



目 录

第一章 解直角三角形

本章总揽大讲解 (1)

1.1 锐角三角函数 (2)

课本预习大讲解 (2)

课本知识大讲解 (3)

课本热点大拓展 (7)

本节答案大汇总 (10)

1.2 有关三角函数的计算 (11)

课本预习大讲解 (11)

课本知识大讲解 (11)

课本热点大拓展 (13)

本节答案大汇总 (16)

1.3 解直角三角形 (17)

课本预习大讲解 (17)

课本知识大讲解 (17)

课本热点大拓展 (21)

本节答案大汇总 (27)

第一章章末总结 (28)

本章知识网络 (28)

本章知识清单 (28)

思想方法例析 (29)

章末中考探幽 (31)

三年真题预览 (32)

第二章 简单事件的概率

本章总揽大讲解 (36)

2.1 简单事件的概率 (37)

课本预习大讲解 (37)

课本知识大讲解 (38)

课本热点大拓展 (43)

本节答案大汇总 (48)

2.2 估计概率 (49)

课本预习大讲解 (49)

课本知识大讲解 (50)

课本热点大拓展 (54)

本节答案大汇总 (57)

2.3 概率的简单应用 (58)

课本预习大讲解 (58)

课本知识大讲解 (58)

课本热点大拓展 (63)

本节答案大汇总 (67)

第二章章末总结 (70)

本章知识网络 (70)

本章知识清单 (70)

思想方法例析 (71)

章末中考探幽 (72)

三年真题预览 (72)



第三章 直线与圆、 圆与圆的位置关系

本章总揽大讲解 (79)

3.1 直线与圆的位置关系 (81)

课本预习大讲解 (81)

课本知识大讲解 (81)

课本热点大拓展 (93)

本节答案大汇总 (100)

3.2 三角形的内切圆 (102)

课本预习大讲解 (102)

课本知识大讲解 (103)

课本热点大拓展 (107)

本节答案大汇总 (112)

3.3 圆与圆的位置关系 (113)

课本预习大讲解 (113)

课本知识大讲解 (113)

课本热点大拓展 (119)

本节答案大汇总 (129)

第三章章末总结 (130)

本章知识网络 (130)

本章知识清单 (130)

思想方法例析 (131)

章末中考探幽 (132)

三年真题预览 (133)

第四章 投影与三视图

本章总揽大讲解 (141)

4.1 视角与盲区 (142)

课本预习大讲解 (142)

课本知识大讲解 (143)

课本热点大拓展 (148)

本节答案大汇总 (151)

4.2 投影 (152)

课本预习大讲解 (152)

课本知识大讲解 (153)

课本热点大拓展 (158)

本节答案大汇总 (161)

4.3 简单物体的三视图 (162)

课本预习大讲解 (162)

课本知识大讲解 (163)

课本热点大拓展 (168)

本节答案大汇总 (172)

第四章章末总结 (173)

本章知识网络 (173)

本章知识清单 (173)

思想方法例析 (174)

章末中考探幽 (175)

三年真题预览 (176)

第一部分 代数 (179)

第二部分 统计与概率 (253)

第三部分 空间与图形 (266)

附录:课本习题答案 (321)

第一章 解直角三角形

先预习教材，配合教材和预习笔记，逐个细读本节知识，边读边比较回忆边思考，巩固理解知识规律，适当的找对应的题目进行尝试练习；多注意推论的引申，注意通过课堂听课，重点解决预习时的疑难问题，参照例题在应用中加深理解，数学就会成为我们的优势学科。

本章总揽大讲解

鸟瞰解直角三角形整章的知识分布图，她详实全面，不仅可以了解整体内容，复习的时候还用得到噢，让你做到一表在手考试(复习)无忧!!

四个概念

正弦 $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$ ，即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$

余弦 $\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$ ，即 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$

正切 $\angle A$ 的对边与 $\angle A$ 的邻边的比叫做 $\angle A$ 的正切，记作 $\tan A$ ，即 $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$

解直角三角形 已知三角形的两边或一边一角求其他边或角

五个性质

$$(1) \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}; (2) \sin^2 A + \cos^2 A = 1; (3) \sin A = \cos(90^\circ - A);$$

$$(4) \cos A = \sin(90^\circ - A); (5) \tan A = \frac{1}{\tan(90^\circ - A)}$$

三种计算

特殊锐角的三角函数间的运算

用计算器求已知任意锐角的三角函数值

已知三角函数值求锐角

准备

回忆或找到我们学习的三角形知识内容. 在学习本章内容的时候注意联系

要解决的问题

构建直角三角形, 解决实际问题

必背

特殊角的三角函数值

学法锦囊 ➡ 观锦囊，重难易如反掌

1. 通过学习本章，要理解锐角三角函数的定义并且会应用锐角三角函数的定义解决问题，定义都是在直角三角形中，这是应用的前提。

2. 解直角三角形实际上就是利用已知的元素去求未知元素的过程，正确的掌握各个元素之间的关系是解直角三角形的关键。

3. 有些问题常常要转化到直角三角形中解决，体现了数学中的转化思想。

4. 本章的重点内容就是锐角三角函数的应用和解直角三角形，理解三角函数的定义并且分析各元素之间的关系解直角三角形是解决问题的难点。

1.1 锐角三角函数

课本预习大讲解

任务详情 ➡ 明任务，重难了然于胸

级别 理解(重点)☆☆☆☆

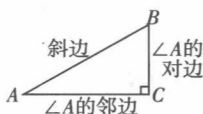
掌握(重难点)☆☆☆☆☆

了解☆☆

名称 三角函数定义的理解

直角三角形中锐角三角函数 同一个角的三角函数间
值与三边之间的关系及求三 的关系，三角函数值的
角函数值 大小

缩影



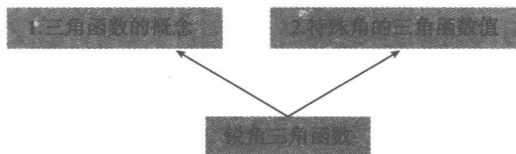
$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$$

$$\begin{aligned} \sin 58^\circ &< \sin 76^\circ, \\ \cos 34^\circ &> \cos 56^\circ, \\ \tan 24^\circ &< \tan 71^\circ \end{aligned}$$

任务导图 ➡ 识导图，掌握知识线索



000 课本知识大讲解

奇妙之旅 → 抓对比, 明辨知识真谛

知识点 1 三角函数的概念

● 知识提炼

概念引入

概念解析

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 如果锐角 A 确定, 那么 $\angle A$ 的对边与斜边的比、邻边与斜边的比、对边与邻边的比也随之确定. $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦 (sine), 记作 $\sin A$, 即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$; $\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦 (cosine), 记作 $\cos A$, 即 $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$; $\angle A$ 的对边与 $\angle A$ 的邻边的比叫做 $\angle A$ 的正切 (tangent), $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}$. 锐角 A 的正弦、余弦和正切统称 $\angle A$ 的三角函数

①基本特征: 识别对边, 邻边, 斜边.

②锐角三角函数是个比值, $0 < \sin A < 1$, $0 < \cos A < 1$, $\tan A > 0$.

③单独的 $\sin, \cos, \tan$ 没有意义.

④正弦、余弦和正切都是在直角三角形中给出的, 要避免应用时对任意三角形随便套用定义.

⑤由锐角三角函数的定义可知, 其本质特征是两条线段的比. 因此, 锐角的三角函数只有数值, 没有单位.

⑥在直角三角形中, 正弦、余弦分别是直角三角形中两直角边与斜边的比值, 当锐角 A 确定后, 这些比值都是固定值

知识细究: (1) $\sin A, \cos A, \tan A$ 都是一个完整的符号, 单独的“sin”没有意义, 其中 A 前面的“ $\angle$ ”一般省略不写

课本拓展: (1) $\tan A, \sin A, \cos A$ 都是一个完整的符号, 是一个整体. 不能把 $\tan A$ 看成是 $\tan$ 与 A 的乘积“ $\tan \times A$ ”; $\sin A$ 和 $\cos A$ 也是如此, 更要避免出现“ $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ = \sin 30^\circ$ ”、“ $\tan 10^\circ + \tan 20^\circ = \tan 30^\circ$ ”等错误.

(2) 由于 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长都是正数, 所以锐角的三角函数值也都为正; 又由于直角三角形的斜边大于任一直角边, 所以有 $\tan A > 0, 0 < \sin A < 1, 0 < \cos A < 1 (0^\circ < A < 90^\circ)$. (3) 锐角 A 的正切 $\tan A$ 的值随着角 A 的增大而增大; 锐角 A 的正弦 $\sin A$ 的值随着角 A 的增大而增大, 锐角 A 的余弦 $\cos A$ 的值随角 A 的增大而减小.

巧记要点: 在涉及直角三角形边角关系时, 常借助三角函数定义来解.

●实例解读

【例1】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan A=\frac{1}{3}$, 则 $\sin B=(\quad)$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

思路分析: 根据已知的一个锐角三角函数值, 应用三角函数的定义, 引入参数 k 表示两个边长, 根据勾股定理用 k 表示第三边, 最后用定义就可以求出锐角三角函数值.

由 $\tan A=\frac{1}{3}$, 可得 $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$. 故设 $a=k$, $b=3k$. 根据勾股定理, 得 $c=\sqrt{k^2+(3k)^2}=\sqrt{10}k$, 应用三角函数定义, 得 $\sin B=\frac{b}{c}=\frac{3k}{\sqrt{10}k}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$. 故选 D.

答案: D

解题关键: 正确理解三角函数的定义是解决问题的关键, 注意本题所求的是 $\angle B$ 的正弦, 所以在利用定义时要去求 $\angle B$ 的对边与斜边的比.

●对比训练

1. 已知 $\angle A$ 为锐角, $\sin A=\frac{5}{13}$, 求 $\angle A$ 的其他三角函数值.

知识点2 特殊角的三角函数值

●知识提炼

概念引入

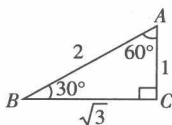
30° 、 45° 、 60° 这三个角的三角函数值在以后的运算中要经常用到, 所以把这些角的三角函数值称为特殊角的三角函数值

概念解析

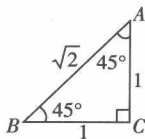
特殊角的三角函数值有着广泛的应用, 是处理直角三角形的边角关系问题时经常用到的数据, 其应用十分广泛, 是同学们必备的基本功之一

课本拓展: 对于特殊角的三角函数值, 可以利用以下几个方面加以记忆:

(1) 识图记忆法: 如图 1-1-1①、②所示.



①



②

图 1-1-1

(2)列表记忆法:

三角函数	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

(3)规律记忆法: 30° 、 45° 、 60° 角的正弦值的分母都是2,分子依次为 $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$;
 30° 、 45° 、 60° 角的余弦值恰好是 60° 、 45° 、 30° 角的正弦值.

(4)特殊锐角的三角函数值都是具体的实数,在应用时当成已知数.

●实例解读

【例2】 $2\cos 45^\circ$ 的值等于()

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $2\sqrt{2}$

思路分析: 因为 $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $2\cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, 故选 B.

答案: B

解题关键: 本题考查的是特殊锐角的三角函数值及实数的运算. 关键是熟记特殊角的三角函数值.

●同源中考

同源解读: 根源都是考查三角函数值.

【例3】 (2011·山东烟台) 如果 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列最确切的结论是()

A. $\triangle ABC$ 是直角三角形

B. $\triangle ABC$ 是等腰三角形

C. $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形

D. $\triangle ABC$ 是锐角三角形

思路分析: 根据特殊角的三角函数值可以知道 $\angle A = \angle B = 45^\circ$, 所以三角形是等腰直角三角形, 故选 C.

答案: C

解题关键: 准确的识记特殊角的三角函数值是解决此类问题的关键.

【例4】 (2011·山东临沂) 如图1-1-2, $\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin C = \frac{3}{5}$, $AC = 5$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是()

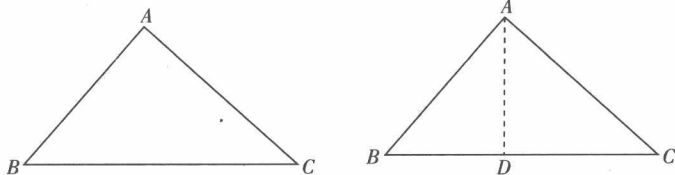


图 1-1-2

A. $\frac{21}{2}$

B. 12

C. 14

D. 21

思路分析:过点 A 作 AD 垂直 BC 于点 D, 因为 $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $\angle B = 45^\circ$, 得到

$AD = BD$, 在直角三角形 ADC 中, 因为 $\sin C = \frac{3}{5}$, $AC = 5$, 得到 $AD = 3$, $CD = 4$, 所以

$BC = 7$, 所求三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 7 \times 3 = \frac{21}{2}$, 所以选 A.

答案:A

解题关键:把已知三角形巧妙的转化为解直角三角形问题,借助锐角三角函数的定义求出 BC 的长和 BC 边上的高,即可求出面积.

【例 5】(2011·天津) $\sin 45^\circ$ 的值等于()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

思路分析:本题直接考查的就是特殊角的三角函数值, $\sin 45^\circ$ 的值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以

选 B.

答案:B

【例 6】(2011·浙江宁波)如图 1-1-3,某游乐场一山顶滑梯的高为 h ,滑梯的坡角为 α ,那么滑梯长 l 为()

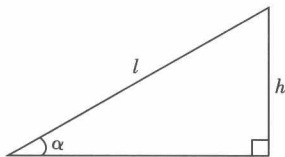


图 1-1-3

A. $\frac{h}{\sin \alpha}$

B. $\frac{h}{\tan \alpha}$

C. $\frac{h}{\cos \alpha}$

D. $h \cdot \sin \alpha$

思路分析:根据已知条件,可得 $\sin \alpha = \frac{h}{l}$, 所以 l 的长是 $\frac{h}{\sin \alpha}$, 所以选 A.

答案:A

【例7】(2011·浙江金华)计算： $|-1| - \frac{1}{2}\sqrt{8} - (5-\pi)^0 + 4\cos 45^\circ$.

思路分析： $|-1|=1$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $(5-\pi)^0=1$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 然后代入即可.

解：原式 $= 1 - \sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

解题关键：解答此题的关键有两点：①特殊角的三角函数值；②实数的混合运算法则.

深度反思：在解决这类问题时，第一步要准确写出涉及的每一个三角函数值，第二步再开始化简计算，要特别注意这类问题中常常一起考查的零指数、算术平方根、绝对值的意义，规范计算步骤的书写是提高运算正确率的有效手段.

●对比训练

2. 已知 α 为锐角，且 $\sin(\alpha-10^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则 α 等于()

A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 80°

对比总结 ➡ 善总结，心中百念通达

同一个锐角的正弦和余弦

联系

都是锐角三角函数之一

区别

概念不同

在直角三角形中，我们把 $\angle A$ 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，把 $\angle A$ 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦

符号不同

正弦：用 $\sin$ 表示；余弦：用 $\cos$ 表示，单独的一个符号没有实际意义

课本热点大拓展

探索热点 ➡ 抓热点，素质应试全揽

热点一、求条件代数式的值

【例1】已知 $\angle A$ 为锐角， $\tan A=2$. 求 $\frac{\sin A + 2\cos A}{3\sin A - \cos A}$ 的值.

思路分析：根据三角函数的定义，得出直角三角形各边之间的关系，然后代入要求值的式子化简求值.

解：设 $\angle A$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一锐角，其对边为 a ，斜边为 c ，邻边为 b .

$$\because \tan A = \frac{a}{b} = 2, \therefore a = 2b. \therefore c = \sqrt{5}b, \therefore \sin A = \frac{a}{c} = \frac{2b}{\sqrt{5}b} = \frac{2}{\sqrt{5}},$$

$$\cos A = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{5}b} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \therefore \text{原式} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}} + 2 \times \frac{\sqrt{5}}{5}}{3 \times \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{4}{5}.$$

解题关键:解本题的关键是熟知锐角三角函数的定义,根据一个角的正切找出三角形三边之间的比例关系,然后求值.

热点二、证明三角函数值

【例 2】在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , 且 $a:b:c=3:4:5$. 试说明 $\sin A + \sin B = \frac{7}{5}$.

思路分析:本题中没有说明 $\angle C=90^\circ$, 而直接应用正弦、余弦函数的定义是错误的, 应先说明 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 且 $\angle C=90^\circ$ 后才能用定义.

解: 设 $a=3k, b=4k, c=5k(k>0)$,

因为 $a^2+b^2=(3k)^2+(4k)^2=25k^2=c^2$,

所以 $\triangle ABC$ 是以 c 为斜边的直角三角形.

所以 $\sin A = \frac{a}{c} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}, \sin B = \frac{b}{c} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$.

所以 $\sin A + \sin B = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$.

解题关键:巧妙的利用已知条件, 根据已知三边的比值, 借助参数代入求值是解决此题的关键, 这也是在本章中解决有关锐角三角函数的问题的常用的方法.

热点三、比较三角函数值的大小

【例 3】已知 α 为锐角, 比较 $\sin \alpha$ 与 $\tan \alpha$ 的大小.

解: 设 α 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一锐角, 其对边为 a , 邻边为 b , 斜边为 c .

$\therefore \sin \alpha = \frac{a}{c}, \tan \alpha = \frac{a}{b}$,

又 $\because c > b > 0, \therefore \frac{a}{c} < \frac{a}{b}$,

即 $\sin \alpha < \tan \alpha$.

解题关键:本题的处理难点在于正确运用三角函数的定义, 从而能够准确判断锐角三角函数的取值范围.

热点四、构造直角三角形法

【例 4】如图 1-1-4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \sin B = \frac{3}{5}$, 点 D 在 BC 边上, 且 $\angle ADC=45^\circ, DC=6$, 求 $\angle BAD$ 的正切值.

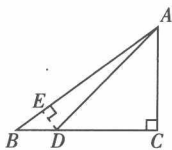


图 1-1-4

思路分析:由于 $\angle BAD$ 不在直角三角形中, 应设法把 $\angle BAD$ 转化到直角三角形中. 结合已知条件, 可以考虑作 $DE \perp AB$, 因为 $\tan \angle BAD = \frac{DE}{AE}$, 所以只要求出 DE 、

AE 的长即可.

解: 因为 $\angle ADC = 45^\circ$, 所以 $AC = DC = 6$.

又因为 $\sin B = \frac{3}{5}$, 所以 $AB = 10$.

根据勾股定理, 得 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8$, 从而 $BD = 2$.

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 因为 $\sin B = \frac{DE}{BD} = \frac{3}{5}$,

所以 $DE = BD \times \sin B = 1.2$.

所以 $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 1.6$, $AE = AB - BE = 8.4$.

所以 $\tan \angle BAD = \frac{DE}{AE} = \frac{1.2}{8.4} = \frac{1}{7}$.

解题关键: 将不在直角三角形中的问题转化为直角三角形问题, 借助勾股定理以及锐角三角函数的定义是解决此类问题的关键.

自学自检

省自身, 课后举一反三

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{4}{5}$, $AB = 15$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 _____, $\tan A$ 的值为 _____.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = 3$, 则 $\sin B = (\quad)$
 A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
3. 如图 1-1-5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, D 为垂足, 若 $AC = 4$, $BC = 3$, 则 $\sin \angle ACD$ 的值为 ()

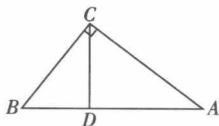


图 1-1-5

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
4. 正方形网格中, $\angle AOB$ 如图 1-1-6 放置, 则 $\sin \angle AOB = (\quad)$

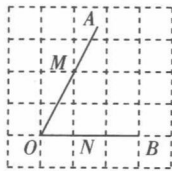


图 1-1-6

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

5. 如图 1-1-7, 小雅家(图中点 O 处)门前有一条东西走向的公路, 经测得有一水塔(图中点 A 处)在她家北偏东 60° 度 500 m 处, 那么水塔所在的位置到公路的距离 AB 是()

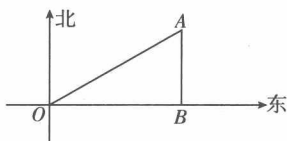


图 1-1-7

A. 250 m

B. $250\sqrt{3}$ m

C. $\frac{500}{3}\sqrt{3}$ m

D. $250\sqrt{2}$ m

本节答案大汇总

核实答案 $\rightarrow$ 验答案, 检验胜利果实

对比训练

1. $\cos A = \frac{12}{13}$, $\tan A = \frac{5}{12}$ 解析: 构建直角三角形, 利用锐角三角函数的定义加以解决.

2. C 解析: 由 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 得 $\alpha - 10^\circ = 60^\circ$, 所以 $\alpha = 70^\circ$, 故选 C.

自学自检

1. $36 \frac{4}{3}$ 解析: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 15$, $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$, $\therefore BC = 12$,

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9, \therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 36, \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}.$$

2. A

3. C 解析: 由已知可得, $\angle ACD + \angle A = 90^\circ$, $\angle B + \angle A = 90^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle B$.

根据勾股定理, 得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$, 所以

$\sin \angle ACD$ 的值为 $\frac{4}{5}$. 故应选 C.

4. B 解析: 在 $\text{Rt}\triangle MON$ 中, $\because ON = 1, MN = 2, \therefore OM = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$,

$$\therefore \sin \angle MON = \frac{MN}{OM} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \therefore \sin \angle AOB = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \text{ 故本题应选 B.}$$

5. A 解析: 根据题意可知, $\text{Rt}\triangle OAB$ 中 $\angle AOB = 30^\circ$, $OA = 500$ m, 因为 $\sin \angle AOB = \frac{AB}{OA}$, 所以 $\frac{AB}{500} = \frac{1}{2}$, 所以 $AB = 250$ m, 故选 A.