



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿



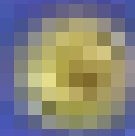
高中 优秀教案

本丛书经新课标专家审定

配新课标人教A版

【必修4】**数 学**

南方出版社



教育部
《中小学教师教育技术能力标准（试行）》
《中小学教师信息技术应用能力基本标准与实施指南》
《中小学教师信息技术应用能力提升工程2.0实施方案》



优秀教案

教育部
《中小学教师教育技术能力标准（试行）》
《中小学教师信息技术应用能力基本标准与实施指南》
《中小学教师信息技术应用能力提升工程2.0实施方案》

《中小学教师教育技术能力标准（试行）》
《中小学教师信息技术应用能力基本标准与实施指南》
《中小学教师信息技术应用能力提升工程2.0实施方案》





志鸿优化系列丛书



高中 优秀教案

丛书主编 任志鸿
本册主编 张吉星
副主编 沈献宏 仇玉法
编者 房增凤 张云全 谢春锋
沈献宏 仇玉法 张吉星

配新课标人教A版

【必修4】 数 学

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案·数学(A).4:必修:新课标人教版/任志鸿主编. —2版. —海口:
南方出版社,2005.8(2007.9重印)

(志鸿优化系列丛书)

ISBN 978-7-80660-692-6

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 101338 号

责任编辑:杨 凯

装帧设计:邢 丽

版式设计:付玉兰

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案·数学·必修:4

任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898-66160822

山东鸿杰印务有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2007 年 9 月第 3 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:152.5 字数:3817 千字

定价:244.50 元(全套共 9 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)



前言

EXCELLENT TEACHING PLANS

FOREWORD

高中新课程标准的教材如何教,新课程标准的课堂教学如何设计,这不仅是首批课改省区一线教师孜孜探究的课题,更是后续课改省区广大教师亟待解决的问题。

率先进入高中新课程改革实验区的教研机构和一线教师在课改实践中积累了丰富的教研和教学经验。为了能让这累累硕果与所有教育工作者分享,部分从事课程标准制定、研究的专家,从事教材编写、进行教材研究的学者,还有在教学一线埋头实践新课程理念的研究型教师走到了一起,把最能直接体现新课程标准教学研究成果的教案集结成书,精心打造了这套《优秀教案》丛书。

本套图书紧扣“提升学科素养,注重能力生成”的课标理念,以“好用+实用”作为编写落脚点,把专家的最新研究成果与一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在部分课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案或者针对某个教学环节提供多种设计思路,便于教师选择、参考;“实用”主要体现在备课要素齐全,内容详实完备,资料丰富实用。

与现有的教案性质的教师用书相比,本套图书具有一些鲜明的特色。其一,每节课提供两种教学设计方案:一种详案,教师可直接拿来上课教学;一种简案,教师可借鉴上课,启发教学思维。两案供教师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。向教师们提供更多的教学设计选择。其二,提供精选的备课资料和常用的网络教学资源,解决教师备课急需的参考资料缺乏的问题。备课资料紧密联系教材内容,均为精选的紧贴学生生活,充满时代气息,汇集生活现实、社会热点、科技前沿的资料信息;常用网络教学资源附在书末,网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

本丛书按照课时编写,遵循课堂教学规律,主要设置如下栏目:

单元设计 按单元(课)规划教学。系统概括单元(课)知识结构和特点,整体规划单元(课)教学思路、教学方法、教学目标和课时安排。从单元角度整体分析教材,安排教学。

用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

整(总)体设计 对每课的教材作简要分析,提示本课的重点难点、三维目标、课时安排等,有助于教师短时间内了解教材要点,确立教学目标,把握重点难点,从宏观上高效指导授课全程。

教学设计(过程) 按课时编写,每一课时分“导语设计”“推进新课(文本解读)”“课堂小结”等几个环节。以问题情境为中心,以师生互动探究活动为主要信息传递方式,强调学生的主体地位,重视学生的个人体验,力求通过教学活动促进学生高效学习并养成自主学习习惯。

部分课时提供多个教学设计方案,或者针对某个教学环节提供多种设计思路供教师依据个人教学风格灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。

精彩(设计)点评 通过简练的语言对教学设计的优缺点进行点评,指出本课设计的亮点、优点及缺陷与不足,帮助教师从容选择。

习题详解 对教材每一节课后的习题进行详细解答,包括详细答案、解析过程和方法等,以方便教师进行习题讲解和批改作业时使用。

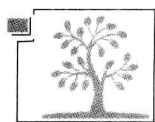
备课资料(资料选编) 联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

时代在发展,学生在变化,教学改革与研究在推进,《优秀教案》丛书要跟上这些变化需要不断的更新,需要广大教师的积极参与。丛书编委会诚挚的邀请更多的教师参与本套图书的更新,提供优秀的教学案例与同行们交流、分享,提出图书改进的意见和建议,使该书更实用更好用,共同为我们的基础教育事业贡献一份力量。

优秀教案丛书编委会



用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌



目录

CONTENTS

模块纵览	1
第一章 三角函数	3
1.1 任意角和弧度制	4
1.1.1 任意角	4
1.1.2 弧度制	10
1.2 任意角的三角函数	21
1.2.1 任意角的三角函数	21
1.2.2 同角三角函数的基本关系	38
1.3 三角函数的诱导公式	46
1.4 三角函数的图象与性质	57
1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	57
1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	67
1.4.3 正切函数的性质与图象	84
1.5 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	94
1.6 三角函数模型的简单应用	110
本章复习	122
第二章 平面向量	136
2.1 平面向量的实际背景及基本概念	137
2.2 平面向量的线性运算	145
2.2.1 向量加法运算及其几何意义	145
2.2.2 向量减法运算及其几何意义	153

2.2.3 向量数乘运算及其几何意义	159
2.3 平面向量的基本定理及其坐标表示	168
2.3.1 平面向量基本定理	168
2.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	168
2.3.3 平面向量的坐标运算	177
2.3.4 平面向量共线的坐标表示	177
2.4 平面向量的数量积	187
2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义	187
2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角	195
2.5 平面向量应用举例	205
2.5.1 平面几何中的向量方法	205
2.5.2 向量在物理中的应用举例	215
本章复习	222

第三章 三角恒等变换 239

3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	240
3.1.1 两角差的余弦公式	240
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	249
3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式	265
3.2 简单的三角恒等变换	274
本章复习	291

模块纵览

课标要求

1. 知识要求与数学应用

理解三角函数的定义、公式、图象和性质,以及平面向量的基础知识;发展运算能力和解决实际问题的能力;认识数学严密而富有魅力的完整体系,并构建自己的知识体系;结合类比思想、数形结合思想的运用,通过三角函数、向量解决实际问题的实践,体会数学的作用和价值,用数学的观点看待和处理日常生活以及其他学科的问题的方法,即提高学生的数学应用意识.

2. 探究过程与思维层次

三角函数和向量都是刻画现实世界某些现象的重要数学模型,具有丰富的实际背景和广泛的应用.通过背景的给出、经历、体验和实践探索过程的展现,通过数学思想方法的渗透,体会过程的重要,并在经历过程中学习知识,领会数学思想方法,感悟找到打开知识宝库金钥匙的心理体验.

3. 科学精神与学习品质

在新课程教材中,任何一个新概念的引入,都特别强调了它的现实背景和应用.根据学生探求知识的循序渐进、螺旋上升的认知心理,指导学生如何去思考和推理,养成其用数学的思想和方法来思考和处理问题的习惯,并在应用中激发学生的学习兴趣 and 主动探究的欲望,逐渐形成坚韧不拔、锲而不舍地追求真理的科学精神,树立良好的情感态度和价值观.

内容概述

本模块内容共三章:第一章三角函数;第二章平面向量;第三章三角恒等变换.

三角函数是描述周期现象的重要数学模型,在数学和其他领域中具有重要的作用.这是学生在高中阶段学习的最后一个基本初等函数.向量是近代数学中重要和基本的数学概念之一,它是沟通代数、几何与三角函数的一种工具,有着极其丰富的实际背景,在数学和物理中都有广泛的应用.三角恒等变换在数学中有一定的应用.

“三角函数”一章,突出了三角函数作为描述周期变化的数学模型这一本质,即通过现实世界的周期现象,在学生感受引入三角函数必要性的基础上,引出三角函数概念,研究三角函数的基本性质,并用三角函数的基础知识解决一些实际问题.

“平面向量”一章,突出强调了向量的工具特性,充分利用向量的物理背景与几何背景建立向量及其运算的概念,并在这个过程中强调用向量解决实际问题及几何问题.其中,特别强调了用向量解决几何问题的基本思想——“三步曲”,从而比较好地体现了数形结合思想.另外,作为一个应用,用向量方法推导了两角差的余弦公式.

“三角恒等变换”一章,本模块采用与传统的处理方法不同的安排,把三角恒等变换从三角函数中独立出来,其主要目的是为了在三角函数一章中突出“函数作为描述客观世界变化规律的数学模型”这条主线.在本模块中,学生将运用向量的方法推导基本的三角恒等变换公式,由此出发导出其他的三角恒等变换公式,并能运用这些公式进行简单的恒等变换.

在本模块结构中,三角函数与三角恒等变换是高中数学课程的传统内容,平面向量是1996年进入高中数学课程的内容,因此,本模块的内容属于“传统内容”.

1. 理清本模块设置, 树立模型的概念

三角函数是重要数学模型之一, 教师应根据学生的实际, 创设更加丰富鲜活的情境, 通过大量自然界的周期现象, 体会自然界、日常生活中存在着大量遵循周期性运动变化的现象, 从而体会三角函数是刻画周期现象的重要模型的意义. 通过亲身经历解决实际问题的全过程, 培养学生应用数学的意识, 提高学生的数学素养. 同时希望学生面对生活中常常遇到的现象和问题, 能有意识地从数学角度去发现它所隐含着的数学规律. 向量也是模型, 是抽象代数、线性代数、泛函分析中基本的数学模型; 也是平面力场、平面位移场的物理模型. 作为教师, 应自己体会到这一点, 才能居高临下地驾驭好教材, 才能更深层次地理解新课程理念, 从而更好地指导学生. 本模块的最大特色之一是模型教学, 而学习数学模型的最好方法是经历数学建模的过程, 应把握好教材的这一定位.

2. 领会本模块的课标精神, 创造性地使用教材

根据《普通高中数学新课程标准》设定的学习目标, 本模块在内容、要求以及处理方法上都有创新. 具体表现在: ①以基本概念为主干内容贯穿本书, 削枝强干, 教材体系更显合理; ②强调联系、类比等思想方法的应用, 强调教科书的思辨性, 加强思维能力的培养; ③加强几何直观, 强调数形结合思想; ④改进呈现方式, 用恰时恰点的问题引导学生学习; ⑤考虑使用信息技术. 因此, 在教学中应做到“三个充分, 一个把握”: 充分利用三角函数、向量与学生已有经验的联系创设问题情境; 充分利用相关知识的联系性, 引导学生用类比的方法进行学习; 充分发挥几何直观的作用, 注重数形结合思想方法的运用. 把握教学要求, 不搞复杂的、技巧性强的三角变换训练, 有条件的要鼓励学生使用计算器和计算机探索 and 解决问题.

3. 转变教师角色, 体现学生主体这一理念

《数学课程标准》指出: “数学教学活动必须建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上, 教师应激发学生的学习积极性, 向学生提供充分从事数学活动的机会, 帮助他们在自主探索和合作交流的过程中, 真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法, 获得广泛的数学活动经验. 学生是学习的主人, 教师是数学学习的组织者、引导者与合作者.” 这就要求我们必须认真细致地设计好课堂教学的各个环节, 改变学生的学习方式, 引导学生主动参与、乐于探究、勤于动手, 逐步培养学生收集和处理科学信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力, 以及交流与合作的能力等, 突出创新精神和实践能力的培养. 新课程教材的各模块均安排了思考、探究、观察、阅读与思考、探究与发现等活动栏目. 这些内容的设置, 激发了学生的学习兴趣, 拓展了知识视野. 教师应充分用好这些栏目, 促使他们自己去获取知识、发展能力. 做到自己能发现问题, 提出问题, 进而分析和解决问题, 为终身学习和工作奠定基础.

4. 与时俱进, 尽量使用多媒体

《普通高中数学课程标准》明确提出了“应重视信息技术与数学课程内容的有机整合”. 因此, 有条件的学校尽量使用多媒体教学, 提倡多媒体辅助教学则是新课标的理念之一. 那种“一枝粉笔一张嘴, 一本课本讲到底”的教学方法再也跟不上时代了.

5. 本模块的内容、思想方法是近几年高考的重点和热点之一

6. 本模块课时安排

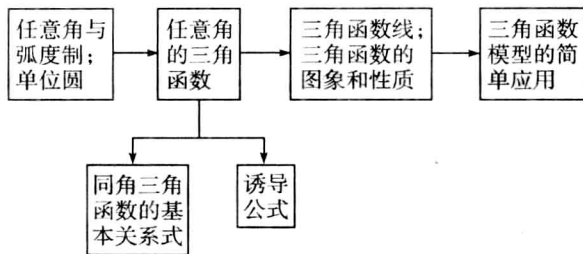
共需 36 课时, 具体分配是:

第一章	三角函数	16 课时
第二章	平面向量	12 课时
第三章	三角恒等变换	8 课时

第一章 三角函数

本章教材分析

1. 本章知识结构如下:



2. 本章学习的内容主要是:三角函数的定义、图象、性质及应用.三角函数是高中教材中的一种重要函数,与其他的函数相比,具有许多重要的特征:它以角为自变量,是周期函数.三角函数是解决其他问题的重要工具,是高中阶段学习的最后一个基本初等函数,是深化函数性质的极好素材.本章的认知基础主要是几何中圆的性质、相似形的有关知识,特别强调了单位圆的直观作用,借助单位圆直观地认识任意角、任意角的三角函数.

3. 本章教学的重点是三角函数的定义,同角三角函数的基本关系式,正弦函数的图象及基本性质.难点是弧度制和图象变换的准确理解和掌握.关键是学好三角函数定义.从实际教学情况来看,教学中应重视学生的画图.“五点画图”虽然简单,但却易学难掌握.在本章教学中,教师应根据学生的生活经验和已有的数学知识,通过列举熟知的实例,创设丰富的情境,使学生体会三角函数模型的意义.教学时,可结合本章引言的章头图,让学生围绕这些问题展开讨论,通过思考,让学生知道三角函数可以刻画这些周期变化规律,从而激发学生的求知欲.

4. 三角函数的内容一直是高考的重要内容,特别是三角函数的图象和性质,及结合三角形的基础知识为背景的三角函数知识,频频在各省高考试题中出现,难度虽有降低,却是经久不衰的高考考查内容.

5. 本章教学时间约需 16 课时,具体分配如下(仅供参考):

标 题	课 时
1.1 任意角和弧度制	约 2 课时
1.2 任意角的三角函数	约 3 课时
1.3 三角函数的诱导公式	约 2 课时
1.4 三角函数的图象与性质	约 4 课时
1.5 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	约 2 课时
1.6 三角函数模型的简单应用	约 2 课时
本章复习	约 1 课时

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

整体设计

教学分析

教材首先通过实际问题的展示,引发学生的认知冲突,然后通过具体例子,将初中学过的角的概念推广到任意角,在此基础上引出终边相同的角的集合的概念.这样可以使学生在已有经验(生活经验、数学学习经验)的基础上,更好地认识任意角、象限角、终边相同的角等概念.让学生体会到把角推广到任意角的必要性,引出角的概念的推广问题.本节充分结合角和平面直角坐标系的关系,建立了象限角的概念,使得任意角的讨论有一个统一的载体.教学中要特别注意这种利用几何的直观性来研究问题的方法;引导学生善于利用数形结合的思想方法来认识问题、解决问题.让学生初步学会在平面直角坐标系中讨论任意角,能熟练写出与已知角终边相同的角的集合,是本节的一个重要任务.

学生的活动过程决定着课堂教学的成败,教学中应反复挖掘“探究”栏目及“探究”示图的过程功能,在这个过程上要不惜多花些时间,让学生进行操作与思考,自然地、更好地归纳出终边相同的角的一般形式.也就自然地理解了集合 $S = \{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 的含义.如能借助信息技术,则可以动态表现角的终边旋转的过程,更有利于学生观察角的变化与终边位置的关系,让学生在动态的过程中体会,既要知道旋转量,又要知道旋转方向,才能准确刻画角的形成过程的道理,更好地了解任意角的深刻涵义.

三维目标

1. 通过实例的展示,使学生理解角的概念推广的必要性,理解并掌握正角、负角、零角、象限角、终边相同角的概念及表示,树立运动变化的观点,并由此深刻理解推广之后的角的概念.
2. 通过自主探究、合作学习,认识集合 S 中 k 、 α 的准确含义,明确终边相同的角不一定相等,终边相同的角有无限多个,它们相差 360° 的整数倍.这对学生的终身发展,形成科学的世界观、价值观具有重要意义.
3. 通过类比正、负数的规定,让学生认识正角、负角并体会类比、数形结合等思想方法的运用,为今后的学习与发展打下良好的基础.

重点难点

教学重点:将 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围的角推广到任意角,终边相同的角的集合.

教学难点:用集合来表示终边相同的角.

课时安排

1 课时

教学过程

导入新课

思路 1. (情境导入) 如图 1, 在许多学校的门口都有摆设的一些游戏机, 只要指针旋转到阴影部分即可获得高额奖品. 由此发问: 指针怎样旋转, 旋转多少度才能赢? 还有我们所熟悉的体操运动员旋转的角度, 自行车车轮旋转的角度, 螺丝扳手的旋转角度, 这些角度都怎样解释? 在学生急切想知道的渴望中引入角的概念的推广, 进而引入角的概念的推广的问题.

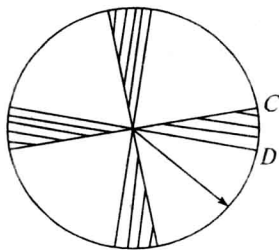


图 1

思路 2. (复习导入) 回忆初中我们是如何定义一个角的? 所学的角的范围是什么? 用这些角怎样解释现实生活的一些现象, 比如你原地转体一周的角度, 应怎样修正角的定义才能解释这些现象? 由此让学生展开讨论, 进而引入角的概念的推广问题.

推进新课

新知探究

提出问题

- ① 你的手表慢了 5 分钟, 你将怎样把它调整准确? 假如你的手表快了 1.25 小时, 你应当怎样将它调整准确? 当时间调整准确后, 分针转过了多少度角?
- ② 体操运动中有转体两周, 在这个动作中, 运动员转体多少度?
- ③ 请两名男生 (或女生、或多名男女学生) 起立, 做由“面向黑板转体背向黑板”的动作. 在这个过程中, 他们各转体了多少度?

活动: 让学生到讲台利用准备好的教具——钟表, 实地演示拨表的过程. 让学生站立原地做转体动作. 教师强调学生观察旋转方向和旋转量, 并思考怎样表示旋转方向. 对回答正确的学生及时给予鼓励、表扬, 对回答不准确的学生提示引导考虑问题的思路.

角可以看作是平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形. 设一条射线的端点是 O , 它从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB , 则形成了一个角 α , 点 O 是角的顶点, 射线 OA 、 OB 分别是角 α 的始边和终边.

我们规定: 一条射线绕着它的端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角, 按顺时针方向旋转形成的角叫做负角. 钟表的时针和分针在旋转过程中所形成的角总是负角, 为了简便起见, 在不引起混淆的前提下, “角 α ”或“ $\angle \alpha$ ”可以简记作“ α ”.

如果一条射线没有作任何旋转, 我们称它形成了一个零角, 零角的始边和终边重合, 如果 α 是零角, 那么 $\alpha = 0^\circ$.

讨论结果: ① 顺时针方向旋转了 30° ; 逆时针方向旋转了 450° .

② 顺时针方向旋转了 720° 或逆时针方向旋转了 720° .

③ -180° 或 $+180^\circ$ 或 -540° 或 $+540^\circ$ 或 900° 或 $1\ 080^\circ$ ……

提出问题

- ① 能否以同一条射线为始边作出下列角: 210° , -45° , -150° .
- ② 如何在坐标系中作出这些角, 象限角是什么意思? 0° 角又是什么意思?

活动: 先让学生看书、思考、并讨论这些问题, 教师提示、点拨, 并对回答正确的学生及时表扬, 对回答不准确的学生, 教师提示、引导考虑问题的思路. 学生作这样的角, 使用一条射线作为始边, 没有固定的参照, 所以会作出很多形式不同的角. 教师可以适时地提醒学生: 如果将角放到平面直角坐标系中, 问题会怎样呢? 并让学生思考讨论在直角坐标系内讨论角

的好处:使角的讨论得到简化,还能有效地表现出角的终边“周而复始”的现象.

今后我们在坐标系中研究和讨论角,为了讨论问题的方便,我们使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,那么角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几象限角.要特别强调角与直角坐标系的关系——角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合.

讨论结果:①能.

②使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,角的终边在第几象限,我们就说这个角是第几象限角.这样:

210° 角是第三象限角;

-45° 角是第四象限角;

-150° 角是第三象限角.

特别地,终边落在坐标轴上的角不属于任何一个象限,比如 0° 角.

可以借此进一步设问:

锐角是第几象限角?钝角是第几象限角?直角是第几象限角?反之如何?

将角按照上述方法放在直角坐标系中,给定一个角,就有唯一一条终边与之对应,反之,对于直角坐标系中的任意一条射线 OB ,以它为终边的角是否唯一?如果不唯一,那么终边相同的角有什么关系?

提出问题

①在直角坐标系中标出 210° , -150° 的角的终边,你有什么发现?它们有怎样的数量关系? 328° , -32° , -392° 角的终边及数量关系是怎样的?终边相同的角有什么关系?

②所有与 α 终边相同的角,连同角 α 在内,怎样用一个式子表示出来?

活动:让学生从具体问题入手,探索终边相同的角的关系,再用所准备的教具或是多媒体给学生演示:演示象限角、终边相同的角,并及时地引导:终边相同的一系列角与 0° 到 360° 间的某一角有什么关系,从而为终边相同的角的表示作好准备.

为了使明确终边相同的角的表示方法,还可以用教具作一个 32° 角,放在直角坐标系内,使角的顶点与坐标原点重合,角的始边与 x 轴的非负半轴重合,形成 -32° 角后提问学生这是第几象限角?是多少度角?学生对后者的回答是多种多样的.

至此,教师因势利导,予以启发,学生对问题探究的结果已经水到渠成,本节难点得以突破.同时学生也在这一学习过程中,体会到了探索的乐趣,激发起了极大的学习热情,这是比学习知识本身更重要的.

讨论结果:① 210° 与 -150° 角的终边相同; 328° , -32° , -392° 角的终边相同.终边相同的角相差 360° 的整数倍.

设 $S = \{\beta | \beta = -32^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 328° , -392° 角都是 S 的元素, -32° 角也是 S 的元素(此时 $k=0$). 因此,所有与 -32° 角的终边相同的角,连同 -32° 在内,都是集合 S 的元素;反过来,集合 S 的任何一个元素显然与 -32° 角终边相同.

②所有与 α 终边相同的角,连同角 α 在内,可以构成一个集合 $S = \{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$.

即任一与角 α 终边相同的角,都可以表示成 α 与整数个周角的和.

适时引导学生认识:① $k \in \mathbb{Z}$; ② α 是任意角; ③终边相同的角不一定相等,终边相同的角有无数个,它们相差 360° 的整数倍.

应用示例

例1 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内,找出与 $-950^\circ 12'$ 角终边相同的角,并判定它是第几象限角.

解: $-950^\circ 12' = 129^\circ 48' - 3 \times 360^\circ$, 所以在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的范围内,与 $-950^\circ 12'$ 角终边相同的

角是 $129^\circ 48'$, 它是第二象限的角.

点评: 教师可引导学生先估计 $-950^\circ 12'$ 大致是 360° 的几倍, 然后再具体求解.

例2 写出终边在 y 轴上的角的集合.

活动: 终边落在 y 轴上, 应分 y 轴的正方向与 y 轴的负方向两个.

学生很容易分别写出所有与 $90^\circ, 270^\circ$ 的终边相同的角构成集合, 这时应启发引导学生进一步思考: 能否化简这两个式子, 用一个式子表示出来.

让学生观察、讨论、思考, 并逐渐形成共识, 教师再规范地板书出来, 并强调数学的简洁性. 在数学表达式子不唯一的情况下, 注意采用简约的形式.

解: 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内, 终边在 y 轴上的角有两个,

即 90° 和 270° 角, 如图 2.

因此, 所有与 90° 的终边相同的角构成集合

$$S_1 = \{\beta | \beta = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

而所有与 270° 角的终边相同的角构成集合

$$S_2 = \{\beta | \beta = 270^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

于是, 终边在 y 轴上的角的集合

$$S = S_1 \cup S_2$$

$$= \{\beta | \beta = 90^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 90^\circ + 180^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$= \{\beta | \beta = 90^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 90^\circ + (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$= \{\beta | \beta = 90^\circ + n \cdot 180^\circ, n \in \mathbb{Z}\}.$$

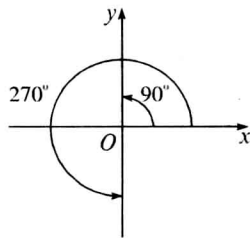


图 2

点评: 本例是让学生理解终边在坐标轴上的角的表示. 教学中, 应引导学生体会用集合表示终边相同的角时, 表示方法不唯一, 要注意采用简约的形式.

变式训练

① 写出终边在 x 轴上的角的集合.

② 写出终边在坐标轴上的角的集合.

答案: ① $S = \{\beta | \beta = (2n+1) \cdot 180^\circ, n \in \mathbb{Z}\}.$

② $S = \{\beta | \beta = n \cdot 90^\circ, n \in \mathbb{Z}\}.$

例3 写出终边在直线 $y=x$ 上的角的集合 S , 并把 S 中适合不等式 $-360^\circ \leq \beta < 720^\circ$ 的元素 β 写出来.

解: 如图 3, 在直角坐标系中画出直线 $y=x$, 可以发现它与 x 轴夹角是 45° , 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内, 终边在直线 $y=x$ 上的角有两个: 45° 和 225° , 因此, 终边在直线 $y=x$ 上的角的集合

$$S = \{\beta | \beta = 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

S 中适合 $-360^\circ \leq \beta < 720^\circ$ 的元素是:

$$45^\circ - 2 \times 180^\circ = -315^\circ,$$

$$45^\circ - 1 \times 180^\circ = -135^\circ,$$

$$45^\circ + 0 \times 180^\circ = 45^\circ,$$

$$45^\circ + 1 \times 180^\circ = 225^\circ,$$

$$45^\circ + 2 \times 180^\circ = 405^\circ,$$

$$45^\circ + 3 \times 180^\circ = 585^\circ.$$

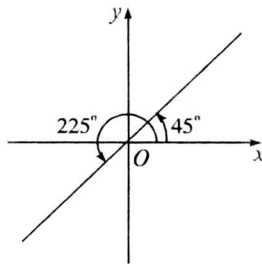


图 3

点评: 本例是让学生表示终边在已知直线的角, 并找出某一范围的所有的角, 即按一定顺序取 k 的值, 应训练学生掌握这一方法.

例4 写出在下列象限的角的集合:

① 第一象限;

② 第二象限;

备课札记

③第三象限:

④第四象限.

活动:本题关键是写出第一象限的角的集合,其他象限的角的集合依此类推即可,如果学生阅读例题后没有解题思路,或者把①中的范围写成 $0^\circ \sim 90^\circ$,可引导学生分析 $360^\circ \sim 450^\circ$ 范围的角是不是第一象限的角呢?进而引导学生写出所有终边相同的角.

解:①终边在第一象限的角的集合: $\{\beta | n \cdot 360^\circ < \beta < n \cdot 360^\circ + 90^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$.

②终边在第二象限的角的集合: $\{\beta | n \cdot 360^\circ + 90^\circ < \beta < n \cdot 360^\circ + 180^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$.

③终边在第三象限的角的集合: $\{\beta | n \cdot 360^\circ + 180^\circ < \beta < n \cdot 360^\circ + 270^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$.

④终边在第四象限的角的集合: $\{\beta | n \cdot 360^\circ + 270^\circ < \beta < n \cdot 360^\circ + 360^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$.

点评:教师给出以上解答后可进一步提问:以上的解答形式是唯一的吗?充分让学生思考、讨论后形成共识,并进一步深刻理解终边相同角的意义.

知能训练

课本本节练习.

解答:1.锐角是第一象限角,第一象限角不一定是锐角;

直角不属于任何一个象限,不属于任何一个象限的角不一定是直角;

钝角是第二象限角,但是第二象限角不一定是钝角.

点评:要深刻认识锐角、直角、钝角和象限角的区别与联系,并理解记忆.为弄清概念的本质属性,还可以再进一步启发设问:

锐角一定小于 90° 吗?小于 90° 的角一定是锐角吗?

钝角一定大于 90° 吗?大于 90° 的角一定是钝角吗?

答案当然是:不一定.

让学生展开讨论,在争论中,将对问题的认识进一步升华,并牢牢的记忆这些基础知识.

2.三、三、五.

点评:本题的目的是将终边相同的角的符号表示应用到其他周期性问题上.题目联系实际,把教科书中除数360换成每个星期的天数7,利用了“同余”来确定 $7k$ 天后、 $7k$ 天前也是星期三,这样的练习难度不大,可以口答.

3.(1)第一象限角.

(2)第四象限角.

(3)第二象限角.

(4)第三象限角.

点评:能作出给定的角,并判断是第几象限的角.

4.(1) $305^\circ 42'$,第四象限角.

(2) $35^\circ 8'$,第一象限角.

(3) $249^\circ 30'$,第三象限角.

点评:能在给定的范围内找出与指定角终边相同的角,并判断是第几象限的角.

5.(1) $\{\beta | \beta = 1\ 303^\circ 18' + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}, -496^\circ 42', -136^\circ 42', 223^\circ 18'$.

(2) $\{\beta | \beta = -225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}, -585^\circ, -225^\circ, 135^\circ$.

点评:用集合表示法和符号语言写出与指定角终边相同的角的集合,并在给定的范围内找出与指定的角的终边相同的角.

课堂小结

以提问的方式与学生一起回顾本节所学内容并简要总结:

让学生自己回忆:本节课都学习了哪些新知识?你是怎样获得这些新知识的?你从本节课上都学到了哪些数学方法?让学生自己得到以下结论:

本节课推广了角的概念,学习了正角、负角、零角的定义,象限角的概念以及终边相同的

角的表示方法,零角是射线没有作任何旋转.一个角是第几象限的角,关键是看这个角的终边落在第几象限,终边相同的角的表示有两方面的内容:(1)与角 α 终边相同的角,这些角的集合为 $S=\{\beta|\beta=k\cdot 360^\circ+\alpha, k\in\mathbf{Z}\}$;(2)在 $0^\circ\sim 360^\circ$ 内找与已知角终边相同的角 α ,其方法是用所给的角除以 360° ,所得的商为 k ,余数为 α (α 必须是正数), α 即为所找角.

数形结合思想、运动变化观点都是学习本课内容的重要思想方法.

作业

①课本习题 1.1 A 组 1、3、5.

②预习下一节:弧度制.

设计感想

1. 本节课设计的容量较大,学生的活动量也较大,若用信息技术辅助教学效果会很好.教师可充分利用多媒体做好课件,在课堂上演示给学生;有条件的学校,可以让学生利用计算机或计算器进行探究,让学生在动态中掌握知识、提炼方法.

2. 本节设计的指导思想是加强直观.利用几何直观有利于对抽象概念的理解.在学生得出象限角的概念后,可以充分让学生讨论在直角坐标系中研究角的好处.前瞻性地引导学生体会:在直角坐标系中角的“周而复始”的变化规律,为研究三角函数的周期性奠定基础.

3. 几点说明:

(1)列举不在 $0^\circ\sim 360^\circ$ 的角时,应注意所有的角在同一个平面内,且终边在旋转的过程中,角的顶点不动.

(2)在研究终边相同的两个角的关系时, k 的正确取值是关键,应让学生独立思考领悟.

(3)在写出终边相同的角的集合时,可根据具体问题,对相应的集合内容进行复习.

备课资料

备用习题

1. 若角 α 与 β 终边相同,则一定有 ()

A. $\alpha+\beta=180^\circ$

B. $\alpha+\beta=0^\circ$

C. $\alpha-\beta=k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

D. $\alpha+\beta=k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

2. 集合 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot 90^\circ-36^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$, $B=\{\beta|-180^\circ<\beta<180^\circ\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ()

A. $\{-36^\circ, 54^\circ\}$

B. $\{-126^\circ, 144^\circ\}$

C. $\{-126^\circ, -36^\circ, 54^\circ, 144^\circ\}$

D. $\{-126^\circ, 54^\circ\}$

3. 在直角坐标系中,若角 α 与角 β 的终边互相垂直,则角 α 与角 β 的关系是 ()

A. $\beta=\alpha+90^\circ$

B. $\beta=\alpha\pm 90^\circ$

C. $\beta=\alpha+90^\circ+k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

D. $\beta=\alpha\pm 90^\circ+k\cdot 360^\circ(k\in\mathbf{Z})$

4. 集合 $Z=\{x|x=(2n+1)\cdot 180^\circ, n\in\mathbf{Z}\}$, $Y=\{x|x=(4k\pm 1)\cdot 180^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$ 之间的关系是 ()

A. $Z\subsetneq Y$

B. $Z\supsetneq Y$

C. $Z=Y$

D. Z 与 Y 之间的关系不确定

5. 已知角 θ 的终边与 168° 角的终边相同,则在 $(0^\circ, 360^\circ)$ 范围内终边与 $\frac{\theta}{3}$ 角的终边相同的角是 .

6. 若集合 $A=\{\alpha|k\cdot 180^\circ+30^\circ<\alpha<k\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in\mathbf{Z}\}$, 集合 $B=\{\beta|k\cdot 360^\circ+315^\circ<$