普通高等教育“十二五”规划教材

信号与系统分析习题解答

宗　伟　主　编
盛惠兴　副主编

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

普通高等教育"十二五"规划教材

信号与系统分析习题解答

主　编　宗　伟

副主编　盛惠兴

编　写　李渤龙　刘燕华

主　审　孟　桥

中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十二五”规划教材。

本书为宗伟教授等编写的北京市精品教材《信号与系统分析》的配套教材。本书与《信号与系统分析》一书相得益彰，全书共九章，每章由知识体系结构、重点与难点、习题详解三大部分构成。知识体系提炼了基本知识点，并以知识点为引线导出各章间的内在联系；重点与难点以提纲形式引出；习题详解详尽解答了主教材中的所有习题，并将知识体系和重点难点以习题的形式予以讲解。

本书可作为本科生学习信号与系统、信号分析与处理等课程的参考书，也可作为报考研究生的辅导用书，还可作为教师和相关领域工程技术人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统分析习题解答/宗伟主编．—北京：中国电力出版社，2011.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-1087-2

Ⅰ.①信… Ⅱ.①宗… Ⅲ.①信号分析—高等学校—解题②信号系统—系统分析—高等学校—解题 Ⅳ.①TN911.6—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 218985 号

中国电力出版社出版、发行

（北京市东城区北京站西街 19 号 100005 http：//www.cepp.sgcc.com.cn）

北京丰源印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2011 年 1 月第一版 2011 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12.5 印张 299 千字

定价 **20.00** 元

前　言

2004年出版、2005年评为北京市精品教材的《信号与系统分析》一书，自发行以来，受到各方读者的肯定，现已再版，五年来七次印刷，发行量达2万多册。同时，我们也收到不少希望有配套习题解答出版的读者电话、邮件，所以早已准备编写本书，但由于种种原因一直没有正式出版，在此对广大读者深表歉意。

今天的出版，我们很欣慰，但愿本书能满足读者的要求，在学习信号与系统、信号分析与处理等课程时有所帮助，成为读者的良师益友。但编写过程中的疏忽或不妥在所难免，真诚地希望广大读者提出宝贵意见，以便再版时改进。

本书不仅对《信号与系统分析》一书各章习题做了详细解答，而且以表格的形式概述了各章的主要内容，简洁明了、重点突出，尽量给出一题多解，并拓宽和加深了原书的内容，补充了一些综合例题，澄清一些模糊概念。书中*部分为参考内容。

为了使学生能从繁重的、机械的作业演算中解脱出来，给学生以更多地思考、更多地自由发挥的时间，不忙于应付做题，而忽视对概念的理解上。编者建议本书的使用方法是：对《信号与系统分析》教材中的习题先独立思考，有了解决方法后，独立去做，最后看习题解答，再由习题解检验；学习中注意技巧与知识的关系，清楚问题的提出和解决的方法；通过学习解决眼高手低、做题从无从下手的问题，由熟中生巧，再到得心应手。经过这三步相信必能学好这门课程。

本书由宗伟任主编、统稿，并编写了第二、三、六章；由盛惠兴任副主编，并编写了第四、七、八、九章；李渤龙编写第一章；刘燕华编写第五章。这里特别对担任本书主审的浙江大学孟桥老师，对编写本书部分章节付出前期工作的浙江大学杜鹏英老师，对参与问题的讨论并提出建议的教研室同仁们，一并深表谢意。

编者电子信箱：zongwei@ncepu. edu. cn

编　者

2010年12月于华北电力大学（北京）

目　录

第一章　信号与系统的基础知识

一、知识体系结构

<table>
<tr><td rowspan="21">信号</td><td>定义</td><td colspan="3">消息的表现形式</td></tr>
<tr><td rowspan="7">分类</td><td colspan="3">电信号与非电信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">周期信号与非周期信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">确定性信号与随机信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">连续时间信号与离散时间信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">能量信号与功率信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">因果信号与非因果信号</td></tr>
<tr><td colspan="3">实信号与复信号</td></tr>
<tr><td rowspan="13">基本信号</td><td colspan="3">正弦信号：$f(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">指数信号</td><td colspan="2">实指数信号：$f(t)=e^{\alpha t}$ （$\alpha\in\mathbf{R}$）</td></tr>
<tr><td>虚指数信号：$f(t)=e^{j\omega t}$</td><td rowspan="2">欧拉公式：$\begin{cases}\cos\omega t=\dfrac{1}{2}(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t})\\ \sin\omega t=\dfrac{1}{j2}(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t})\end{cases}$ 或 $\begin{cases}e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t\\ e^{-j\omega t}=\cos\omega t-j\sin\omega t\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>复指数信号：$f(t)=e^{\alpha+j\omega t}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">采样信号：$Sa(t)=\dfrac{\sin t}{t}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">单位阶跃信号：$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="6">单位冲激信号</td><td colspan="2">筛选性质：$\begin{cases}f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t),\ \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)dt=f(0)\\ f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t),\ \int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)\end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">偶函数特性：$\delta(-t)=\delta(t)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">冲激信号与阶跃信号的关系：$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt$，$\delta(t)=\dfrac{d\varepsilon(t)}{dt}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">尺度变换特性：$\delta(at)=\dfrac{1}{|a|}\delta(t)$ 或 $|a|\delta(at)=\delta(t)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">冲激信号卷积性质：$f(t)*\delta(t)=f(t)$，$f(t)*\delta(t-t_0)=f(t-t_0)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">冲激信号的导数：$\delta'(t)=\dfrac{d\delta(t)}{dt}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">单位斜坡信号：$r(t)=t\varepsilon(t)$</td></tr>
</table>

续表

信号	信号运算	代数运算：$f_1(t)\pm f_2(t)$，$f_1(t)\cdot f_2(t)$，$\dfrac{f_1(t)}{f_2(t)}$	
		微积分运算：$f'(t)=\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$，$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$	
		时域综合变换	时移，反转，尺度变换
		信号分解：$f(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$	
系统	定义	由相互作用和相互依赖的单元组成的能够完成一种或几种功能的整体	
	分类	线性系统与非线性系统	分解特性：$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)$
			齐次性：若 $f(t)\rightarrow y(t)$，则 $af(t)\rightarrow ay(t)$
			可加性：若 $f_1(t)\rightarrow y_1(t)$、$f_2(t)\rightarrow y_2(t)$，则 $f_1(t)+f_2(t)\rightarrow y_1(t)+y_2(t)$
		时不变系统与时变系统	若 $f(t)\rightarrow y(t)$，则 $f(t-t_0)\rightarrow y(t-t_0)$，为时不变系统
		因果系统与非因果系统	系统在任何时刻的输出仅决定于现在与过去的输入，与将来的输入无关，为因果系统；否则为非因果系统
		无记忆系统与记忆系统	如果系统的输出信号只决定于同时刻的激励信号，与它过去的工作状态无关，则称为无记忆系统；否则为记忆系统
		稳定系统与不稳定系统	输入有界，输出也有界的系统为稳定系统；反之输入有界，输出无界的系统为不稳定系统
		连续时间系统与离散时间系统	
	表示方法	物理模型（电路）	
		数学模型（方程）	
		结构框图	

二、重点与难点

（1）基本信号：重点是指数信号、单位阶跃信号和单位冲激信号的定义和性质。

（2）信号的微积分运算：分段函数分段积分，前一段的积分对后面的积分有影响；微分运算在间断点处有冲激出现。

（3）信号的综合变换。

（4）通过系统分类的定义判断系统的性质。

三、习题详解

1-1 已知 $f(t)=\mathrm{e}^{-t}$，试画出下列信号的波形。

(1) $f(t)\varepsilon(t)$　　(2) $f(t+1)\varepsilon(t)$

(3) $f(t-1)\varepsilon(t-1)$　　(4) $f(t)\varepsilon(t-1)$

(5) $f(t)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$

解： $f(t)$ 波形如图 1-1 (a) 所示，(1) ～ (5) 题对应波形分别如图 1-1 (b) ～ (f) 所示。

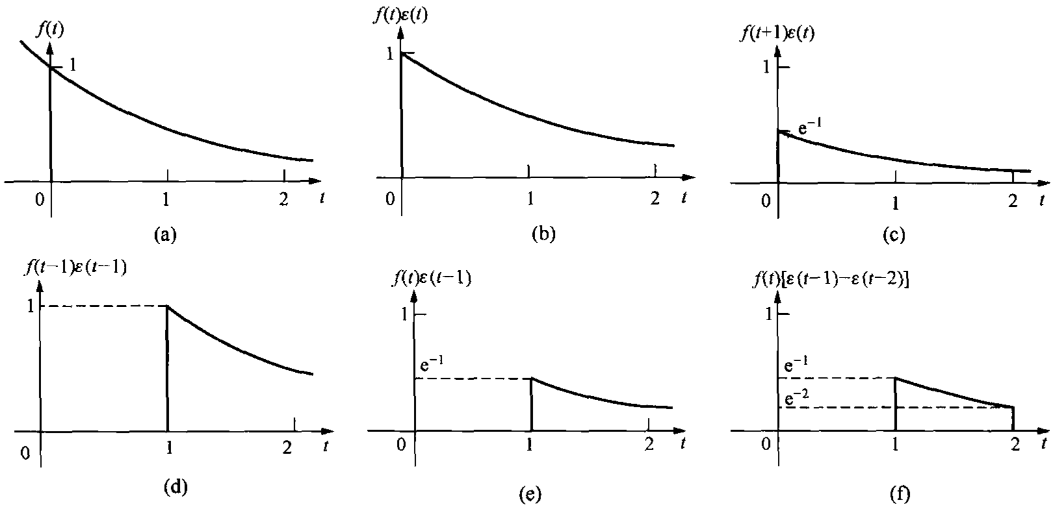

图 1-1　习题 1-1 解图

1-2　已知信号波形如图 1-2 所示，写出各信号的数学表达式。

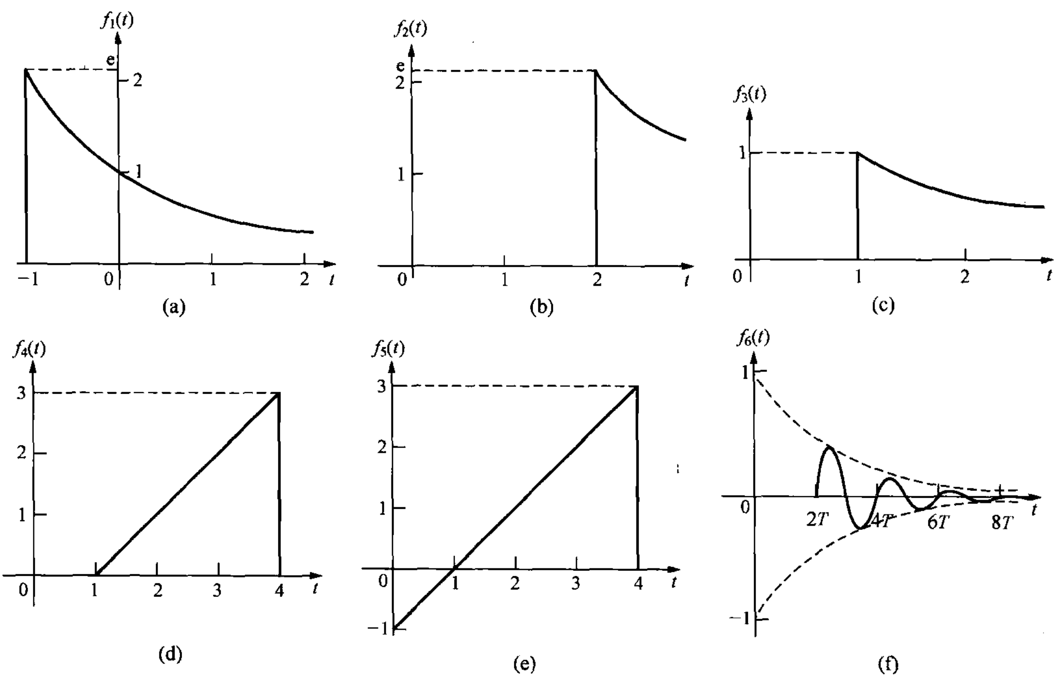

图 1-2　习题 1-2 图

解： (1) $f_1(t)=e^{-t}\varepsilon(t+1)$。

(2) 从图 1-2 (b) 可以看出 $f_2(t)$ 是指数信号的延时，所以设待定常数为 τ。令 $f(t)=e^{-(t-\tau)}$，当 $t=2$ 时，$f(2)=e^{-(2-\tau)}=e$，即 $-(2-\tau)=1$，所以 $\tau=3$ 时，则有

$f_2(t)=\mathrm{e}^{-(t-3)}\varepsilon(t-2)$。

(3) 与 (2) 题同理，设待定常数 τ，令 $f(t)=\mathrm{e}^{-(t-\tau)}$，当 $t=1$ 时，$f(1)=\mathrm{e}^{-(1-\tau)}=1$，即 $-(1-\tau)=0$，所以 $\tau=1$ 时，则有 $f_1(t)=\mathrm{e}^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$。

(4) 令 $f(t)=t-1$，所以 $f_4(t)=(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-4)]$。

(5) $f_5(t)=(t-1)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-4)]$。

(6) $f_6(t)=\mathrm{e}^{-t}\sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)\varepsilon(t-2T)$。

1-3 利用冲激函数的采样性质求下列各表达式的积分值。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-3)(t-4)\mathrm{d}t$　　(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(2t-3)(3t^2+t-5)\mathrm{d}t$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin\pi t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t$　　(4) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t+t_0)\varepsilon(t-t_0)\mathrm{d}t(t_0>0)$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}[\delta(t)+\delta'(t)]\mathrm{d}t$　　(6) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)\mathrm{d}t$

(7) $\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+4)\delta(1-t)\mathrm{d}t$　　(8) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_1)\varepsilon(t-t_2)\mathrm{d}t$

解：(1) $\int_{-\infty}^{\infty}(t-4)\delta(t-3)\mathrm{d}t=(t-4)\big|_{t=3}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-3)\mathrm{d}t=-\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-3)\mathrm{d}t=-1$

(2)
$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}(3t^2+t-5)\delta(2t-3)\mathrm{d}t&=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}(3t^2+t-5)\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{2}(3t^2+t-5)\bigg|_{t=\frac{3}{2}}\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}t\\&=\frac{13}{8}\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}t=\frac{13}{8}\end{aligned}$$

上述方法利用了冲激函数的性质，还可有应用变量替换来求解。令 $2t-3=\tau$，则有 $t=\frac{1}{2}(\tau+3)$，把 $t=\frac{1}{2}(\tau+3)$ 代回原式中，有

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}(3t^2+t-5)\delta(2t-3)\mathrm{d}t&=\int_{-\infty}^{\infty}\left[3\times\frac{1}{4}(\tau+3)^2+\frac{1}{2}(\tau+3)-5\right]\delta(\tau)\mathrm{d}\left[\frac{1}{2}(\tau+3)\right]\\&=\left[3\times\frac{1}{4}(\tau+3)^2+\frac{1}{2}(\tau+3)-5\right]\bigg|_{\tau=0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau\\&=\frac{13}{8}\end{aligned}$$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin\pi t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t=\pi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin\pi t}{\pi t}\delta(t)\mathrm{d}t=\pi\left[\lim_{t\to 0}\frac{\sin\pi t}{\pi t}\right]\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\pi\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\pi$

(4)
$$\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(t-t_0)\delta(t+t_0)\mathrm{d}t=\int_{t_0}^{\infty}\delta(t+t_0)\mathrm{d}t=0\qquad(t_0>0)$$

(5) 根据冲激函数的性质和分步积分法，有

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}[\delta(t)+\delta'(t)\mathrm{d}t]&=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}\delta(t)\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}\delta'(t)\mathrm{d}t\\&=\mathrm{e}^{-t}\big|_{t=0}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}\delta'(t)\mathrm{d}t\\&=1+\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}\delta(t)\end{aligned}$$

$$=1+e^{-t}\delta(t)\big|_{-\infty}^{\infty}-\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,de^{-t}$$
$$=1+\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t}\delta(t)\,dt$$
$$=2$$

(6)〈解法一〉
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)\,dt=\int_{-\infty}^{0}\delta(t^2-9)\,dt+\int_{0}^{\infty}\delta(t^2-9)\,dt$$

令 $t^2-9=\tau$，则有 $t=\pm\sqrt{\tau+9}$，$dt=\pm\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}d\tau$。$t\to\pm\infty$ 时，$\tau\to\infty$，$t=0$ 时，$\tau=-9$，代入到原式中有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)\,dt=\int_{\infty}^{-9}\left(-\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}\right)\delta(\tau)\,d\tau+\int_{-9}^{\infty}\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}\delta(\tau)\,d\tau$$
$$=-\int_{-9}^{\infty}\left(-\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}\right)\delta(\tau)\,d\tau+\int_{-9}^{\infty}\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}\delta(\tau)\,d\tau$$
$$=2\int_{-9}^{\infty}\frac{1}{2\sqrt{\tau+9}}\delta(\tau)\,d\tau$$
$$=2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

〈解法二〉可利用公式

$$\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i)$$ ❶

其中，t_i 为 $f(t)=0$ 的根。

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)\,dt=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|2\times(-3)|}\delta(t+3)\,dt+\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|2\times3|}\delta(t+3)\,dt=\frac{1}{3}$$

(7)
$$\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+4)\delta(1-t)\,dt=(t^2+4)\big|_{t=1}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(1-t)\,dt=5$$

(8)
$$\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon(t-t_2)\delta(t-t_1)\,dt=\varepsilon(t-t_2)\big|_{t=t_1}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_1)\,dt$$
$$=\varepsilon(t-t_2)\big|_{t=t_1}=\varepsilon(t_1-t_2)=\begin{cases}1 & (t_1>t_2)\\0 & (t_1<t_2)\end{cases}$$

1-4　已知各信号的波形如图 1-3 所示，分别画出它们求导后的波形。

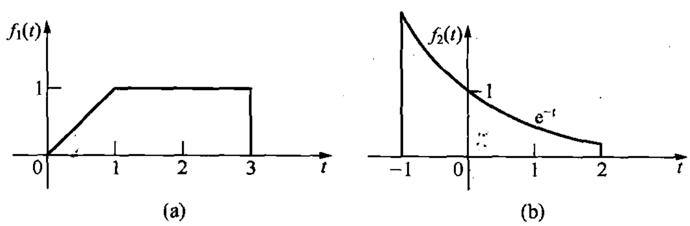

图 1-3　习题 1-4 图

解：(1)
$$f_1(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$$

❶ 请参阅吴大正主编的《信号与线性系统分析(第三版)》。

$$f_1'(t)=[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+t[\delta(t)-\delta(t-1)]+[\delta(t-1)-\delta(t-3)]$$
$$=[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-\delta(t-3)$$

(2) $$f_2(t)=e^{-t}[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-2)]$$
$$f_2'(t)=-e^{-t}[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-2)]+e^{-t}[\delta(t+1)-\delta(t-2)]$$
$$=-e^{-t}[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-2)]+e\delta(t+1)-e^{-2}\delta(t-2)$$

$f_1'(t)$、$f_2'(t)$ 的波形如图 1-4 所示。

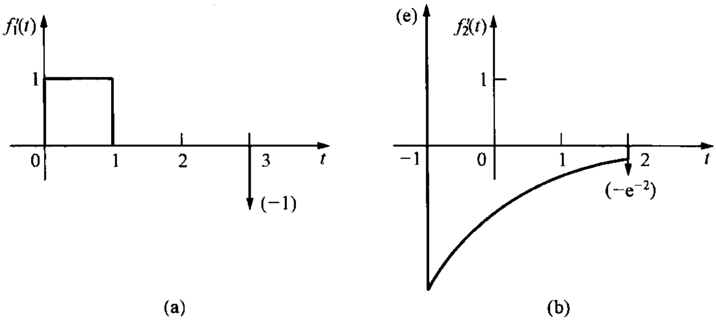

图 1-4　习题 1-4 解图

1-5　信号波形如图 1-5 所示，画出 $f'(t)$ 和 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$ 的波形。

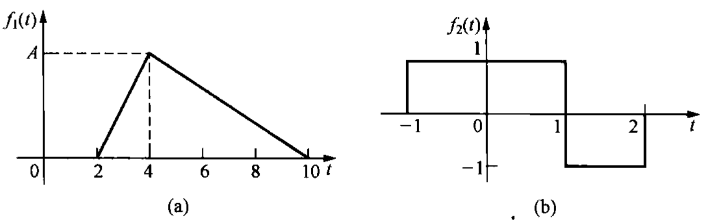

图 1-5　习题 1-5 图

解：(1)
$$f_1(t)=\begin{cases}\dfrac{A}{2}(t-2) & (2<t<4)\\ -\dfrac{A}{6}(t-10) & (4<t<10)\\ 0 & (\text{其他})\end{cases}$$

或写成

$$f_1(t)=\frac{A}{2}(t-2)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-4)]-\frac{A}{6}(t-10)[\varepsilon(t-4)-\varepsilon(t-10)]$$

$$f_1'(t)=\frac{A}{2}[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-4)]+\frac{A}{2}(t-2)[\delta(t-2)-\delta(t-4)]$$
$$-\frac{A}{6}[\varepsilon(t-4)-\varepsilon(t-10)]-\frac{A}{6}(t-10)[\delta(t-4)-\delta(t-10)]$$
$$=\frac{A}{2}[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-4)]-\frac{A}{6}[\varepsilon(t-4)-\varepsilon(t-10)]$$

$f_1'(t)$ 波形如图 1-6 (a) 所示。

$$\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\left\{\frac{A}{2}(t-2)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-4)]-\frac{A}{6}(t-10)[\varepsilon(t-4)-\varepsilon(t-10)]\right\}\mathrm{d}\tau$$

$t<2$ 时，$f_1(t)=0$，则 $\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau=0$。

$2\leqslant t<4$ 时，$f_1(t)=\frac{A}{2}(t-2)$，则

$$\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{2}^{t}\frac{A}{2}(\tau-2)\mathrm{d}\tau=\frac{A}{2}\left(\frac{1}{2}\tau^2-2\tau\right)\Big|_2^t=\frac{A}{4}(t^2-4t+4)$$

$4\leqslant t<10$ 时，$f_1(t)=-\frac{A}{6}(t-10)$，则

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau&=\int_{2}^{4}\frac{A}{2}(\tau-2)\mathrm{d}\tau+\int_{4}^{t}-\frac{A}{6}(\tau-10)\mathrm{d}\tau\\&=\frac{A}{2}\left(\frac{1}{2}\tau^2-2\tau\right)\Big|_2^4-\frac{A}{6}\left(\frac{1}{2}\tau^2-10\tau\right)\Big|_4^t\\&=-\frac{A}{12}(t^2-20t+52)\end{aligned}$$

$t\geqslant 10$ 时，$f_1(t)=0$，则

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau&=\int_{2}^{4}\frac{A}{2}(\tau-2)\mathrm{d}\tau+\int_{4}^{10}-\frac{A}{6}(\tau-10)\mathrm{d}\tau\\&=\frac{A}{2}\left(\frac{1}{2}\tau^2-2\tau\right)\Big|_2^4-\frac{A}{6}\left(\frac{1}{2}\tau^2-10\tau\right)\Big|_4^{10}=4A\end{aligned}$$

所以有

$$\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}0 & (t<2)\\ \frac{A}{4}(t^2-4t+4) & (2\leqslant t<4)\\ -\frac{A}{12}(t^2-20t+52) & (4\leqslant t<10)\\ 4A & (t\geqslant 10)\end{cases}$$

其对应波形如图 1-6（b）所示。

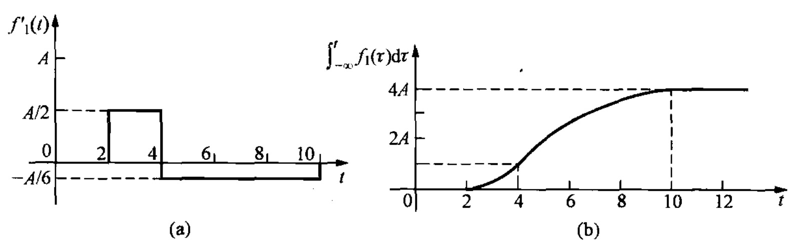

图 1-6　题 1-5（a）解图

(2) $f_2(t)=[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]-[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]=\varepsilon(t+1)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$

$$f'_2(t)=\delta(t+1)-2\delta(t-1)+\delta(t-2)$$

$f'_2(t)$ 的波形如图 1-7（a）所示。

$$\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}[\varepsilon(\tau+1)-\varepsilon(\tau-1)]-[\varepsilon(\tau-1)-\varepsilon(\tau-2)]\mathrm{d}\tau$$

$t<-1$ 时，$f_2(t)=0$，则 $\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=0$。

$-1\leqslant t<1$ 时，$f_2(t)=1$，则 $\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-1}^{t}\mathrm{d}\tau=t+1$。

$1\leqslant t<2$ 时，$f_2(t)=-1$，则 $\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-1}^{t}\mathrm{d}\tau-\int_{-1}^{t}\mathrm{d}\tau=-t+3$。

$t>2$ 时，$f_2(t)=0$，则 $\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\tau-\int_{1}^{2}\mathrm{d}\tau=1$。

所以有

$$\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}0 & (t<-1)\\ t+1 & (-1\leqslant t<1)\\ -t+3 & (1\leqslant t<2)\\ 1 & (t\geqslant 2)\end{cases}$$

其对应波形如图 1-7（b）所示。

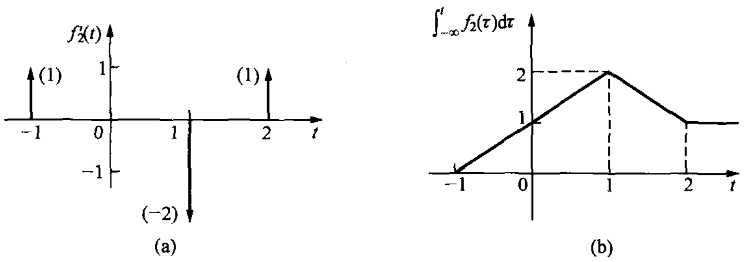

图 1-7　习题 1-5（b）解图

1-6　信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的波形如图 1-8 所示。试画出 $f_1(t)+f_2(t)$、$f_1(t)-f_2(t)$、$f_1(t)f_2(t)$ 的波形。

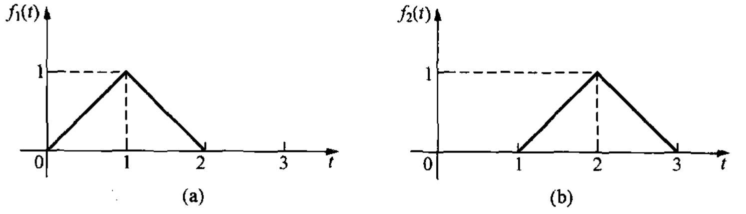

图 1-8　习题 1-6 图

解：〈解法一〉解析法。

$$f_1(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$$

$$f_2(t)=(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]-(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$$

(1) $f_1(t)+f_2(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$
$\quad +(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]-(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$
$\quad =t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$
$\quad -(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$

(2) $f_1(t)-f_2(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$
$\quad -(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]-(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$

$$=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-(2t+3)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$$
$$-(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]$$

(3) $f_1(t)f_2(t)=\{t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-(t-2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]\}$
$$\times\{(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]-(t-3)[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)]\}$$
$$=-(t^2-3t+2)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$$

对应波形分别如图 1-9（a）～（c）所示。

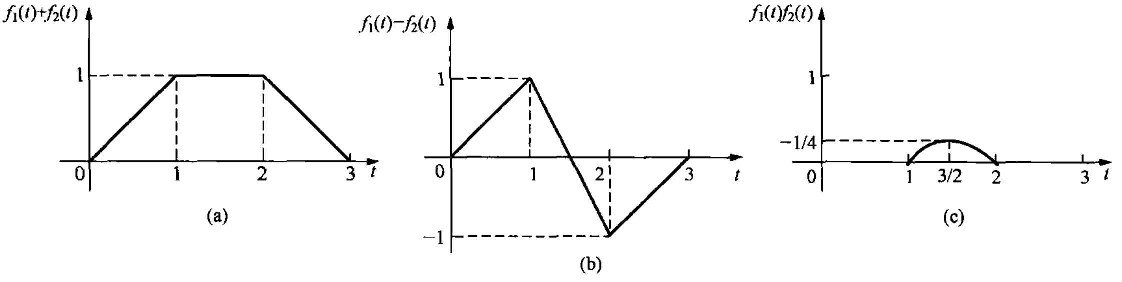

图 1-9　习题 1-6 解法一图

〈解法二〉图解法。用图解法画出 $f_1(t)+f_2(t)$、$f_1(t)-f_2(t)$ 波形。因为直线作加减运算后仍然是直线，对于直线的加减法可以在图形上直接得出，如图 1-10（a）、（b）所示。

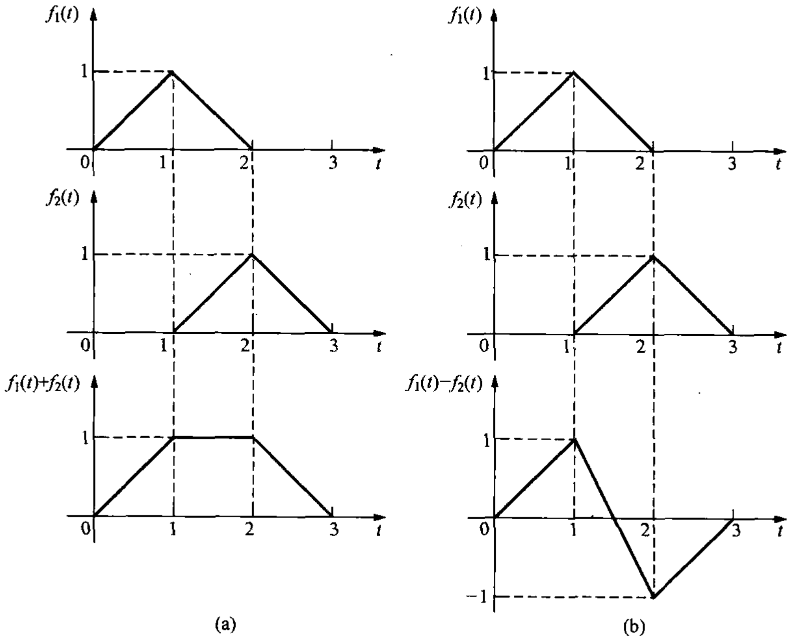

图 1-10　习题 1-6 解法二图

1-7　已知 $f(t)$ 的波形如图 1-11 所示，试画出下列信号

(1) $f(t-2)$　　(2) $f(t+2)$

(3) $f(-t-2)$　　(4) $f(2t)$

(5) $f(-2t+2)$　　(6) $f\left(-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\right)$

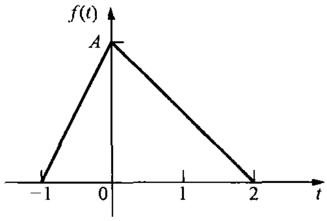

图 1-11　习题 1-7 图

的波形。

解：(1) $f(t-2)$ 是将 $f(t)$ 的波形右移两个单位。

(2) $f(t+2)$ 是将 $f(t)$ 的波形左移两个单位。

(3) $f(-t-2)$ 是将 $f(t+2)$ 的波形以 $t=-2$ 为轴反转或将 $f(t-2)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反转。$f(t-2)$、$f(t+2)$、$f(-t-2)$ 的波形如图 1-12 所示。

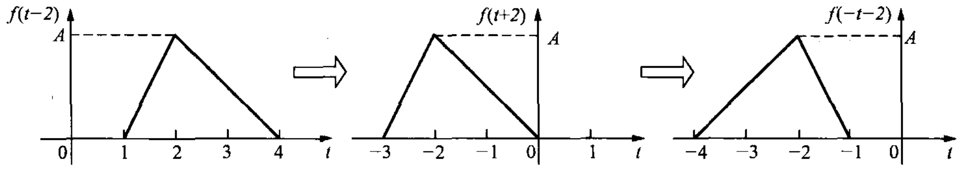

图 1-12　习题 1-7 (1) ～ (3) 解图

(4) $f(2t)$ 是将 $f(t)$ 的波形以 $t=0$ 为中心压缩到原来的一半，其波形如图 1-13 所示。

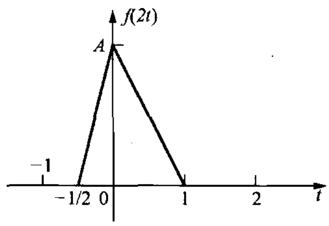

图 1-13　习题 1-7 (4) 解图

(5) $f(-2t+2)=f[-2(t-1)]$ 是将 $f(t)$ 的波形右移一个单位得到 $f(t-1)$，将 $f(t-1)$ 的波形以 $t=1$ 为轴反转得到 $f[-(t-1)]$，以 $t=1$ 为中心将 $f[-(t-1)]$ 的波形压缩到原来的一半便得到 $f(-2t+2)$，其波形如图 1-14 所示。

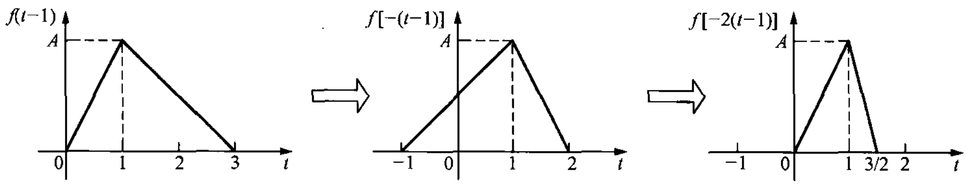

图 1-14　习题 1-7 (5) 解图

(6) $f\left(-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\right)=f\left[-\frac{1}{2}(t-1)\right]$ 是将以 $t=1$ 为中心将 $f[-(t-1)]$ 的波形伸展到原来的两倍便得到 $f\left(-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\right)$，其波形如图 1-15 所示。

1-8　已知函数 $f(3-3t)$ 的波形如图 1-16 所示，试画出 $f(t)$ 的波形。

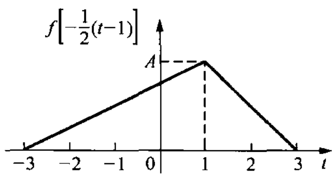

图 1-15　习题 1-7 (6) 解图

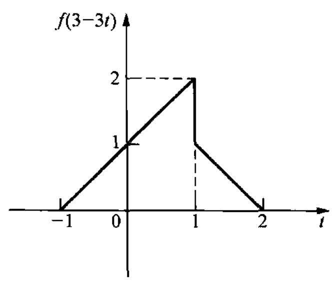

图 1-16　习题 1-8 图

〈解法一〉将 $f(3-3t)=f[-3(t-1)]$ 的波形左移一个单位得到 $f(-3t)$，把 $f(-3t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反转得到 $f(3t)$，再把 $f(3t)$ 以 $t=0$ 为中心伸展到原来的 3 倍便得到 $f(t)$，即

$$f(3-3t)=f[-3(t-1)]\to f(-3t)\to f(3t)\to f(t)$$

整个求解过程如图 1-17 所示。

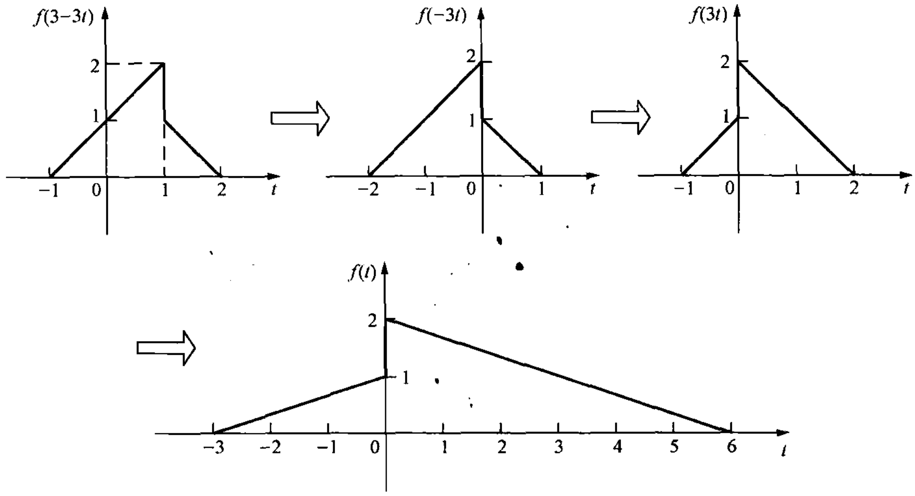

图 1-17　习题 1-8〈解法一〉图

〈解法二〉将 $f(3-3t)$ 的波形 $t=0$ 为中心伸展到原来的 3 倍便得到 $f(3-t)$，把 $f(3-t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反转得到 $f(t+3)$，再把 $f(t+3)$ 的波形右移三个单位便得到 $f(t)$，即

$$f(3-3t)\to f(3-t)\to f(t+3)\to f(t)$$

整个求解过程如图 1-18 所示。

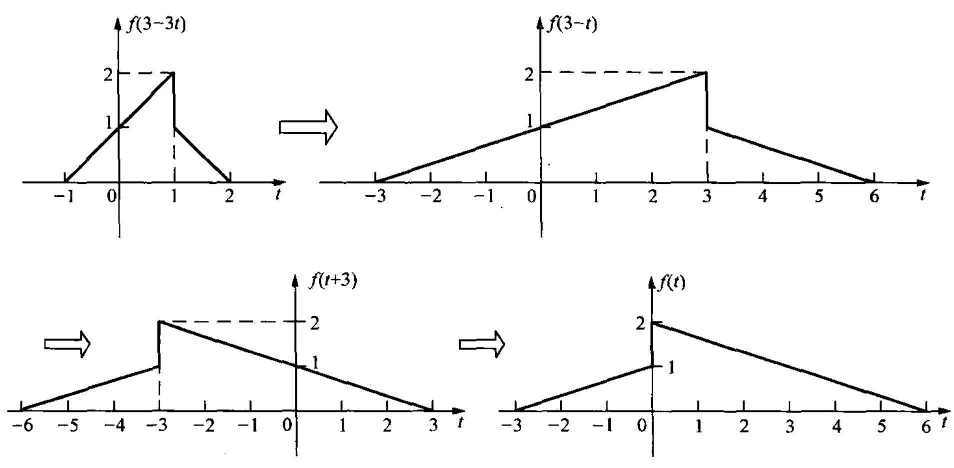

图 1-18　习题 1-8〈解法二〉图

〈解法三〉将 $f(3-3t)$ 的波形以 $t=0$ 为轴反转得到 $f(3t+3)$，把 $f(3t+3)=f[3(t+1)]$ 右移一个单位得到 $f(3t)$，再把 $f(3t)$ 的波形以 $t=0$ 为中心伸展到原来的 3